



Thomas Wilhelm (Hrsg.)

Stolpersteine überwinden im Physikunterricht

Anregungen zu fachgerechten Elementarisierungen

1 Was ist eine gute Elementarisierung?

Welche Inhalte, Sachstrukturen, Experimente und Elementarisierungen im Physikunterricht verwendet werden, ist stark von Traditionen bestimmt, die u. a. durch Schulbücher und Experimentierbücher weitergegeben werden. Zunächst ist es positiv, als Lehrkraft auf diesen Schatz an Erfahrungen zurückgreifen zu können und sich nicht alles selbst überlegen zu müssen. Immer wieder zeigen aber empirische Studien der Physikdidaktik auf, dass andere Sachstrukturen zu mehr Verständnis bei den Schülern¹ führen können. Beispielhaft genannt seien das Konzept der Sender-Strahlungs-Empfänger-Vorstellung im Gegensatz zur konstruktionsbetonenden Optik [1, 2], das Energie-vor-Arbeit-Konzept [3] oder das Konzept der zweidimensional-dynamischen Mechanik [4, 5]. Es sind aber nicht nur die großen Konzepte und die grundlegenden Vorgehensweisen, die im Unterricht von Bedeutung sind. Manchmal ist es nur ein Versuch, der Schüler verwirrt, oder eine bestimmte Formulierung, die zu Fehlvorstellungen führt. Daneben gibt es Erklärungen, die eine lange Tradition haben, aber dennoch fachlich falsch sind und ohne Verlust weggelassen werden können.

In diesem Buch werden bekannte Erklärungen, bekannte Versuche und bekannte Vorgehensweisen vorgestellt, die aber missverständlich, verwirrend oder lernhinderlich sind, und verbreitete Behauptungen, die den aktuellen Forschungsergebnissen widersprechen. Jedes Kapitel beschränkt sich jeweils auf ein kleines, schwieriges Thema der Sekundarstufe. Verständnissvoll werden ungeschickte Vorgehensweisen oder falsche Behauptungen geschildert und dann kritisch hinterleuchtet. Manchmal wird dann vorgeschlagen, dies anders oder überhaupt nicht zu unterrichten. Im Vordergrund steht aber nicht, alternative Unterrichtskonzepte vorzustellen, sondern zum kritischen Nachdenken anzuregen.

Es soll also nicht darum gehen, eine Lehrkraft deswegen zu tadeln, weil sie einen Baustein im Unterricht benutzt, der sich innerhalb von Jahrzehnten bewährt zu haben scheint, sondern es geht darum, vor manchen Stolperfallen zu warnen, damit keiner hinfällt. Manche dieser Gedanken wurden schon an anderer Stelle vorgestellt, aber die jeweiligen Zeitschriftenartikel wurden kaum bekannt und haben unsere Lehrtradition noch nicht verändert. Manche Stolpersteine sind auch recht neu und noch nicht so verbreitet,

aber es besteht die Gefahr, dass sie zur Tradition werden.

Bei manchem in diesem Buch kritisierten Vorgehen mag der Leser sagen, das Vorgehen sei eben eine Elementarisierung, und diese muss nicht fachlich korrekt sein. Richtig ist, dass wir die komplexe Sachstruktur der Physik für den Physikunterricht didaktisch reduzieren und in kleine Sinneinheiten zerlegen müssen, die dann zu einer eventuell ganz anderen Sachstruktur des Unterrichts wieder zusammengesetzt werden müssen. Diesen Vorgang nennt man *Elementarisierung* [6] oder *Didaktische Rekonstruktion* [7]. Elementarisieren bedeutet demnach a) vereinfachen, b) das Wesentliche herausarbeiten und c) in Bestandteile zerlegen [8, 9]. Eine Vereinfachung des Inhalts bedeutet eine Niveauabsenkung, eine Verminderung der Abstraktheit durch Rückführung zum Konkreten und einen Abbau der Komplexität. Dies geschieht durch eine Rückführung auf das Qualitative, durch Vernachlässigungen und durch bildhafte Darstellungen. Das Wesentliche oder Elementare, das herausgearbeitet wird, ist die grundlegende Idee, das Gesetz, das Prinzip, die tragende Wirkungsweise oder Zweckbestimmung. Schließlich braucht man für den Unterricht eine Abfolge kleinerer Sinneinheiten, also kleine Bestandteile, da man nicht alles auf einmal vermitteln kann.

Eine gute Elementarisierung ist schülergerecht, das heißt, sie berücksichtigt entwicklungspsychologische Aspekte, Schülervorwissen, Schülerfehlvorstellungen und sie ist anregend und attraktiv [6]. Außerdem ist eine gute Elementarisierung zielgerecht, denn es sind die Ziele des Physikunterrichts, die entscheiden, was intensiv und was oberflächlich behandelt wird. Eine gute Elementarisierung muss aber nicht in allen Aspekten fachlich richtig sein; insbesondere muss sich der Unterricht nicht an die Fachsystematik der Hochschule halten [10]. Manchmal müssen Umwege über halbrichtige Zwischenstufen gegangen werden [10]. Manchmal ist – da man vereinfacht hat – eine Aussage nur in einen gewissen Gültigkeitsbereich richtig (den man aber angeben sollte). Auch Modelle bzw. Analogien sind zugelassen, die natürlich außerhalb ihres Modellbereiches häufig falsch sind [6]. Außerdem werden aus fachdidaktischer Sicht Fachbegriffe erfunden, die es in der Hochschulphysik nicht gibt. Deshalb ist für Elementarisierungen statt „fachlich richtig“ besser „fachlich relevant“ [11] bzw. „fachgerecht“ [6] zu fordern. Der physikalische Sinn eines Begriffes darf nicht verfälscht und ein Phänomen oder die Funktionsweise

eines Gerätes nicht auf falsche Grundlagen bezogen werden [6]. Außerdem muss eine Elementarisierung „entwicklungsfähig“ [11] bzw. „fachlich erweiterbar“ [6] bzw. „anschlussfähig“ [12] sein. Das bedeutet, dass Schüler in höheren Jahrgangsstufen nicht umlernen müssen, sondern grundlegende Bedeutungen erhalten bleiben. Bedenklich ist eine Elementarisierung dann, wenn sie dem Lernen anderer Themen oder einer späteren Erweiterung im Wege steht. Das Kriterium ist also nicht die fachliche Richtigkeit aus Hochschulsicht, sondern ob eine Erklärung oder Elementarisierung langfristig zum Verständnis der Physik beiträgt oder nicht.

Es gibt Versuche, die bei dem Thema, bei dem sie eingesetzt werden, eher Fehlvorstellungen erzeugen, als das Verständnis des Themas zu unterstützen. Sie können deshalb weggelassen und durch andere Versuche ersetzt werden (Beispiele: Stolpersteine 3.2: Trägheit nur bei schnellen Bewegungen?, 3.3: Trägheit nur bei großen Kräften?). Es gibt Versuche, die Fehlvorstellungen in einem anderen physikalischen Gebiet fördern und durch andere Versuche ersetzt werden können (Stolpersteine 6.4: Wie schwimmt die Magnetnadel?). Es gibt Erklärungen, die nicht nur fachlich falsch, sondern kompliziert sind und bei denen eine richtige Erklärung viel einfacher ist (Stolperstein 3.8: Warum können wir Schlittschuh laufen?). Ganze Analogien haben sich als problematisch erwiesen, weil sie Fehlvorstellungen fördern (Stolperstein 6.1: Elektronen als Energieträger?) oder weil sie sich trotz fachlicher Richtigkeit nicht als lernförderlich erwiesen haben (Stolperstein 6.2: Hilft die Wasserkreislaufanalogie?).

Es wäre ein Missverständnis, das Buch so aufzufassen, als ob die Autoren gegen Elementarisierung bzw. Vereinfachungen seien und dafür eintreten, die Physik in der Schule so wie in der Hochschule zu unterrichten. Manchmal geht es nur darum, einen Versuch oder eine Erklärung oder einen Inhaltsaspekt schlicht wegzulassen. Manchmal muss eine Erklärung nur leicht anders formuliert werden.

Physiklehrkräfte, Physikdidaktiker und Physiker entwickeln ständig neue Ideen für den Physikunterricht, das heißt neue Beispiele, neue Inhalte, neues Vorgehen. Insbesondere neue technische Errenschaften eröffnen viele Möglichkeiten im Unterricht. Gleichzeitig hat sich die Unterrichtszeit aber nicht erhöht. Deshalb ist es positiv, wenn es Vorschläge dazu gibt, was man weglassen sollte; es bleiben genug Inhalte übrig.

Als Beispiel sei eine aus historischen Gründen verbreitete, aber didaktisch ungünstige Elementarisierung in der Mechanik dargestellt: In der Hochschulphysik ist der Ort eines Körpers festgelegt durch seinen Ort $\vec{r} = (x, y, z)$ in einem dreidimensionalen Bezugssystem. Die zeitliche Ortsänderung ergibt

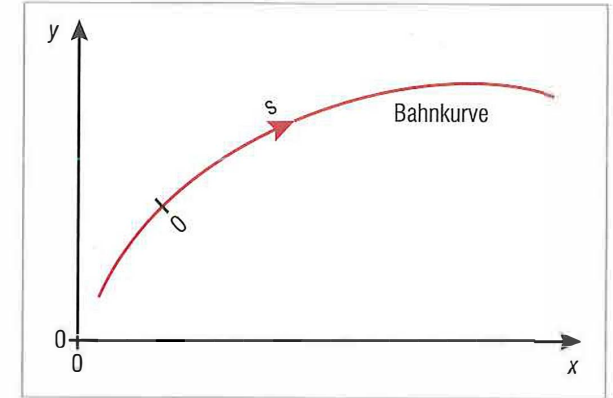


Abb. 1: Ort im zweidimensionalen Bezugssystem und eindimensionaler Weg längs einer Bahnkurve

die Geschwindigkeit $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ und die zeitliche Geschwindigkeitsänderung ergibt die Beschleunigung $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, wobei $\vec{r}$, $\vec{v}$ und $\vec{a}$ Vektoren sind. Zur Vereinfachung betrachtet man nun in der Schule traditionell nur den Weg s längs der (im Allgemeinen dreidimensionalen) Bahnkurve (siehe Abb. 1) ausgehend von einem Startpunkt, also den Abstand zum Startpunkt längs der Bahnkurve. Die Richtung der Koordinatenachse ändert sich quasi mit dem Ort des Körpers. Die zeitliche Wegänderung ist eine Zahl und wird nun „Geschwindigkeit“ genannt. Ihr Betrag entspricht auch dem Betrag des Geschwindigkeitsvektors, und ihr Vorzeichen gibt an, ob sich der Körper auf der Bahnkurve „vorwärts“ oder „rückwärts“ bewegt. Die zeitliche Änderung dieser Zahl ist wiederum eine Zahl und wird nun „Beschleunigung“ genannt. Ihr Betrag entspricht dem Betrag der tangentialen Beschleunigungskomponente und ihr Vorzeichen gibt an, ob die tangentiale Beschleunigung „vorwärts“ oder „rückwärts“ gerichtet ist. Auch bei den Kräften werden nur die tangentialen Anteile berücksichtigt, sodass $F = m \cdot a$ gilt. Alle Bewegungen sind nun quasi auf eine eindimensionale Bewegung zurückgeführt und alle Größen sind Zahlen statt Vektoren.

