2.1 Ort, Ortsverschiebung, Weg – wofür steht eigentlich das *s*?

1 Das Problem

Bei der kinematischen Beschreibung von Bewegungen findet man in Schulbüchern neben Geschwindigkeit und Beschleunigung die Begriffe Ort, Ortsverschiebung, Strecke, Weg und Wegstrecke. Doch verbergen sich hinter diesen fünf Begriffen unterschiedliche physikalische Größen? Und sind all diese Begriffe bzw. Größen zur Beschreibung von Bewegungen wirklich notwendig?

In vielen gängigen Schulbüchern wird für Weg, Strecke usw. das Formelzeichen s verwendet. Schaut man sich die für den Physikunterricht der Sekundarstufe II zugelassenen Standardwerke an, so sieht man, dass die Autoren das s in unterschiedlichen Bedeutungen verwenden.

Dieses Kapitel zeigt die sich daraus ergebenden fachdidaktischen Probleme auf und gibt Tipps für die Unterrichtspraxis.

2 Ort, Ortsverschiebung und Weg in den Schulbüchern

Stellvertretend für die Problematik stehen die folgenden Auszüge aus bekannten Schulbüchern:

> Befindet sich der Körper zur Zeit t_1 am Ort $s_1 = s(t_1)$ und bewegt er sich von s_1 zu einem zweiten Ort $s_2 = s(t_2)$, dann legt er den Weg $\Delta s = s_2 - s_1$ zurück. Während dieser Ortsänderung vergeht die Zeit $\Delta t = t_2 - t_1$. [1, S. 14]

Hier wird das Formelzeichen s für den Ort eingeführt. Der zwischen den beiden Orten s_1 und s_2 zurückgelegte Weg wird mit Δs bezeichnet. Nun werden Weg und Ortsänderung implizit gleichgesetzt. Sind also Weg und Ortsänderung wirklich das Gleiche?

> Der zurückgelegte Weg s zum Zeitpunkt t im t-s-Diagramm entspricht der Rechteckfläche vt im t-v-Diagramm. [1, S. 19]

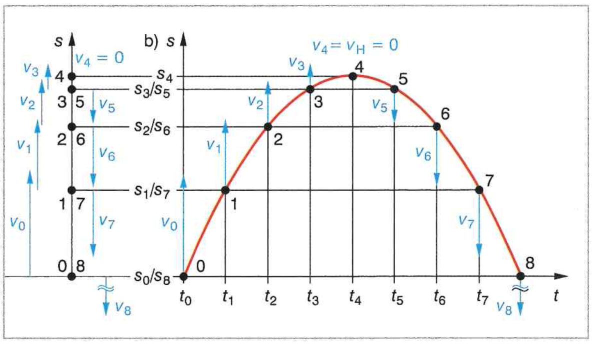

Abb. 1: Vertikaler Wurf nach oben

Einige Seiten später wird das s auch für Weg selber verwendet. Ist eine Unterscheidung zwischen Weg und Ort nicht unbedingt notwendig?

> Der Wurf ist beendet, wenn der Körper wieder den Boden erreicht: Der Weg s ist null. [2, S. 29]

Das hier dargestellte Weg-Zeit-Diagramm (Abb. 1) beschreibt einen vertikalen Wurf nach oben mit der Aussage, dass der Weg s nach Erreichen des Bodens null sei. Hat denn ein Körper nach einer Bewegung keinen Weg zurückgelegt?

> Da für eine Ortsveränderung nicht nur der Betrag des Weges, sondern auch die Richtung bedeutsam ist, ist die physikalische Größe Weg ein Vektor $\vec{s}$. [2, S. 13]

In diesem Merksatz erfolgt eine Gleichsetzung von Ortsveränderung und Weg. Zusätzlich wird dem Weg auch eine Richtung zugeschrieben, woraus folgt, dass der Weg deshalb ein Vektor sei. Wenn man davon ausgeht, dass der „Kilometerzähler" eines PKWs den wirklich zurückgelegten Weg misst, stellt sich die Frage: Läuft der Kilometerzähler bei einer Bewegungsrichtungsumkehrung auch wieder rückwärts und auf welches Koordinatensystem bezieht sich die Angabe des Kilometerzählers?

