

2.2 Geschwindigkeit oder Tempo?

1 Das Problem

Häufig steht in Schulbüchern, die Geschwindigkeit sei der zurückgelegte Weg dividiert durch die dazu benötigte Zeit:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

bzw. in der Sekundarstufe II

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Manchmal findet man auch ungünstig verkürzt:

$$v = \frac{s}{t}.$$

Da der Weg s eine positive skalare Größe ist [1], ist die so festgelegte Geschwindigkeit auf diese Weise auch eine skalare Größe, die keine Richtung hat und immer positiv ist. Physikalisch korrekt muss man diese Größe Geschwindigkeitsbetrag nennen. Man kann dazu auch Tempo oder Schnelligkeit sagen, im Englischen spricht man von *speed*.

In der Physik werden Bewegungen aber nicht mit der skalaren Größe Weg, sondern mit den vektoriellen Größen Ort und Ortsänderung beschrieben [1]. Die Geschwindigkeit ist in der Physik die Ortsänderung $\Delta \vec{r}$ dividiert durch die dazu benötigte Zeit bzw. die Ableitung des Ortsvektors nach der Zeit

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \dot{\vec{r}}$$

und damit eine gerichtete Größe.

2 Vergleich von Tempo und Geschwindigkeit

Man könnte nun meinen, dass es keinen großen Unterschied macht, ob man die Richtung mitberücksichtigt oder nicht. Dies ist aber nicht der Fall.

Vergleichen wir dazu zunächst die Momentanwerte von Tempo und Geschwindigkeit bei verschiedenen Bewegungen: Bei einer gleichmäßigen Kreisbewegung ist das Tempo stets konstant, während sich die Geschwindigkeit permanent ändert, weil sich ihre Richtung permanent ändert. Bei einer eindimensionalen, schneller werdenden Bewegung in negative Koordinatenrichtung nimmt das Tempo kontinuierlich zu, während die Geschwindigkeitskomponente kontinuierlich abnimmt, da sie immer negativer wird.

Unterschiede gibt es auch, wenn wir die Durchschnittswerte von längeren Zeitintervallen vergleichen. Bei einer gleichmäßigen Kreisbewegung mit einer vollen Umrundung ist das Durchschnittstempo gleich dem Momentantempo, während die Durchschnittsgeschwindigkeit der ganzen Umrundung null ist. Dies ist so sinnvoll, denn insgesamt fand im betrachteten Zeitintervall keine Ortsveränderung statt,

der Körper ist nicht weiter gekommen. Auch bei einer beliebigen Hin- und Zurückbewegung bis zum Startpunkt längs einer Achse ist die Durchschnittsgeschwindigkeit null, während das Durchschnittstempo nicht null ist: Ein Auto, das eindimensional eine Minute mit $v = 30 \text{ m/s}$ und dann eine Minute mit $v = -30 \text{ m/s}$ fährt, hat das Durchschnittstempo 30 m/s und die Durchschnittsgeschwindigkeit 0 .

3 Konsequenzen für die Beschleunigung

Hat man die Geschwindigkeit entgegen der Physik als Weg pro Zeit und damit als Betragsgröße definiert (Tempo) und definiert nun die Beschleunigung als deren Änderung pro Zeit, dann ist auch die Beschleunigung nur eine skalare Größe, die positiv oder negativ sein kann. Beschleunigung bedeutet dann entweder Schnellerwerden oder Langsamerwerden, also nur Tempoänderung [2, 3].

Wird die Geschwindigkeit dagegen physikalisch richtig als Ortsänderung pro Zeit definiert und die Beschleunigung als Änderung dieser Geschwindigkeit pro Zeit, dann ist auch eine Änderung der Bewegungsrichtung bei konstantem Tempo eine Geschwindigkeitsänderung und damit eine Beschleunigung. Dann sind drei Arten von Beschleunigungen möglich: Schnellerwerden, Langsamerwerden und Richtungsänderung. Die Beschleunigung selbst hat dabei auch eine Richtung. Ein Schnellerwerden liegt vor, wenn Geschwindigkeit und Beschleunigung die gleiche Richtung haben; ein Langsamerwerden liegt vor, wenn Geschwindigkeit und Beschleunigung entgegengesetzte Richtung haben. Sind Geschwindigkeit und Beschleunigung immer senkrecht zueinander, findet die Bewegung auf einem Kreis mit konstantem Tempo statt. Für eindimensionale Bewegungen bedeutet dies: Ein Schnellerwerden liegt vor, wenn die Geschwindigkeitskomponente und die Beschleunigungskomponente das gleiche Vorzeichen haben, ein Langsamerwerden liegt vor, wenn die Geschwindigkeitskomponente und die Beschleunigungskomponente verschiedene Vorzeichen haben. Ein Schnellerwerden einer Bewegung in negative Richtung ist demnach eine negative Beschleunigung [2, 3].