Probleme treten dann auf, wenn – z. B. bei der Kreisbewegung – thematisiert werden soll, dass für eine Richtungsänderung eine Kraft nötig ist und es entsprechend eine radiale Beschleunigungskomponente gibt. Dies ist bei obiger Elementarisierung nicht verstehbar. Die Elementarisierung ist also nicht erweiterbar, nicht entwicklungsfähig und allenfalls bei geradlinigen Bewegungen verwendbar. Die Hauptaussage der Newton'schen Mechanik ist, dass – bei konstanter Masse – jede Kraft eine Geschwindigkeitsänderung bewirkt und für jede Geschwindigkeitsänderung eine Kraft nötig ist, wobei eine Geschwindigkeitsänderung sowohl eine Änderung des Geschwindigkeitsbetrages als auch der Geschwindigkeitsrichtung sein kann. Mit obiger Vereinfachung verkürzt man diese Aussage erheblich und wird ihr fachlich nicht

¹ Die Autoren vermeiden in diesem Buch Doppelformen wie „Schülerinnen und Schüler“ oder Abkürzungen wie „SuS“ im Interesse eines flüssig lesbaren Textes.

gerecht. Stattdessen werden Fehlvorstellungen unterstützt. Weil hier bei der Einführung der Begriffe zu stark vereinfacht wurde, ist eine spätere, nötige Verallgemeinerung nicht mehr möglich und die Schüler bleiben an der ersten Einführung fixiert [11]. Viele Beiträge des Kapitels 2 zeigen, welche Probleme sich aus dieser traditionellen Elementarisierung ergeben. Alternative Unterrichtskonzepte, die die Richtung der Größen berücksichtigen, sind zudem erfolgreicher [13, 14, 4, 5].

Es geht in diesem Buch darum, manch alte Pfade neu zu überdenken. Gute Elementarisierungen zu finden, bleibt eine Herausforderung und eine zentrale Aufgabe der Physikdidaktik, zu der es neben Schulerfahrung, guter fachlicher und fachdidaktischer Kenntnis insbesondere Kreativität und Ideen braucht.

Literatur

- [1] D. Herdt: Einführung in die elementare Optik. Vergleichende Untersuchung eines neuen Lehrgangs, Westarp, Essen, 1989
- [2] Vier Lehrerhandbücher wurden von H. Wiesner, P. Engelhardt, D. Herdt u. a. in der Reihe Unterricht Physik im Aulis-Verlag veröffentlicht: Band 1: Optik I, Band 2: Optik II, Band 3/I: Optik III/1 und Band 3/II: Optik III/2
- [3] M. Bader: Vergleichende Untersuchung eines neuen Lehrganges „Einführung in die mechanische Energie und Wärmelehre“, Dissertation Universität München, 2001
- [4] T. Wilhelm; V. Tobias; C. Waltner; H. Hopf; H. Wiesner: Einfluss der Sachstruktur auf das Lernen Newtonscher Mechanik – In: H. Bayrhuber; U. Harms; B. Muszynski; B. Ralle; M. Rothgangel; L.-H. Schön; H. Vollmer; H. G. Weigand (Hrsg.): Formate Fachdidaktischer Forschung. Empirische Projekte – historische Analysen – theoretische Grundlegungen, Fachdidaktische Forschungen, Band 2, Waxmann, Münster/New York/München/Berlin, 2012, S. 237–258
- [5] Zwei Lehrerhandbücher wurden im Aulis-Verlag veröf-

fentlicht: H. Wiesner; T. Wilhelm; C. Waltner; V. Tobias; A. Rachel; M. Hopf: Mechanik I: Kraft und Geschwindigkeitsänderung. Neuer fachdidaktischer Zugang zur Mechanik (Sek. 1), Aulis-Verlag, 2016 – T. Wilhelm; H. Wiesner; M. Hopf; A. Rachel: Mechanik II: Dynamik, Erhaltungssätze, Kinematik – In: Reihe Unterricht Physik, Band 6, Aulis-Verlag, 2013

- [6] E. Kircher: Elementarisierung und didaktische Rekonstruktion – In: E. Kircher; R. Girwidz; P. Häußler (Hrsg.): Physikdidaktik. Theorie und Praxis, 3. Auflage, Berlin/Heidelberg, Springer Spektrum, 2015, S. 107–139
- [7] U. Kattmann; R. Duit; H. Gropengießer; M. Komorek: Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion. Ein Rahmen für naturwissenschaftsdidaktische Forschung und Entwicklung. Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, 3, Heft 3, 1997, S. 3–18
- [8] W. Bleichroth: Elementarisierung, das Kernstück der Unterrichtsvorbereitung – In: Naturwissenschaften im Unterricht – Physik 2, 1991, S. 4–11
- [9] W. Bleichroth; H. Dahncke; W. Jung; W. Kuhn; G. Merzyn; K. Weltner: Fachdidaktik Physik, 2. überarbeitete und erweiterte Auflage, Aulis Verlag Deubner & Co KG, Köln, 1999
- [10] R. Duit: Zur Rolle des Faches Physik beim Lehren und Lernen von Physik – In: Maurer, Chr. (Hrsg.): Authentizität und Lernen – das Fach in der Fachdidaktik, Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, Jahrestagung in Berlin 2015, Band 36, 2016, S. 4–12, http://www.gdcp.de/images/tagungsbaende/GDCP_Band36.pdf
- [11] W. Jung: Fachliche Zulässigkeit aus didaktischer Sicht, Arbeitspapier zum IPN Seminar 2, IPN polykop, Kiel, 1972. Und in: J. Kahlke; F. M. Kath: Didaktische Reduktion und methodische Transformation. Quellenband, Leuchtturm-Verlag, Alsbach, 1984, S. 111–121
- [12] H. Wiesner; H. Schecker; M. Hopf: Physikdidaktik kompakt, Aulis Verlag in der Stark Verlagsgesellschaft, 2011
- [13] T. Amenda: Bedeutung fachlicher Elementarisierungen für das Verständnis der Kinematik, Dissertation, Universität Bremen, 2017
- [14] T. Wilhelm: Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung, Dissertation, Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 46, Logos-Verlag, Berlin, 2005, URL: <http://www.opus-bayern.de/uni-wuerzburg/volltexte/2009/3955/>

Thomas Wilhelm

2.1 Ort, Ortsverschiebung, Weg – wofür steht eigentlich das s ?

1 Das Problem

Bei der kinematischen Beschreibung von Bewegungen findet man in Schulbüchern neben Geschwindigkeit und Beschleunigung die Begriffe Ort, Ortsverschiebung, Strecke, Weg und Wegstrecke. Doch verbergen sich hinter diesen fünf Begriffen unterschiedliche physikalische Größen? Und sind all diese Begriffe bzw. Größen zur Beschreibung von Bewegungen wirklich notwendig?

In vielen gängigen Schulbüchern wird für Weg, Strecke usw. das Formelzeichen s verwendet. Schaut man sich die für den Physikunterricht der Sekundarstufe II zugelassenen Standardwerke an, so sieht man, dass die Autoren das s in unterschiedlichen Bedeutungen verwenden.

Dieses Kapitel zeigt die sich daraus ergebenden fachdidaktischen Probleme auf und gibt Tipps für die Unterrichtspraxis.

2 Ort, Ortsverschiebung und Weg in den Schulbüchern

Stellvertretend für die Problematik stehen die folgenden Auszüge aus bekannten Schulbüchern:

Befindet sich der Körper zur Zeit t_1 am Ort $s_1 = s(t_1)$ und bewegt er sich von s_1 zu einem zweiten Ort $s_2 = s(t_2)$, dann legt er den Weg $\Delta s = s_2 - s_1$ zurück. Während dieser Ortsänderung vergeht die Zeit $\Delta t = t_2 - t_1$. [1, S. 14]

Hier wird das Formelzeichen s für den Ort eingeführt. Der zwischen den beiden Orten s_1 und s_2 zurückgelegte Weg wird mit Δs bezeichnet. Nun werden Weg und Ortsänderung implizit gleichgesetzt. Sind also Weg und Ortsänderung wirklich das Gleiche?

Der zurückgelegte Weg s zum Zeitpunkt t im t - s -Diagramm entspricht der Rechteckfläche vt im t - v -Diagramm. [1, S. 19]

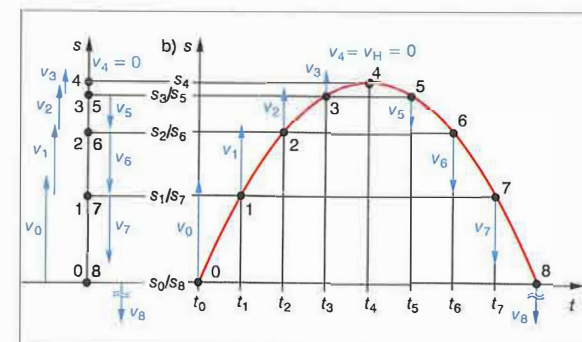


Abb. 1: Vertikaler Wurf nach oben

Einige Seiten später wird das s auch für Weg selber verwendet. Ist eine Unterscheidung zwischen Weg und Ort nicht unbedingt notwendig?

Der Wurf ist beendet, wenn der Körper wieder den Boden erreicht: Der Weg s ist null. [2, S. 29]

Das hier dargestellte Weg-Zeit-Diagramm (Abb. 1) beschreibt einen vertikalen Wurf nach oben mit der Aussage, dass der Weg s nach Erreichen des Bodens null sei. Hat denn ein Körper nach einer Bewegung keinen Weg zurückgelegt?