3 Bedeutung von Ort, Ortsverschiebung und Weg

In den dargestellten Schulbuchauszügen wird das Formelzeichen s gleichermaßen für den Ort und den Weg verwendet, außerdem wird nicht zwischen Orts-

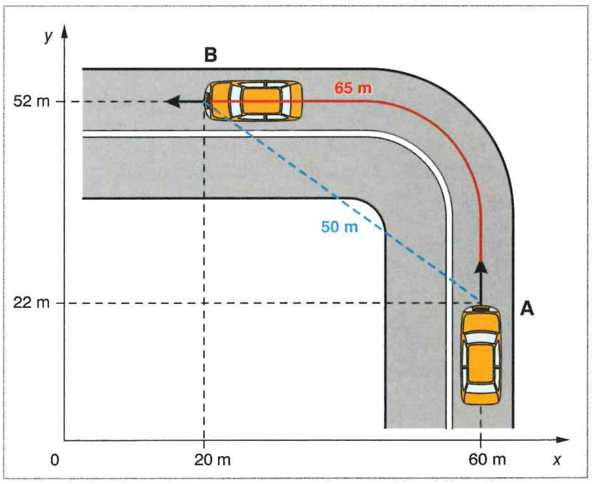

Abb. 2: Kurvenfahrt eines PKWs

veränderung und Weg unterschieden. Wie wichtig es ist, sehr genau zwischen diesen Größen zu unterscheiden, verdeutlicht die Kurvenfahrt eines PKWs (Abb. 2).

Der PKW befindet sich zum Zeitpunkt t_1 am Ort A und fährt zum Ort B, den er zum Zeitpunkt t_2 erreicht. Während seiner Kurvenfahrt legt er einen Weg bzw. ein Wegelement von $\Delta s(\Delta t) = 65$ m zurück (durchgezogene Linie).

Um die Ortsverschiebung (gestrichelte Linie) zu berechnen, werden die Orte A und B zunächst durch ihre Ortsvektoren

$$\vec{r}(t_1) = (60, 22, 0)\ \text{m}$$

und

$$\vec{r}(t_2) = (20, 52, 0)\ \text{m}$$

dargestellt.

Die im gleichen Zeitintervall Δt stattgefundene Ortsverschiebung ergibt sich dann mit

$$\Delta\vec{r}(\Delta t) = (-40, 30, 0)\ \text{m}.$$

Der direkte Abstand zwischen den beiden Orten („Luftlinie") ergibt sich mit

$$|\Delta\vec{r}(\Delta t)| = 50\ \text{m}.$$

Was aber ändert sich, wenn der PKW nun von B nach A zurück fährt? Das Wegelement $\Delta s(\Delta t)$ und der direkte Abstand $|\Delta\vec{r}(\Delta t)|$ ändern sich natürlich nicht, aber die Ortsverschiebung ist mit

$$|\Delta\vec{r}(\Delta t)| = (40, -30, 0)\ \text{m}$$

nicht mehr die Gleiche!

Es lässt sich also an der vektoriellen Größe Ortsverschiebung $\Delta\vec{r}(\Delta t)$ die Richtung der Bewegung des PKWs ablesen. Diese Information liefert die skalare Größe Weg s bzw. Wegelement $\Delta s(\Delta t)$ nicht. Aus genau diesem Grund können Bewegungen, auch 1-dimensionale, grundsätzlich nicht vollständig mittels Wegelementen bzw. Wegen beschrieben werden!

Der eingangs vorgestellte vertikale Wurf nach oben zeigt aber noch eine andere, nicht unwesentliche Eigenschaft von Wegelementen und Wegen, nämlich, dass diese niemals negativ werden können:

$$\Delta s(\Delta t) \geq |\Delta\vec{r}(\Delta t)| \quad [3].$$

Bewegungen werden durch Bahnkurven (Trajektorien) beschrieben. Dazu ist immer ein Koordinatensystem notwendig. Bei Translationsbewegungen wird meistens ein 3-dimensionales kartesisches Koordinatensystem verwendet. Die grundlegenden Beschreibungsgrößen sind dabei der Ort $\vec{r}(t)$, an dem sich der Körper zum Zeitpunkt t befindet und die im Zeitintervall Δt stattgefundene Ortsverschiebung $\Delta\vec{r}(\Delta t)$ mit $\Delta\vec{r}(\Delta t) = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$. Alle weiteren kinematischen Beschreibungsgrößen wie Geschwindigkeit, Tempo und Beschleunigung lassen sich daraus ableiten [3].