Bei einer ganz beliebigen Bewegung wird die Beschleunigung in irgendeinem Winkel zur Geschwindigkeit liegen. Dann kann man die Beschleunigung in zwei Anteile aufteilen: Einen in Bewegungsrichtung (oder entgegen) und einen senkrecht dazu. Der tangentielle Anteil \vec{a}_t in Bewegungsrichtung heißt Tangentialbeschleunigung und gibt an, wie sich das Tempo ändert (schneller oder langsamer). Der senkrechte

Anteil \vec{a}_n heißt Radialbeschleunigung oder Normalbeschleunigung und gibt an, wie stark sich die Richtung der Bewegung ändert.

Die Beschleunigung ist eine sehr zentrale Größe in der Newton'schen Mechanik, denn eine ihrer Hauptaussagen ist, dass die Beschleunigung eines Körpers (bei konstanter Masse) die gleiche Richtung hat wie die Summe aller an diesem Körper angreifenden Kräfte. Wird Geschwindigkeit auf Tempo reduziert und damit gleichzeitig Beschleunigung auf Schneller- und Langsamerwerden, ist nicht einsehbar, wieso zu einer Richtungsänderung eine Kraft nötig ist. Zentripetalbeschleunigung und Zentripetalkraft bleiben unverständlich [3, 4].

4 Vorschläge zur Geschwindigkeit in der Schule

In der Sekundarstufe I bietet es sich an, zunächst das Tempo eines Körpers zu behandeln, das den Schülern bereits aus dem Alltag bekannt ist. Dann wird die Bewegungsrichtung thematisiert. Tempo und Richtung kann man anschließend zu einer neuen Größe zusammenfassen, die Geschwindigkeit genannt wird und immer mit einem Pfeil dargestellt wird [5]. Hier ist eine Videoanalyse von Bewegungen hilfreich, wenn die Software automatisch die Geschwindigkeitspfeile in das Video einblenden kann (wie in *measure Dynamics*) [6]. Studien zeigen, dass bereits Grundschüler [7] und Schüler der Jahrgangsstufe 7 [8] gut zwischen Tempo und Geschwindigkeit unterscheiden können, wenn dies im Unterricht so eingeführt wird.

In der Sekundarstufe II kann grundlegender die Änderung des Ortes in einem Zeitintervall Δt mit einem zusätzlichen Ortsänderungsvektor $\Delta \vec{x} = \vec{x}_{\text{Ende}} - \vec{x}_{\text{Anfang}}$ beschrieben werden [2, 3], der die Bewegungsrichtung angibt und auch als „Verschiebungsvektor“ bezeichnet werden kann. Die Länge dieses Vektors hängt vom Tempo, aber auch vom gewählten Zeitintervall Δt ab. Dividiert man diesen Ortsänderungsvektor durch das Zeitintervall, erhält man einen Vektor, dessen Länge das durchschnittliche Tempo in diesem Intervall und dessen Richtung die Bewegungsrichtung angibt. Das ist der Vektor der Durchschnittsgeschwindigkeit $\vec{v} = \Delta \vec{x} / \Delta t$ in dem Intervall Δt . Einen Vektor für die Momentangeschwindigkeit erhält man näherungsweise für kleine Δt . Hier wäre es auch möglich, mit Spaltenvektoren zu arbeiten [1].

5 Vorschläge zur Beschleunigung in der Schule

Ändert sich die Geschwindigkeit eines Körpers innerhalb eines Zeitintervalls Δt von \vec{v}_{Anfang} auf \vec{v}_{Ende} , kann dies durch den Geschwindigkeitsänderungsvektor beschrieben werden: $\Delta \vec{v} = \vec{v}_{\text{Ende}} - \vec{v}_{\text{Anfang}}$ [2, 3]. Dieser gibt an, was an Geschwindigkeit dazu kam: $\vec{v}_{\text{Anfang}} + \Delta \vec{v} = \vec{v}_{\text{Ende}}$ (siehe Abb. 1), weshalb er auch als Zusatzgeschwindigkeit bezeichnet wird [5]. Um vom betrachteten Zeitintervall unabhängig zu sein, bezieht