Da für eine Ortsveränderung nicht nur der Betrag des Weges, sondern auch die Richtung bedeutsam ist, ist die physikalische Größe Weg ein Vektor $\vec{s}$. [2, S. 13]

In diesem Merksatz erfolgt eine Gleichsetzung von Ortsveränderung und Weg. Zusätzlich wird dem Weg auch eine Richtung zugeschrieben, woraus folgt, dass der Weg deshalb ein Vektor sei. Wenn man davon ausgeht, dass der „Kilometerzähler“ eines PKWs den wirklich zurückgelegten Weg misst, stellt sich die Frage: Läuft der Kilometerzähler bei einer Bewegungsrichtungsumkehrung auch wieder rückwärts und auf welches Koordinatensystem bezieht sich die Angabe des Kilometerzählers?

3 Bedeutung von Ort, Ortsverschiebung und Weg

In den dargestellten Schulbuchauszügen wird das Formelzeichen s gleichermaßen für den Ort und den Weg verwendet, außerdem wird nicht zwischen Orts-

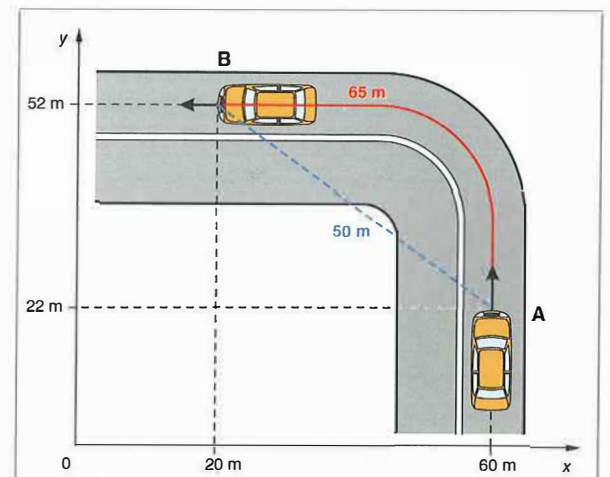


Abb. 2: Kurvenfahrt eines PKWs

Veränderung und Weg unterschieden. Wie wichtig es ist, sehr genau zwischen diesen Größen zu unterscheiden, verdeutlicht die Kurvenfahrt eines PKWs (Abb. 2).

Der PKW befindet sich zum Zeitpunkt t_1 am Ort A und fährt zum Ort B, den er zum Zeitpunkt t_2 erreicht. Während seiner Kurvenfahrt legt er einen Weg bzw. ein Wegelement von $\Delta s(\Delta t) = 65 \text{ m}$ zurück (durchgezogene Linie).

Um die Ortsverschiebung (gestrichelte Linie) zu berechnen, werden die Orte A und B zunächst durch ihre Ortsvektoren

$$\vec{r}(t_1) = (60, 22, 0) \text{ m}$$

und

$$\vec{r}(t_2) = (20, 52, 0) \text{ m}$$

dargestellt.

Die im gleichen Zeitintervall Δt stattgefundenene Ortsverschiebung ergibt sich dann mit

$$\Delta \vec{r}(\Delta t) = (-40, 30, 0) \text{ m}.$$

Der direkte Abstand zwischen den beiden Orten („Luftlinie“) ergibt sich mit

$$|\Delta \vec{r}(\Delta t)| = 50 \text{ m}.$$

Was aber ändert sich, wenn der PKW nun von B nach A zurück fährt? Das Wegelement $\Delta s(\Delta t)$ und der direkte Abstand $|\Delta \vec{r}(\Delta t)|$ ändern sich natürlich nicht, aber die Ortsverschiebung ist mit

$$|\Delta \vec{r}(\Delta t)| = (40, -30, 0) \text{ m}$$

nicht mehr die Gleiche!

Es lässt sich also an der vektoriellen Größe Ortsverschiebung $\Delta \vec{r}(\Delta t)$ die Richtung der Bewegung des PKWs ablesen. Diese Information liefert die skalare Größe Weg s bzw. Wegelement $\Delta s(\Delta t)$ nicht. Aus genau diesem Grund können Bewegungen, auch 1-dimensionale, grundsätzlich nicht vollständig mittels Wegelementen bzw. Wegen beschrieben werden!

Der eingangs vorgestellte vertikale Wurf nach oben zeigt aber noch eine andere, nicht unwesentliche Eigenschaft von Wegelementen und Wegen, nämlich, dass diese niemals negativ werden können:

$$\Delta s(\Delta t) \geq |\Delta \vec{r}(\Delta t)| \quad [3].$$

Bewegungen werden durch Bahnkurven (Trajektorien) beschrieben. Dazu ist immer ein Koordinatensystem notwendig. Bei Translationsbewegungen wird meistens ein 3-dimensionales kartesisches Koordinatensystem verwendet. Die grundlegenden Beschreibungsgrößen sind dabei der Ort $\vec{r}(t)$, an dem sich der Körper zum Zeitpunkt t befindet und die im Zeitintervall Δt stattgefundenene Ortsverschiebung $\Delta \vec{r}(\Delta t)$ mit $\Delta \vec{r}(\Delta t) = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$. Alle weiteren kinematischen Beschreibungsgrößen wie Geschwindigkeit, Tempo und Beschleunigung lassen sich daraus ableiten [3].

Spielt denn der Weg in der Kinematik so gar keine Rolle? Doch, der Weg entspricht der Bahnkurve, die aber wiederum mit den genannten vektoriellen Größen beschrieben wird ($ds(t) = |d\vec{r}(t)|$). Sind Bewegungen mit Zwangskräften wie beispielsweise bei einer Achterbahnfahrt zu beschreiben, bietet sich der Formalismus des Begleitenden Dreibeins an [3]. Hierbei handelt es sich um ein, oft mit dem Weg s parametrisiertes, System von orthogonalen Einheitsvektoren, das mit dem Körper entlang seiner Bahnkurve durch den Raum wandert.

4 Kinematik in der Unterrichtspraxis

In vielen Schulbüchern werden die kinematischen Größen durch 1-dimensionale Translationsbewegungen eingeführt. Der Weg und die daraus hergeleiteten Weg-Zeit-Gesetze sind dann die zentralen Beschreibungsinstrumente. Die sich daraus ergebenden Probleme spiegeln sich bereits beim vertikalen Wurf durch die absurde Feststellung, dass der Weg nach Beendigung der Bewegung null sei, wider. Dass solche Darstellungen Schüler verwirren, ist nicht wirklich überraschend [4]. Doch wo liegen die Ursachen?

Das Vorwort eines bekannten Schulbuches beruft sich darauf, dass „die Vektorrechnung als solche in Klasse 11 noch nicht zur Verfügung steht“. Aber auch in anderen Werken wird darauf hingewiesen, dass die kinematischen Größen „eigentlich“ Vektoren seien. Trotzdem werden sie wie Skalare behandelt, was zu einer insgesamt inkonsistenten Darstellung der Kinematik führt.

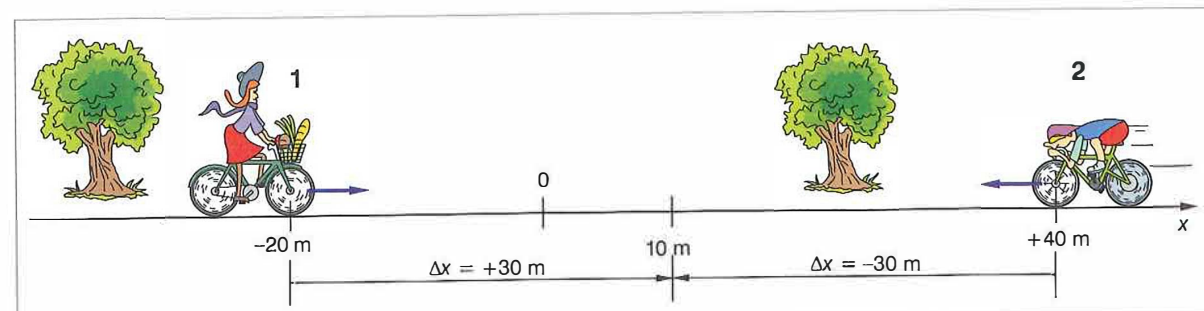


Abb. 3: 1-dimensionale Bewegung zweier Radfahrer

Das folgende einfache Beispiel einer 1-dimensionalen Bewegung zweier Radfahrer (Abb. 3) zeigt, wie Ort, Ortsverschiebung und Weg widerspruchsfrei eingeführt werden können.

Mit Schülern der Sekundarstufe I könnte diese Bewegung ohne den Formalismus der Vektorrechnung folgendermaßen behandelt werden: Radfahrer 1 befindet sich zum Zeitpunkt t_1 am Ort $x_1 = -20 \text{ m}$ und fährt in positive x-Richtung zum Ort $x_2 = +10 \text{ m}$, den er zum Zeitpunkt t_2 erreicht. Die Ortsverschiebung für beide Radfahrer ergibt sich dann mit [5]:

Radfahrer 1:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = +10 \text{ m} - (-20 \text{ m}) = +30 \text{ m} \quad (1)$$

Radfahrer 2:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = +10 \text{ m} - (+40 \text{ m}) = -30 \text{ m} \quad (2)$$

Wichtig ist hierbei, dass die beiden neuen Größen Ort und Ortsverschiebung hinreichend gefestigt werden. In einem weiteren Schritt könnte die Zeit, besser der Zeitpunkt t und das Zeitintervall Δt mit dem Ort und der Ortsverschiebung verknüpft werden. Nun lässt sich die Durchschnittsgeschwindigkeit als Ortsverschiebung pro Zeitintervall

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

definieren und nicht – wie häufig zu finden – als Weg pro Zeit.

Der Weg, besser das Wegelement Δs als Teil des Gesamtwegs, ergibt sich bei geradlinigen Bewegungen direkt als Betrag der Ortsverschiebung: $\Delta s = |\Delta x|$.