Spielt denn der Weg in der Kinematik so gar keine Rolle? Doch, der Weg entspricht der Bahnkurve, die aber wiederum mit den genannten vektoriellen Größen beschrieben wird ($ds(t) = |d\vec{r}(t)|$). Sind Bewegungen mit Zwangskräften wie beispielsweise bei einer Achterbahnfahrt zu beschreiben, bietet sich der Formalismus des Begleitenden Dreibeins an [3]. Hierbei handelt es sich um ein, oft mit dem Weg s parametriertes, System von orthogonalen Einheitsvektoren, das mit dem Körper entlang seiner Bahnkurve durch den Raum wandert.

4 Kinematik in der Unterrichtspraxis

In vielen Schulbüchern werden die kinematischen Größen durch 1-dimensionale Translationsbewegungen eingeführt. Der Weg und die daraus hergeleiteten Weg-Zeit-Gesetze sind dann die zentralen Beschreibungsinstrumente. Die sich daraus ergebenden Probleme spiegelten sich bereits beim vertikalen Wurf durch die absurde Feststellung, dass der Weg nach Beendigung der Bewegung null sei, wider. Dass solche Darstellungen Schüler verwirren, ist nicht wirklich überraschend [4]. Doch wo liegen die Ursachen?

Das Vorwort eines bekannten Schulbuches beruft sich darauf, dass „die Vektorrechnung als solche in Klasse 11 noch nicht zur Verfügung steht". Aber auch in anderen Werken wird darauf hingewiesen, dass die kinematischen Größen „eigentlich" Vektoren seien. Trotzdem werden sie wie Skalare behandelt, was zu einer insgesamt inkonsistenten Darstellung der Kinematik führt.

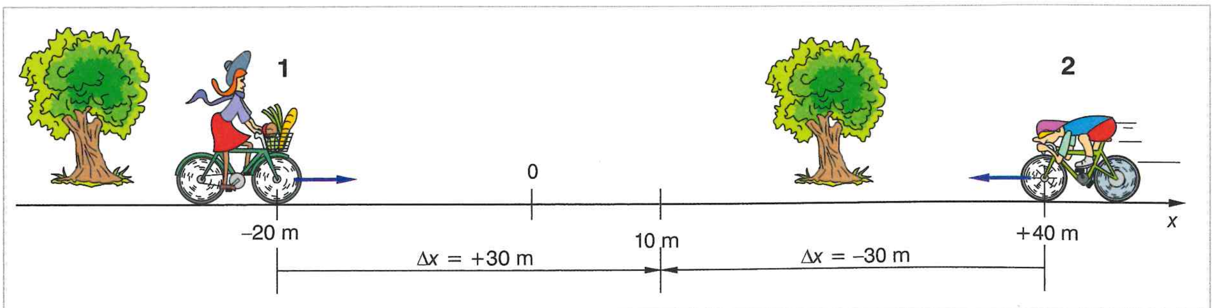

Abb. 3: 1-dimensionale Bewegung zweier Radfahrer

Das folgende einfache Beispiel einer 1-dimensionalen Bewegung zweier Radfahrer (Abb. 3) zeigt, wie Ort, Ortsverschiebung und Weg widerspruchsfrei eingeführt werden können.

Mit Schülern der Sekundarstufe I könnte diese Bewegung ohne den Formalismus der Vektorrechnung folgendermaßen behandelt werden: Radfahrer 1 befindet sich zum Zeitpunkt t_1 am Ort $x_1 = -20$ m und fährt in positive x-Richtung zum Ort $x_2 = +10$ m, den er zum Zeitpunkt t_2 erreicht. Die Ortsverschiebung für beide Radfahrer ergibt sich dann mit [5]:

Radfahrer 1:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = +10\text{ m} - (-20\text{ m}) = +30\text{ m} \qquad (1)$$

Radfahrer 2:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = +10\text{ m} - (+40\text{ m}) = -30\text{ m} \qquad (2)$$

Wichtig ist hierbei, dass die beiden neuen Größen Ort und Ortsverschiebung hinreichend gefestigt werden. In einem weiteren Schritt könnte die Zeit, besser der Zeitpunkt t und das Zeitintervall Δt mit dem Ort und der Ortsverschiebung verknüpft werden. Nun lässt sich die Durchschnittsgeschwindigkeit als Ortsverschiebung pro Zeitintervall

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

definieren und nicht – wie häufig zu finden – als Weg pro Zeit.

Der Weg, besser das Wegelement Δs als Teil des Gesamtwegs, ergibt sich bei geradlinigen Bewegungen direkt als Betrag der Ortsverschiebung: $\Delta s = |\Delta x|$.