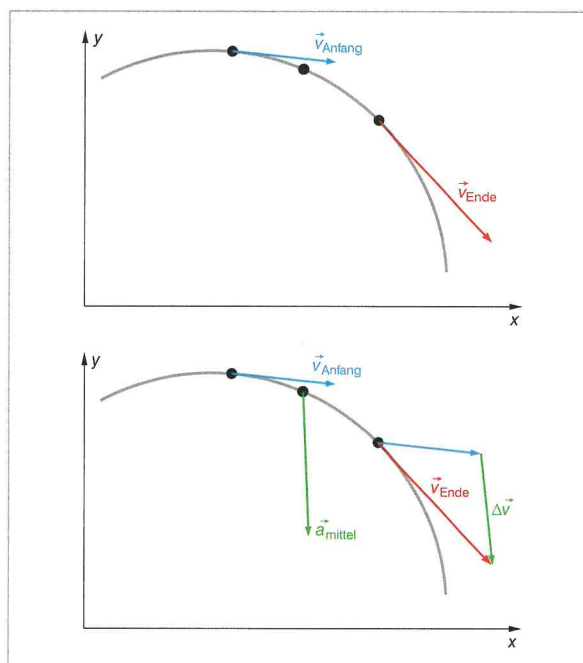


Abb. 1: Geschwindigkeitsänderung und Beschleunigung

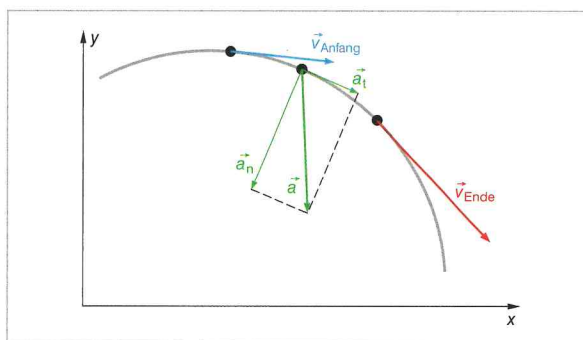


Abb. 2: Die Komponenten der Beschleunigung

man diesen Geschwindigkeitsänderungsvektor auf das Zeitintervall $\Delta t = t_{\text{Ende}} - t_{\text{Anfang}}$: Der Quotient aus dem Geschwindigkeitsänderungsvektor $\Delta \vec{v}$ und dem dazu benötigten Zeitintervall Δt ist die mittlere Beschleunigung oder Durchschnittsbeschleunigung im Zeitintervall Δt :

$$\vec{a}_{\text{mittel}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{\text{Ende}} - \vec{v}_{\text{Anfang}}}{t_{\text{Ende}} - t_{\text{Anfang}}}$$

Dieser Beschleunigungsvektor kann in einen tangentialen und einen radialen Anteil zerlegt werden (siehe Abb. 2).

In der Sekundarstufe I genügt es, die Zusatzgeschwindigkeit $\Delta \vec{v}$ als eigenständige Größe einzuführen und als Elementarisierung der Beschleunigung zu verwenden, die nicht explizit eingeführt wird [5]. Das zweite Newton'sche Axiom wird dann in der Form

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}$$

verwendet. Zu diesem Unterrichtskonzept liegen ein frei downloadbares Schulbuch [9] sowie zwei Lehrhandbücher mit Unterrichtsmaterialien [10, 11] vor.

Literatur

- [1] Stolperstein 2.1: Ort, Ortsverschiebung, Weg – wofür steht eigentlich das s ?
- [2] T. Wilhelm & D. Heuer: Fehlvorstellungen in der Kinematik vermeiden – durch Beginn mit der zweidimensionalen Bewegung, in: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 51, Nr. 7, 2002, S. 29–34
- [3] T. Wilhelm: Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung, Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 46, Logos-Verlag, Berlin, 2005, <http://www.opus-bayern.de/uni-wuerzburg/volltexte/2009/3955>
- [4] T. Wilhelm: Vektorverständnis und vektorielles Kinematikverständnis von Studienanfängern, in: V. Nordmeier, A. Oberländer, H. Grötzebauch, H. (Hrsg.), Didaktik der Physik – Regensburg 2007, Lehmanns Media – LOB.de, Berlin, 2007
- [5] C. Waltner, V. Tobias, H. Wiesner, M. Hopf & T. Wilhelm: Ein Unterrichtskonzept zur Einführung in die Dynamik in der Mittelstufe, in: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 59, Nr. 7, 2010, S. 9–22, <http://www.thomas-wilhelm.net/veroeffentlichung/Mechanikkonzept.pdf>
- [6] C. Michel & T. Wilhelm: Lehrvideos mit dynamisch ikonischen Repräsentationen zu zweidimensionalen Bewegungen, in: V. Nordmeier & H. Grötzebauch, Didaktik der Physik – Berlin 2008, Lehmanns Media, Berlin, 2008
- [7] W. Jung, H. Reul, H. Schwedes: Untersuchungen zur Einführung in die Mechanik in den Klassen 3–6, Diederweg, Frankfurt am Main, 1975
- [8] T. Wilhelm, V. Tobias, C. Waltner, M. Hopf & H. Wiesner: Einfluss der Sachstruktur auf das Lernen Newtonscher Mechanik, in: H. Bayrhuber, U. Harms, B. Muszynski, B. Ralle, M. Rothgangel, L.-H. Schön, H. Vollmer & H.-G. Weigand (Hrsg.), Formate Fachdidaktischer Forschung. Empirische Projekte – historische Analysen – theoretische Grundlegungen, Fachdidaktische Forschungen, Band 2, Waxmann, Münster/New York/München/Berlin, 2012
- [9] M. Hopf, T. Wilhelm, C. Waltner, V. Tobias & H. Wiesner: Einführung in die Mechanik, München, Würzburg, http://www.thomas-wilhelm.net/Mechanikbuch_Druckversion.pdf
- [10] H. Wiesner T. Wilhelm; A. Rachel, C. Waltner, V. Tobias & M. Hopf: Kraft und Geschwindigkeitsänderung, Reihe Unterricht Physik, Band 5, Aulis-Verlag, 2011
- [11] T. Wilhelm, H. Wiesner, M. Hopf & A. Rachel: Dynamik, Erhaltungssätze, Kinematik, Reihe Unterricht Physik, Band 6, Aulis-Verlag, 2013

Thomas Wilhelm