Im Unterricht der Sekundarstufe II lässt sich mit dieser Bewegung an die Vorkenntnisse aus der Sekundarstufe I anknüpfen und der Formalismus der Vektorrechnung vorstellen. Für Radfahrer 2 ergibt sich dann:

Radfahrer 2:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{r}(\Delta t) &= \Delta \vec{r}(t_1, t_2) = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) \\ &= \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m} - \begin{pmatrix} 40 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m} = \begin{pmatrix} -30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m} \end{aligned} \quad (3)$$

Mithilfe der Spaltenvektorschreibweise lassen sich dann auch 2- und 3-dimensionale Bewegungen wie die Kurvenfahrt des PKWs (Abb. 2) sehr übersichtlich darstellen:

A nach B:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{r}(\Delta t) &= \Delta \vec{r}(t_1, t_2) = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) \\ &= \begin{pmatrix} 20 \\ 52 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m} - \begin{pmatrix} 60 \\ 22 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m} = \begin{pmatrix} -40 \\ 30 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m} \end{aligned} \quad (4)$$

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die Kinematik auch in der Sekundarstufe I keineswegs 1-dimensional eingeführt werden muss. Wie Hopf, Wilhelm, Waltner, Tobias und Wiesner zeigen, lässt sich bereits in der Jahrgangsstufe 7 eine konsistente

2-dimensionale Darstellung der Mechanik lernwirksam unterrichten [6].

5 Fazit

Inkonsistenten Darstellungen der Kinematik liegen im Wesentlichen folgende Ursachen zugrunde:

- mehrdeutige Verwendung des Formelzeichens s ,
- Verwendung des Weges als zentrale Beschreibungsgröße,
- skalare Behandlung vektorieller Größen.

In der Unterrichtspraxis lassen sich diese Problem durch folgende Maßnahmen vermeiden:

- Verwendung von Ort und Ortsverschiebung als zentrale Beschreibungsgrößen,
- Verwendung von Koordinatenachsen (Sekundarstufe I) bzw. Koordinatensystemen (Sekundarstufe II),
- Verwendung von Weg nur für das, was der „Kilometerzähler“ misst, also für die Summe aller Wegelemente Δs .

Diese Maßnahmen führen zu einer konsistenten Darstellung der Kinematik. In der Sekundarstufe II bietet sich ein konsequent vektorieller Ansatz an. Die wenigen Elemente der Vektorrechnung wie Addition, Subtraktion sowie Multiplikation von Skalar und Vektor lassen sich dabei integrativ unterrichten [7].

Literatur

- [1] B. Diehl; R. Erb; H. Heise; U. Kotthaus; K. Lindner; H.-J. Schlichting; C. Schmalhofer; L.-H. Schön; K. G. Schröder; H. Schulze; P. M. Schulze; W. Tews; P. C. Tillmanns; R. Winter (2008): Physik Oberstufe Gesamtband, 1. Aufl., Cornelsen Verlag, Berlin
- [2] J. Grehn; J. Krause (Hrsg.) (2008): Metzler Physik, 4. Aufl., Bildungshaus Schulbuchverlage: Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH, Braunschweig
- [3] P. Reineker; M. Schulz; B. Schulz: (2006): Theoretische Physik I – Mechanik, 1. Aufl., Wiley-VCH, Weinheim
- [4] T. Wilhelm; D. Heuer (2002): Fehlvorstellungen in der Kinematik vermeiden – durch Beginn mit der zweidimensionalen Bewegung, In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule Heft 7/51, S. 29–34
- [5] D. Halliday; R. Resnick; J. Walker (2009): Physik, 2. Aufl., Wiley-VCH, Weinheim
- [6] M. Hopf; T. Wilhelm; C. Waltner; V. Tobias; H. Wiesner (2009): Einführung in die Mechanik, München, Würzburg, www.thomas-wilhelm.net/Mechanikbuch_Druckversion.pdf
- [7] T. Amenda; H. Schecker; C. Kulgemeyer (2013): Bedeutung fachlicher Elementarisierungen für das Verständnis der Kinematik, In: S. Bernholt (Hrsg.): Inquiry-based Learning – Forschendes Lernen, Kiel, S. 269–271

Thomas Amenda, Horst Schecker

2.2 Geschwindigkeit oder Tempo?

1 Das Problem

Häufig steht in Schulbüchern, die Geschwindigkeit sei der zurückgelegte Weg dividiert durch die dazu benötigte Zeit:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

bzw. in der Sekundarstufe II

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Manchmal findet man auch ungünstig verkürzt:

$$v = \frac{s}{t}$$

Da der Weg s eine positive skalare Größe ist [1], ist die so festgelegte Geschwindigkeit auf diese Weise auch eine skalare Größe, die keine Richtung hat und immer positiv ist. Physikalisch korrekt muss man diese Größe Geschwindigkeitsbetrag nennen. Man kann dazu auch Tempo oder Schnelligkeit sagen, im Englischen spricht man von *speed*.

In der Physik werden Bewegungen aber nicht mit der skalaren Größe Weg, sondern mit den vektoriellen Größen Ort und Ortsänderung beschrieben [1]. Die Geschwindigkeit ist in der Physik die Ortsänderung $\Delta \vec{r}$ dividiert durch die dazu benötigte Zeit bzw. die Ableitung des Ortsvektors nach der Zeit

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \dot{\vec{r}}$$

und damit eine gerichtete Größe.

2 Vergleich von Tempo und Geschwindigkeit

Man könnte nun meinen, dass es keinen großen Unterschied macht, ob man die Richtung mitberücksichtigt oder nicht. Dies ist aber nicht der Fall.

Vergleichen wir dazu zunächst die Momentanwerte von Tempo und Geschwindigkeit bei verschiedenen Bewegungen: Bei einer gleichmäßigen Kreisbewegung ist das Tempo stets konstant, während sich die Geschwindigkeit permanent ändert, weil sich ihre Richtung permanent ändert. Bei einer eindimensionalen, schneller werdenden Bewegung in negative Koordinatenrichtung nimmt das Tempo kontinuierlich zu, während die Geschwindigkeitskomponente kontinuierlich abnimmt, da sie immer negativer wird.

Unterschiede gibt es auch, wenn wir die Durchschnittswerte von längeren Zeitintervallen vergleichen. Bei einer gleichmäßigen Kreisbewegung mit einer vollen Umrundung ist das Durchschnittstempo gleich dem Momentantempo, während die Durchschnittsgeschwindigkeit der ganzen Umrundung null ist. Dies ist so sinnvoll, denn insgesamt fand im betrachteten Zeitintervall keine Ortsveränderung statt,

der Körper ist nicht weiter gekommen. Auch bei einer beliebigen Hin- und Zurückbewegung bis zum Startpunkt längs einer Achse ist die Durchschnittsgeschwindigkeit null, während das Durchschnittstempo nicht null ist: Ein Auto, das eindimensional eine Minute mit $v = 30 \text{ m/s}$ und dann eine Minute mit $v = -30 \text{ m/s}$ fährt, hat das Durchschnittstempo 30 m/s und die Durchschnittsgeschwindigkeit 0 .

3 Konsequenzen für die Beschleunigung

Hat man die Geschwindigkeit entgegen der Physik als Weg pro Zeit und damit als Betragsgröße definiert (Tempo) und definiert nun die Beschleunigung als deren Änderung pro Zeit, dann ist auch die Beschleunigung nur eine skalare Größe, die positiv oder negativ sein kann. Beschleunigung bedeutet dann entweder Schnellerwerden oder Langsamerwerden, also nur Tempoänderung [2, 3].

Wird die Geschwindigkeit dagegen physikalisch richtig als Ortsänderung pro Zeit definiert und die Beschleunigung als Änderung dieser Geschwindigkeit pro Zeit, dann ist auch eine Änderung der Bewegungsrichtung bei konstantem Tempo eine Geschwindigkeitsänderung und damit eine Beschleunigung. Dann sind drei Arten von Beschleunigungen möglich: Schnellerwerden, Langsamerwerden und Richtungsänderung. Die Beschleunigung selbst hat dabei auch eine Richtung. Ein Schnellerwerden liegt vor, wenn Geschwindigkeit und Beschleunigung die gleiche Richtung haben; ein Langsamerwerden liegt vor, wenn Geschwindigkeit und Beschleunigung entgegengesetzte Richtung haben. Sind Geschwindigkeit und Beschleunigung immer senkrecht zueinander, findet die Bewegung auf einem Kreis mit konstantem Tempo statt. Für eindimensionale Bewegungen bedeutet dies: Ein Schnellerwerden liegt vor, wenn die Geschwindigkeitskomponente und die Beschleunigungskomponente das gleiche Vorzeichen haben, ein Langsamerwerden liegt vor, wenn die Geschwindigkeitskomponente und die Beschleunigungskomponente verschiedene Vorzeichen haben. Ein Schnellerwerden einer Bewegung in negative Richtung ist demnach eine negative Beschleunigung [2, 3].

Bei einer ganz beliebigen Bewegung wird die Beschleunigung in irgendeinem Winkel zur Geschwindigkeit liegen. Dann kann man die Beschleunigung in zwei Anteile aufteilen: Einen in Bewegungsrichtung (oder entgegen) und einen senkrecht dazu. Der tangential Anteil $\vec{a}_t$ in Bewegungsrichtung heißt Tangentialbeschleunigung und gibt an, wie sich das Tempo ändert (schneller oder langsamer). Der senkrechte

Anteil $\vec{a}_n$ heißt Radialbeschleunigung oder Normalbeschleunigung und gibt an, wie stark sich die Richtung der Bewegung ändert.

Die Beschleunigung ist eine sehr zentrale Größe in der Newton'schen Mechanik, denn eine ihrer Hauptaussagen ist, dass die Beschleunigung eines Körpers (bei konstanter Masse) die gleiche Richtung hat wie die Summe aller an diesem Körper angreifenden Kräfte. Wird Geschwindigkeit auf Tempo reduziert und damit gleichzeitig Beschleunigung auf Schneller- und Langsamerwerden, ist nicht einsehbar, wieso zu einer Richtungsänderung eine Kraft nötig ist. Zentripetalbeschleunigung und Zentripetalkraft bleiben unverständlich [3, 4].

4 Vorschläge zur Geschwindigkeit in der Schule

In der Sekundarstufe I bietet es sich an, zunächst das Tempo eines Körpers zu behandeln, das den Schülern bereits aus dem Alltag bekannt ist. Dann wird die Bewegungsrichtung thematisiert. Tempo und Richtung kann man anschließend zu einer neuen Größe zusammenfassen, die Geschwindigkeit genannt wird und immer mit einem Pfeil dargestellt wird [5]. Hier ist eine Videoanalyse von Bewegungen hilfreich, wenn die Software automatisch die Geschwindigkeitspfeile in das Video einblenden kann (wie in *measure Dynamics*) [6]. Studien zeigen, dass bereits Grundschüler [7] und Schüler der Jahrgangsstufe 7 [8] gut zwischen Tempo und Geschwindigkeit unterscheiden können, wenn dies im Unterricht so eingeführt wird.