Im Unterricht der Sekundarstufe II lässt sich mit dieser Bewegung an die Vorkenntnisse aus der Sekundarstufe I anknüpfen und der Formalismus der Vektorrechnung vorstellen. Für Radfahrer 2 ergibt sich dann:

Radfahrer 2:

$$\Delta\vec{r}(\Delta t) = \Delta\vec{r}(t_1, t_2) = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$$

$$= \begin{pmatrix}10\\0\\0\end{pmatrix}\text{m} - \begin{pmatrix}40\\0\\0\end{pmatrix}\text{m} = \begin{pmatrix}-30\\0\\0\end{pmatrix}\text{m} \qquad (3)$$

Mithilfe der Spaltenvektorschreibweise lassen sich dann auch 2- und 3-dimensionale Bewegungen wie die Kurvenfahrt des PKWs (Abb. 2) sehr übersichtlich darstellen:

A nach B:

$$\Delta\vec{r}(\Delta t) = \Delta\vec{r}(t_1, t_2) = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$$

$$= \begin{pmatrix}20\\52\\0\end{pmatrix}\text{m} - \begin{pmatrix}60\\22\\0\end{pmatrix}\text{m} = \begin{pmatrix}-40\\+30\\0\end{pmatrix}\text{m} \qquad (4)$$

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die Kinematik auch in der Sekundarstufe I keineswegs 1-dimensional eingeführt werden muss. Wie Hopf, Wilhelm, Waltner, Tobias und Wiesner zeigen, lässt sich bereits in der Jahrgangsstufe 7 eine konsistente 2-dimensionale Darstellung der Mechanik lernwirksam unterrichten [6].

5 Fazit

Inkonsistenten Darstellungen der Kinematik liegen im Wesentlichen folgende Ursachen zugrunde:

- mehrdeutige Verwendung des Formelzeichens *s*,
- Verwendung des Weges als zentrale Beschreibungsgröße,
- skalare Behandlung vektorieller Größen.

In der Unterrichtspraxis lassen sich diese Problem durch folgende Maßnahmen vermeiden:

- Verwendung von Ort und Ortsverschiebung als zentrale Beschreibungsgrößen,
- Verwendung von Koordinatenachsen (Sekundarstufe I) bzw. Koordinatensystemen (Sekundarstufe II),
- Verwendung von Weg nur für das, was der „Kilometerzähler" misst, also für die Summe aller Wegelemente Δs.

Diese Maßnahmen führen zu einer konsistenten Darstellung der Kinematik. In der Sekundarstufe II bietet sich ein konsequent vektorieller Ansatz an. Die wenigen Elemente der Vektorrechnung wie Addition, Subtraktion sowie Multiplikation von Skalar und Vektor lassen sich dabei integrativ unterrichten [7].

Literatur

[1] B. Diehl; R. Erb; H. Heise; U. Kotthaus; K. Lindner; H.-J. Schlichting; C. Schmalhofer; L.-H. Schön; K. G. Schröder; H. Schulze; P. M. Schulze; W: Tews; P. C. Tillmanns; R. Winter (2008): Physik Oberstufe Gesamtband, 1. Aufl., Cornelsen Verlag, Berlin

[2] J. Grehn; J. Krause (Hrsg.) (2008): Metzler Physik, 4. Aufl., Bildungshaus Schulbuchverlage: Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH, Braunschweig

[3] P. Reineker; M. Schulz; B. Schulz: (2006): Theoretische Physik I – Mechanik, 1. Aufl., Wiley-VCH, Weinheim

[4] T. Wilhelm; D. Heuer (2002): Fehlvorstellungen in der Kinematik vermeiden – durch Beginn mit der zweidimensionalen Bewegung, In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule Heft 7/51, S. 29–34

[5] D. Halliday; R. Resnick; J. Walker (2009): Physik, 2. Aufl., Wiley-VCH, Weinheim

[6] M. Hopf; T. Wilhelm; C. Waltner; V. Tobias; H. Wiesner (2009): Einführung in die Mechanik, München, Würzburg, www.thomas-wilhelm.net/Mechanikbuch_Druckversion.pdf

[7] T. Amenda; H. Schecker; C. Kulgemeyer (2013): Bedeutung fachlicher Elementarisierungen für das Verständnis der Kinematik, In: S. Bernholt (Hrsg.): Inquiry-based Learning – Forschendes Lernen, Kiel, S. 269–271

Thomas Amenda, Horst Schecker