In der Sekundarstufe II kann grundlegender die Änderung des Ortes in einem Zeitintervall Δt mit einem zusätzlichen Ortsänderungsvektor $\Delta \vec{x} = \vec{x}_{\text{Ende}} - \vec{x}_{\text{Anfang}}$ beschrieben werden [2, 3], der die Bewegungsrichtung angibt und auch als „Verschiebungsvektor“ bezeichnet werden kann. Die Länge dieses Vektors hängt vom Tempo, aber auch vom gewählten Zeitintervall Δt ab. Dividiert man diesen Ortsänderungsvektor durch das Zeitintervall, erhält man einen Vektor, dessen Länge das durchschnittliche Tempo in diesem Intervall und dessen Richtung die Bewegungsrichtung angibt. Das ist der Vektor der Durchschnittsgeschwindigkeit $\vec{v} = \Delta \vec{x} / \Delta t$ in dem Intervall Δt . Einen Vektor für die Momentangeschwindigkeit erhält man näherungsweise für kleine Δt . Hier wäre es auch möglich, mit Spaltenvektoren zu arbeiten [1].

5 Vorschläge zur Beschleunigung in der Schule

Ändert sich die Geschwindigkeit eines Körpers innerhalb eines Zeitintervalls Δt von $\vec{v}_{\text{Anfang}}$ auf $\vec{v}_{\text{Ende}}$, kann dies durch den Geschwindigkeitsänderungsvektor beschrieben werden: $\Delta \vec{v} = \vec{v}_{\text{Ende}} - \vec{v}_{\text{Anfang}}$ [2, 3]. Dieser gibt an, was an Geschwindigkeit dazu kam: $\vec{v}_{\text{Anfang}} + \Delta \vec{v} = \vec{v}_{\text{Ende}}$ (siehe Abb. 1), weshalb er auch als Zusatzgeschwindigkeit bezeichnet wird [5]. Um vom betrachteten Zeitintervall unabhängig zu sein, bezieht

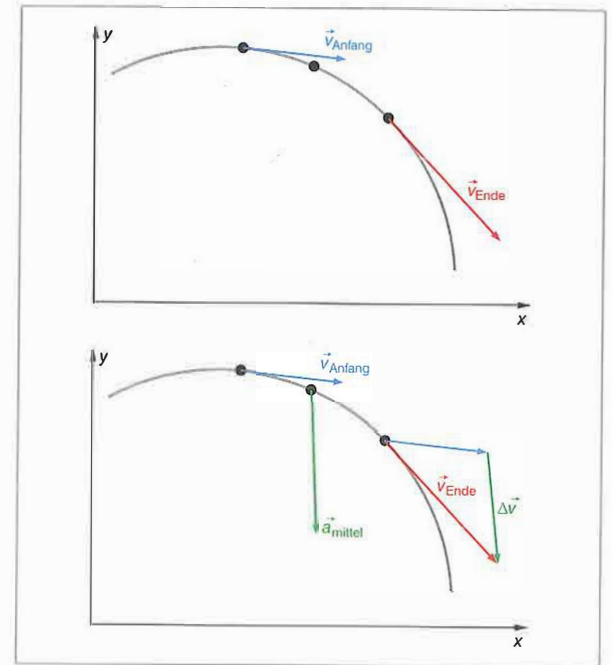


Abb. 1: Geschwindigkeitsänderung und Beschleunigung

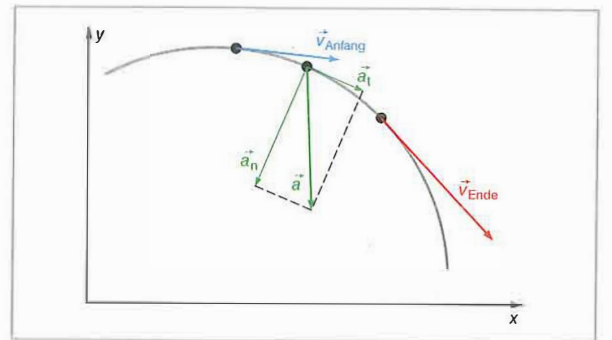


Abb. 2: Die Komponenten der Beschleunigung

man diesen Geschwindigkeitsänderungsvektor auf das Zeitintervall $\Delta t = t_{\text{Ende}} - t_{\text{Anfang}}$: Der Quotient aus dem Geschwindigkeitsänderungsvektor $\Delta \vec{v}$ und dem dazu benötigten Zeitintervall Δt ist die mittlere Beschleunigung oder Durchschnittsbeschleunigung im Zeitintervall Δt :

$$\vec{a}_{\text{mittel}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{\text{Ende}} - \vec{v}_{\text{Anfang}}}{t_{\text{Ende}} - t_{\text{Anfang}}}$$

Dieser Beschleunigungsvektor kann in einen tangentialen und einen radialen Anteil zerlegt werden (siehe Abb. 2).

In der Sekundarstufe I genügt es, die Zusatzgeschwindigkeit $\Delta \vec{v}$ als eigenständige Größe einzuführen und als Elementarisierung der Beschleunigung zu verwenden, die nicht explizit eingeführt wird [5]. Das zweite Newton'sche Axiom wird dann in der Form

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}$$

verwendet. Zu diesem Unterrichtskonzept liegen ein frei downloadbares Schulbuch [9] sowie zwei Lehrhandbücher mit Unterrichtsmaterialien [10, 11] vor.

Literatur

- [1] Stolperstein 2.1: Ort, Ortsverschiebung, Weg – wofür steht eigentlich das s ?
- [2] T. Wilhelm & D. Heuer: Fehlvorstellungen in der Kinematik vermeiden – durch Beginn mit der zweidimensionalen Bewegung, in: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 51, Nr. 7, 2002, S. 29–34
- [3] T. Wilhelm: Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung, Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 46, Logos-Verlag, Berlin, 2005, <http://www.opus-bayern.de/uni-wuerzburg/volltexte/2009/3955>
- [4] T. Wilhelm: Vektorverständnis und vektoriell Kinematikverständnis von Studienanfängern, in: V. Nordmeier, A. Oberländer, H. Grötzebach, H. (Hrsg.), Didaktik der Physik – Regensburg 2007, Lehmanns Media – LOB.de, Berlin, 2007
- [5] C. Waltner, V. Tobias, H. Wiesner, M. Hopf & T. Wilhelm: Ein Unterrichtskonzept zur Einführung in die Dynamik in der Mittelstufe, in: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 59, Nr. 7, 2010, S. 9–22, <http://www.thomas-wilhelm.net/veroeffentlichung/Mechanikkonzept.pdf>
- [6] C. Michel & T. Wilhelm: Lehrvideos mit dynamisch ikonischen Repräsentationen zu zweidimensionalen Bewegungen, in: V. Nordmeier & H. Grötzebach, Didaktik der Physik – Berlin 2008, Lehmanns Media, Berlin, 2008
- [7] W. Jung, H. Reul, H. Schwedes: Untersuchungen zur Einführung in die Mechanik in den Klassen 3–6, Diesterweg, Frankfurt am Main, 1975
- [8] T. Wilhelm, V. Tobias, C. Waltner, M. Hopf & H. Wiesner: Einfluss der Sachstruktur auf das Lernen Newtonscher Mechanik, in: H. Bayrhuber, U. Harms, B. Muszynski, B. Ralle, M. Rothgangel, L.-H. Schön, H. Vollmer & H.-G. Weigand (Hrsg.), Formate Fachdidaktischer Forschung. Empirische Projekte – historische Analysen – theoretische Grundlegungen, Fachdidaktische Forschungen, Band 2, Waxmann, Münster/New York/München/Berlin, 2012
- [9] M. Hopf, T. Wilhelm, C. Waltner, V. Tobias & H. Wiesner: Einführung in die Mechanik, München, Würzburg, http://www.thomas-wilhelm.net/Mechanikbuch_Druckversion.pdf
- [10] H. Wiesner T. Wilhelm; A. Rachel, C. Waltner, V. Tobias & M. Hopf: Kraft und Geschwindigkeitsänderung, Reihe Unterricht Physik, Band 5, Aulis-Verlag, 2011
- [11] T. Wilhelm, H. Wiesner, M. Hopf & A. Rachel: Dynamik, Erhaltungssätze, Kinematik, Reihe Unterricht Physik, Band 6, Aulis-Verlag, 2013

Thomas Wilhelm

2.3 Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeit?

1 Das Unterrichtsthema

Traditionell wird im Mechanikunterricht der Oberstufe (10. oder 11. Jahrgangsstufe) die Durchschnitts- und die Momentangeschwindigkeit ausführlich thematisiert, wie es sich auch in aktuellen Schulbüchern (z. B. in [1, 2]) und in physikdidaktischer Literatur [3, 4] zeigt. Insbesondere sollen die Schüler sehen, wie man durch ständige Verkleinerung des Zeitintervalls zwischen zwei Messungen von der Durchschnittsgeschwindigkeit des betrachteten Zeitintervalls zur Momentangeschwindigkeit eines Zeitpunktes kommt. Eventuell wird dies auch grafisch veranschaulicht: Im t - x -Diagramm einer geradlinigen, beschleunigten Bewegung wird die Durchschnittsgeschwindigkeit als Sekante und die Momentangeschwindigkeit als Tangente dargestellt (siehe Abb. 1).

So eine Unterscheidung zwischen Größen, die sich auf Zeitpunkte, und Größen, die sich auf Zeitintervalle beziehen, ist sinnvoll. Ein Hauptgrund für dieses Vorgehen liegt aber sicher darin, dass in der Regel kurze Zeit später im Mathematikunterricht die Ableitung eingeführt wird, die auf diese Weise im Physikunterricht bereits vorbereitet wird.

Ein weiterer Grund für dieses Vorgehen ist darin zu finden, dass man früher nur geradlinige Bewegungen messtechnisch erfassen und dabei nur Orte und Zeiten direkt messen konnte, während andere Größen erst mühsam berechnet werden mussten. So stellte man häufig ein oder zwei Lichtschranken an bestimmte Orte und maß die Zeit zwischen Start und Lichtschranke oder zwischen zwei Lichtschranken. Entsprechend wurden auch vor allem Inhalte behandelt, die mit dieser Messtechnik zugänglich waren oder damit zusammenhingen, wie $s = \frac{1}{2} a t^2$ [5] oder die Durchschnittsgeschwindigkeit. Mit Lichtschranken sind schließlich auch nur Durchschnittsgeschwindigkeiten, aber keine Momentangeschwindigkeiten messbar.

2 Die Probleme

Viele Lehrkräfte haben schon die Erfahrung gemacht, dass Schüler kaum Wissen aus einem Fach in ein anderes Schulfach transferieren. Die Inhalte der einzelnen Fächer werden eher unverbunden in verschiedenen „Schubfächern“ des Gehirns abgelegt. So gelingt es auch nicht wirklich, durch die Behandlung der Momentangeschwindigkeit das Verständnis für die Ableitung zu unterstützen. Da zudem andere Variablenamen verwendet werden, sehen die Schüler wohl

meist keinen Zusammenhang zwischen der Ableitung im Mathematikunterricht und den Überlegungen im Physikunterricht. Von Bedeutung für den Physikunterricht sind deshalb physikdidaktische und nicht mathematikdidaktische Überlegungen.

Streng genommen wird der Grenzübergang bei der geradlinigen Bewegung oft auch nicht entsprechend der Definition der Ableitung dargestellt: Durch Verstellen der Lichtschranke wird ein immer kleineres Intervall Δx gewählt und die dazugehörige Zeit Δt gemessen. Die mathematische Vorschrift besagt aber, dass der Nenner Δt immer kleiner werden und gegen Null gehen soll.

Ein Hauptziel des Physikunterrichts sollte in der Begriffsbildung liegen, das heißt darin, physikalische Vorstellungen zu vermitteln, was ein Begriff aussagt und wie verschiedene Begriffe zusammenhängen. Nicht so zentral sollte hingegen das Lernen abfragbaren deklarativen Faktenwissens sein, das unverbunden aus vielen Einzelheiten besteht. Auch Rechenfertigkeiten sind kein wichtiges Ziel an sich.

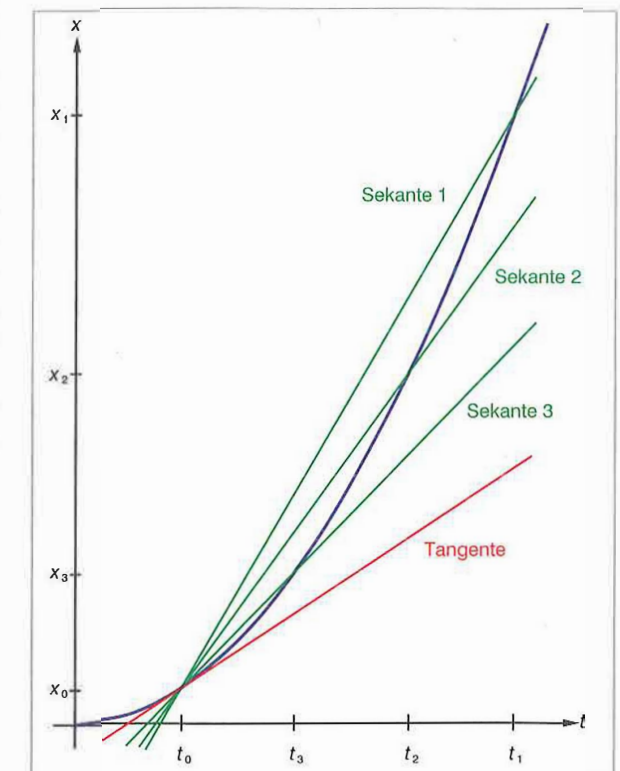


Abb. 1: Übergang von Durchschnittsgeschwindigkeit zu Momentangeschwindigkeit bei einer geradlinigen Bewegung

Der physikalische Begriff Geschwindigkeit ist als zeitliche Ableitung des dreidimensionalen Ortsvektors definiert:

$$\vec{v} := \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Während die Ableitung einer Funktion f an einer Stelle x_0 schon ein anspruchsvolles Thema des Mathematikunterrichts ist, handelt es sich hier sogar um die Ableitung eines Vektors, was kein Thema der Schulmathematik ist. Historisch bedingt wird deshalb auf die Richtung verzichtet, aber der Grenzübergang beibehalten. Diese Begrenzung auf geradlinige Bewegungen führt jedoch gerade zu einer falschen Begriffsbildung [6]. Sinnvoller wäre es, nur auf zwei Dimensionen zu reduzieren und dafür zur Vereinfachung auf den Grenzübergang zu verzichten. Gerade der Richtungsaspekt ist nämlich für den Geschwindigkeitsbegriff essentiell [6].

Mit der heutigen computerbasierten Messwertfassung im Physikunterricht kann die Geschwindigkeit kontinuierlich und in Echtzeit gemessen und dargestellt werden. Verwendet man einen Ultraschallsensor oder ein Messlaufrad mit einem Strichgitter wird zwar auch stets die Durchschnittsgeschwindigkeit eines Zeitintervalls bestimmt, aber das einstellbare Zeitintervall Δt ist so klein bzw. die Abtastrate so hoch, dass man quasi eine Momentangeschwindigkeit hat. Im Gegensatz zur Mathematik ist es hier technisch nicht möglich und aus Gründen der Messgenauigkeit nicht sinnvoll, das Zeitintervall beliebig klein zu machen. Das bedeutet, die Idealisierung bzw. der Grenzübergang $\Delta t \rightarrow 0$ ist nicht von Bedeutung.

Bereits 2002 hat sich Hermann mit anderen Argumenten gegen die Thematisierung von Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeit ausgesprochen [7]. Er legt dar, dass man die Unterscheidung zwischen Momentan- und Durchschnittswert auch bei vielen anderen physikalischen Größen treffen könnte, man es aber dort nicht mehr tut. Diese Strenge oder Exakt-

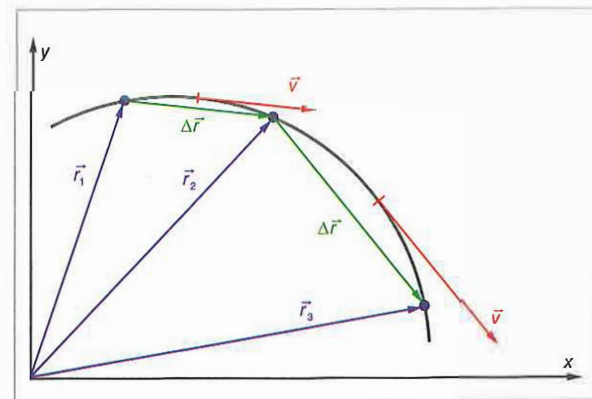


Abb. 2: Die (Durchschnitts-)Geschwindigkeit ergibt sich aus der Ortsänderung

heit sei eine Überlieferung aus den Anfangszeiten der Physik im 18. Jahrhundert.

3 Physikalische Begriffsbildung

Was schnell und langsam bedeutet, ist schon elfjährigen Schülern intuitiv klar [8]. Eine Aufgabe des Physikunterrichts wäre es, deutlich zu machen, dass diese Alltagsgröße „Geschwindigkeit“ in der Physik „Tempo“ oder „Schnelligkeit“ oder „Geschwindigkeitsbetrag“ genannt wird, während die physikalische Größe „Geschwindigkeit“ eine Richtung hat. Dazu müssen mindestens 2- statt 1-dimensionaler Bewegungen behandelt werden [9].

Abgesehen von diesem Richtungsaspekt haben die Schüler keine Probleme mit der Größe Geschwindigkeit und können auch Geschwindigkeitsgraphen bei 1-dimensionalen Bewegungen meist richtig interpretieren [10]. Die eigentlichen Probleme im Kinematik- und Dynamikunterricht liegen darin, die Begriffe „Beschleunigung“ und „Kraft“ richtig zu verstehen. Hier gibt es nämlich viel größere Unterschiede zwischen den Alltagsvorstellungen, die die Schüler mitbringen, und den physikalischen Vorstellungen.

4 Unterrichtsvorschläge

Man kann die Geschwindigkeit in der Sekundarstufe II als Ortsänderung dividiert durch die dazu benötigte Zeit, also $\vec{v} = \Delta \vec{r} / \Delta t$, einführen (siehe Abb. 2). In der Sekundarstufe I ist es einfacher, erst das Tempo $v = \Delta s / \Delta t$ als zurückgelegte Strecke Δs dividiert durch die dazu benötigte Zeit Δt [9] einzuführen und die Geschwindigkeit $\vec{v}$ dann als Kombination von Tempo und Richtung zu definieren. In beiden Fällen ist Geschwindigkeit grundsätzlich immer eine gerichtete Durchschnittsgeschwindigkeit des Zeitintervalls Δt . Will man möglichst genau wissen, wie die Geschwindigkeit momentan zu einem bestimmten Zeitpunkt oder an einem bestimmten Ort ist, muss man das Zeitintervall sehr klein wählen. Diese kurze Information reicht völlig aus. Es ist nicht nötig, intensiver den Übergang von Durchschnitts- zu Momentangeschwindigkeit zu thematisieren. Die gewonnene Zeit sollte genutzt werden, um an der viel schwierigeren Begriffsbildung von Beschleunigung und Kraft und dem Zusammenhang zwischen diesen Größen zu arbeiten.

Literatur

- [1] J. Grehn; J. Krause (Hrsg.): Metzler Physik, Schroedel Verlag GmbH, 4. Auflage, 2007
- [2] Diehl u.a.: Physik Oberstufe Gesamtband, Cornelsen Verlag, 1. Auflage, 2008
- [3] W. Oehme; G. Schellenberger: Annäherung der Durchschnittsgeschwindigkeit an die Augenblicksgeschwindigkeit – ein experimentelles Problem? – In: Physik in der Schule 31, Nr. 11, 1993, S. 389–394
- [4] H. Joas: Das Problem mit der Einführung der Momentan-

geschwindigkeit – In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 38, Heft 1, 1985, S. 21–29

- [5] Stolperstein 2.5: $s = \frac{1}{2} a t^2$?
- [6] Stolperstein 2.2: Geschwindigkeit oder Tempo?
- [7] F. Hermann: Altlasten der Physik (61): Momentan- und Durchschnittsgeschwindigkeit – In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 51, 2002, S. 46
- [8] C. v. Rhöneck: Der Geschwindigkeitsbegriff von Fünftklässlern und didaktische Hilfen auf dem Weg zu $v = s/t$ – In: A. Scharmann; A. Hofstaetter; W. Kuhn (Hrsg.): Deutsche Physikalische Gesellschaft, Fachausschuss Didaktik der Physik, Vorträge der Frühjahrstagung 1983, Gießen, 1983, S. 232–237

- [9] H. Wiesner; T. Wilhelm; C. Waltner; V. Tobias; A. Rachel; M. Hopf: Mechanik I: Kraft und Geschwindigkeitsänderung, Reihe Unterricht Physik, Band 5, Aulis-Verlag, 2011
- [10] T. Wilhelm: Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung, Dissertation, Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 46, Logos-Verlag, Berlin, 2005, URN: urn:nbn:de:bvb:20-opus-39554, URL: <http://www.opus-bayern.de/univuerzburg/volltexte/2009/3955/>

Thomas Wilhelm

2.4 Wie ist die Beschleunigung an der Rampe?

1 Eine Aufgabe

In [1] findet man die folgende Aufgabe: Ein Skateboardfahrer fährt auf einer Bahn, die im Gegensatz zu einer Halfpipe aus drei linearen Abschnitten besteht: zwei schiefen Ebenen und einem horizontalen Abschnitt dazwischen (siehe Abb. 1). Die Bewegung soll beschrieben werden und ein t - v -Diagramm angegeben werden. Dabei wird natürlich von einer Punktmasse ausgegangen und nicht von einem ausgedehnten Körper. In [2] wird die gleiche Situation mit einer rollenden Kugel sogar im Lehrtext verwendet, um nach der Kinematik in die Dynamik einzuführen. Aus den jeweils angegebenen Lösungen kann geschlossen werden, dass die Autoren erwarten, dass sich Diagramme entsprechend Abb. 2 ergeben mit drei Abschnitten konstanter Beschleunigung (positiv, null, negativ) und mit Energieerhaltung.

Diese Aufgabe bzw. Situation hat einige Vorteile. Es ist eine einfache und leicht vorstellbare Situation und trotzdem ist die Beschleunigung nur abschnittsweise und nicht die ganze Zeit konstant. Es wird außerdem ein Schnellerwerden, ein Langsamerwerden und eine konstante Geschwindigkeit thematisiert. Schließlich wird das Erstellen von Diagrammen geübt.

Andererseits kann man sich fragen, ob die Autoren ein Koordinatensystem sinnvoll gewählt haben. Besonders interessant sind vor allem die Übergangsstellen, an denen sich die Steigung abrupt ändert.

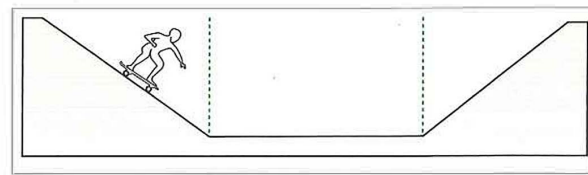


Abb. 1: Aufgabe aus einem Schulbuch [1]

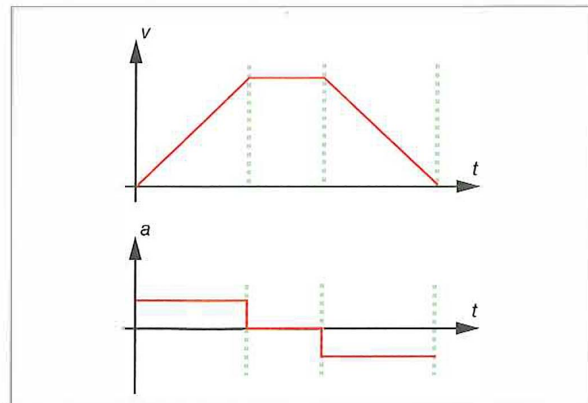


Abb. 2: Vermutlich erwartete Lösung bei der Aufgabe von Abb. 1

2 Welches Koordinatensystem?

Wir betrachten eine reibungsfrei gleitende Kugel, die wie eine Punktmasse nur eine Translationsbewegung hat. Im Falle der rollenden Kugel reduziert sich die effektive Translationsbeschleunigung auf der schiefen Ebene lediglich um einen konstanten Faktor, was an den folgenden Überlegungen prinzipiell nichts ändert.

Zunächst wollen wir die Übergangsstellen außer Betracht lassen. Zur eindeutigen Lösung der Aufgabe fehlt die Angabe eines Koordinatensystems. Wir wählen deshalb wie üblich die x -Achse nach rechts und die y -Achse nach oben. Dann ist die x -Komponente der Beschleunigung erst positiv, dann null, dann negativ, wie erwartet. Die y -Komponente der Beschleunigung ist allerdings im Gegensatz dazu negativ, dann null und dann wieder negativ. Der Betrag der Beschleunigung ist wiederum erst positiv, dann null, dann wieder positiv.

Die erwartete Beschleunigung der Abb. 2 ergibt sich nur dann, wenn man in jedem Abschnitt das Koordinatensystem stets in Bewegungsrichtung legt – ohne dass dies mitgeteilt wird. Es ist aber in der Physik völlig unüblich, während der Bewegung das Koordinatensystem zu verändern. Dies muss immer als Erstes festgelegt werden und bleibt dann so.

In [1] rollt der Skateboardfahrer nach Erreichen des höchsten Punktes auf der rechten Seite wieder zurück. Konsequenter wäre nun, wenn man auch hier das Koordinatensystem wieder jeweils in Bewegungsrichtung legt, sodass die Beschleunigung wieder positiv, dann null und dann negativ ist. Hier wird aber das Koordinatensystem gegen die Bewegungsrichtung gelegt, was eine Beschleunigung von negativ, null und positiv ergibt. Das bedeutet, das Koordinatensystem wurde immer in die Blickrichtung des Fahrers gelegt, der sich beim Erreichen des höchsten Punktes nicht umdreht, wie das bei Skateboardfahrern sonst üblich ist.

3 Die Übergangsstellen

Um die Übergangsstelle zu beschreiben, müssen wir drei Spezialfälle unterscheiden:

- An der Übergangsstelle befindet sich ein Knick, an dem es zu einem vollkommen unelastischen Stoß kommt.
- An der Übergangsstelle befindet sich ein Knick, an dem es zu einem teilelastischen Stoß kommt.
- An der Übergangsstelle gibt es einen kleinen Kreisbogen.

3.1 Vollkommen unelastischer Stoß: Zur Beschreibung der Bewegung legen wir wie üblich die x -Achse des Koordinatensystems nach rechts und die y -Achse nach oben. Trifft der Körper, z. B. eine Kugel, nun auf den ersten Knick, gibt es eine sehr große Kraft und damit auch eine Beschleunigung auf die Kugel nur in y -Richtung (siehe Abb. 3). Das bedeutet, die x -Komponente der Beschleunigung geht von

$$a_x = g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

auf null und die x -Komponente der Geschwindigkeit wird konstant (siehe Abb. 4). Die y -Komponente der Beschleunigung ist vor dem Knick

$$a_y = -g \cdot (\sin \alpha)^2,$$

dann kurzzeitig durch den Stoß extrem groß und danach null. Da der Stoß vollkommen unelastisch ist, wird die y -Komponente der Geschwindigkeit null. Betrachten wir den Betrag der Geschwindigkeit, sehen wir, dass dieser am Knick abnimmt, da bei einem vollkommen unelastischen Stoß keine Energieerhaltung gilt. Bei einem Winkel von 30° verringert sich der Geschwindigkeitsbetrag beim Stoß bereits um den Faktor

$$1 - \cos \alpha = 13 \%$$

und die kinetische Energie verringert sich um 25 %. Der Betrag der Beschleunigung hat am Knick einen Peak nach oben.

Beim zweiten Knick entsteht eine Kraft und Beschleunigung senkrecht zur schiefen Ebene (siehe Abb. 3). Dadurch gibt es eine große negative x -Komponente und eine große positive y -Komponente der Beschleunigung, sodass die x -Komponente der Geschwindigkeit abnimmt und eine y -Komponente der Geschwindigkeit entsteht (siehe Abb. 4). Auch hier geht wieder Energie verloren. Natürlich erreicht die Kugel so nicht mehr die Ausgangshöhe.

3.2 Teilelastischer Stoß: Nehmen wir einen vollkommen elastischen Stoß ohne Reibung an, kann die große vertikale Kraft am ersten Knick dazu führen, dass die Kugel abhebt und sich als Bahnkurve die eines schiefen Wurfes ergibt. Gibt es keinen Verlust mechanischer Energie würde sich diese Wurfbewegung immerzu wiederholen und die Kugel hüpfte in x -Richtung weiter. Damit es realistischer ist, gehen wir von einem teilelastischen Stoß aus. Wie oft die Kugel noch abprallt, bis sie sich wieder entlang der Oberfläche bewegt, hängt davon ab, wie elastisch der Stoß ist.

Die Graphen in der Abb. 5 entstehen durch eine große Kraft auf die Kugel in y -Richtung beim ersten Knick und ein Abheben der Kugel. Während der Flugphase danach wirkt nur die Gewichtskraft, sodass es eine negative y -Komponente der Beschleunigung gibt, nämlich die Fallbeschleunigung g . Der

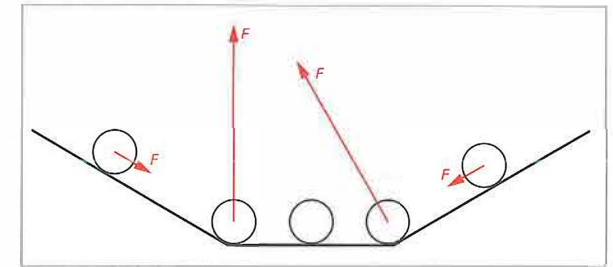


Abb. 3: Kräfte auf den Körper an der Rampe an verschiedenen Stellen: Hangabtriebskräfte und Stoßkräfte

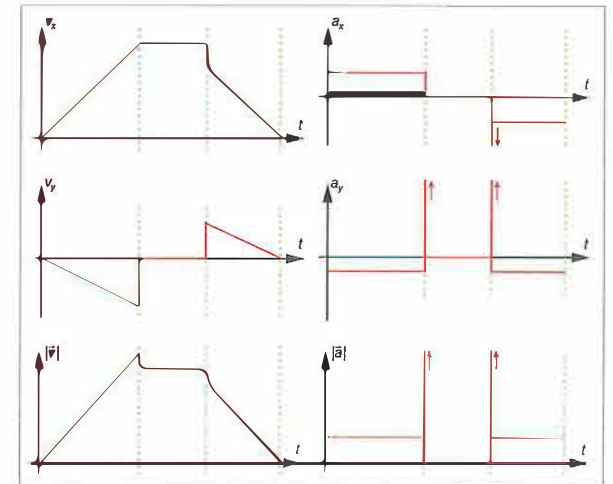


Abb. 4: Skizzen von Geschwindigkeitskomponenten, Geschwindigkeitsbetrag, Beschleunigungskomponenten und Beschleunigungsbetrag beim vollkommen unelastischen Stoß auf der Rampe mit Knicken

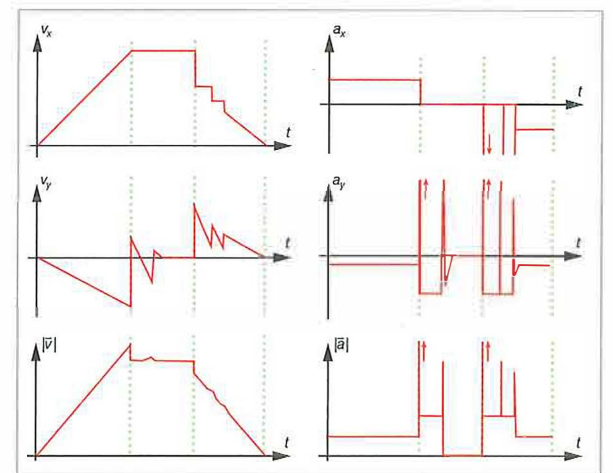


Abb. 5: Skizzen von Geschwindigkeitskomponenten, Geschwindigkeitsbetrag, Beschleunigungskomponenten und Beschleunigungsbetrag beim teilelastischen Stoß auf der Rampe mit Knicken

genaue Graphenverlauf nach der ersten Landung ist hier nicht von Interesse.

Am zweiten Knick passiert etwas Ähnliches. Auch hier führt die Kraft senkrecht zur Oberfläche dazu, dass die Kugel abhebt. In Abb. 5 ist angenommen, dass sie hier zwei klare Flugphasen hat und sich dann wieder entlang der Oberfläche bewegt.

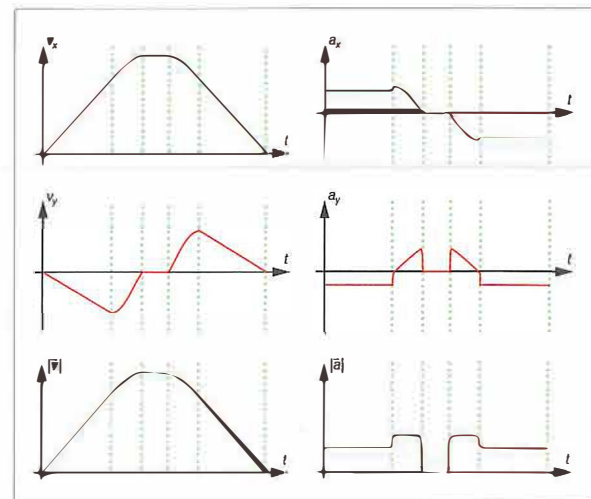


Abb. 6: Skizzen von Geschwindigkeitskomponenten, Geschwindigkeitsbetrag, Beschleunigungskomponenten und Beschleunigungsbetrag auf der Rampe mit Kreisbögen

3.3 Kreisbogen: Um eine Bewegung mit Erhaltung der mechanischen Energie zu realisieren, darf am Übergang zwischen den Teilstücken kein Knick sein, sondern es muss ein passender Kreisbogen oder wie bei Loopings eine Klothoide-Form vorliegen. Die Normalkraft hat damit an jeder Stelle des ersten Bogens eine Komponente in positive x- und in positive y-Richtung. Dies führt dazu, dass im Kreisbogen die y-Komponente der Geschwindigkeit schnell auf null absinkt und dafür die x-Komponente entsprechend zunimmt (siehe Abb. 6). Der genaue Verlauf des Graphen hängt stark davon ab, wie der Bogen geformt ist, wie lang er ist und wie der Übergang zu den Geradenstücken aussieht. Im Falle eines angepassten Kreisbogens ist der Krümmungsradius entscheidend.

Der Graph des Geschwindigkeitsbetrages (= „Tempo“) entspricht in etwa dem, was die Schulbuchautoren als Geschwindigkeitsgraph erwartet haben. Bei der Beschleunigung ist es dagegen der Graph der x-Komponente der Beschleunigung, der am ehesten dem entspricht, was erwartet wird.

4 Realisierung mit Algodoo

Die drei beschriebenen Varianten lassen sich mit dem Freeware-Programm *Algodoo* nachstellen und simulieren. Für die Simulationen wurde willkürlich ein Neigungswinkel der Rampen von 30° genutzt. Die Reibung wurde auf null gestellt und bei der Variante mit teilelastischen Stößen wurde ein Stoßparameter von 0,4 eingestellt. Da es keine Reibung gibt, kann auch keine Rotation der Kugel erzeugt werden und es liegt eine reine Translation vor.

In Abb. 7 sieht man die Variante mit nur linearen Abschnitten und den Zeitpunkt, wenn die Kugel auf den horizontalen Abschnitt trifft. Der schwarze Geschwindigkeitspfeil an der Kugel zeigt die aktuel-

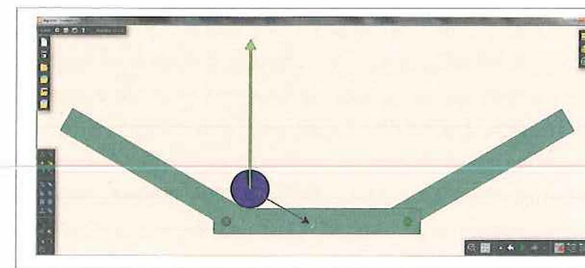


Abb. 7: Simulation in *Algodoo*: Kugel auf Rampe mit Kreisbögen und mit eingeblendetem Geschwindigkeits- und Kraftpfeil

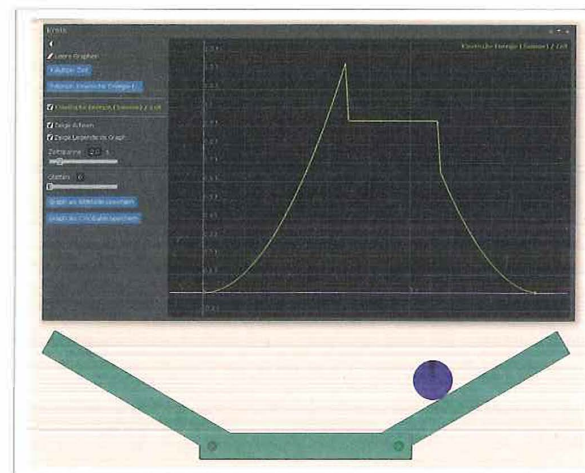


Abb. 8: Verlauf der kinetischen Energie bei vollkommen unelastischen Stößen an den Knickstellen

le Bewegungsrichtung an und der grüne Kraftpfeil die resultierende Kraft. Da die resultierende Kraft die Summe aller angreifenden Kräfte ist, wird von der Software an diesen Kraftpfeil ein Summenzeichen geschrieben.

Im Programm ist es möglich, sich Graphen anzeigen zu lassen. Anzeigbar sind die Zeit, die Komponenten des Ortes („Position (x)“ und „Position (y)“), der Geschwindigkeitsbetrag („Schnelligkeit“), die Komponenten der Geschwindigkeit („Geschwindigkeit (x)“ und „Geschwindigkeit (y)“), die Winkelgeschwindigkeit, der Beschleunigungsbetrag, die Komponenten der Beschleunigung, der Kraftbetrag, die Komponenten der Kraft, die Komponenten des Impulses, der Drehimpuls, die kinetische Energie (Translation, Rotation und Summe), die potenzielle Energie und die Summe der Energien. Abb. 8 zeigt den Verlauf der kinetischen Energie für den Fall eines vollkommen unelastischen Stoßes. Man sieht deutlich zweimal eine schlagartige Abnahme der kinetischen Energie. Deshalb gilt auch keine Energieerhaltung. Nur bei der Variante mit den Kreisbögen ist das nicht so und die Summe der Energien ist erhalten.

Die Geschwindigkeits- und Beschleunigungs-Diagramme entsprechen in fast allen Fällen dem, was aus theoretischen Überlegungen in den Abb. 4, 5 und 6 vorhergesagt wurde. Nur beim Übergang mit Kreis-

bögen kommt die Simulation schnell an ihre Grenzen. Während des Durchlaufens des Kreisbogens schwankt die Geschwindigkeit und Beschleunigung unrealistisch und stark, was darauf zurückzuführen ist, dass man den Bogen nicht perfekt kreisförmig, sondern nur als Polygonzug einbauen kann. Bei den entstehenden Graphen kann man jedoch mittels der „Glätten“-Funktion die daraus folgenden kleinen Sprünge herausfiltern.

5 Fazit

Wenn in der Aufgabe nicht angegeben wird, ob die Übergangsstellen einen Knick oder einen Kreisbogen haben und wenn nicht angegeben wird, ob der Körper elastisch oder unelastisch stößt, ist die Aufgabe nicht lösbar. In jedem Falle ist die Aufgabe sehr schwer korrekt zu lösen. In [3] wurden von Experten bei ähnlichen Vorgängen bei den Graphen auch einige Fehler gemacht.

Merken sollte man sich, dass ein Koordinatensystem immer für die gesamte betrachtete Bewegung festgelegt und nicht zwischendurch geändert werden sollte. Wie man sein Koordinatensystem gewählt hat,

sollte zudem immer explizit angegeben werden. Für die Geschwindigkeit und die Beschleunigung gilt zudem, dass es gerichtete Größen sind [4] und man sich bewusst sein muss, ob man eine Komponente oder den Betrag wissen will.



Die drei Simulationsdateien für *Algodoo* finden Sie im Download-Material (M2.4) zu diesem Buch.

Literatur

- [1] R. Bayer: Impulse Physik 2, Gesamtband, Klasse 11–13 der Gymnasien, Klett Verlag, Stuttgart u. a., 1. Auflage, 1997
- [2] J. Grehn; J. Krause (Hrsg.): Metzler Physik, Bildungshaus Schulbuchverlage Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers, Braunschweig, 4. Auflage, 2007
- [3] L. H. Canderle: Extending the Analysis of One-Dimensional Motion – In: The Physics Teacher 37, 1999, S. 486–489
- [4] Stolperstein 2.2: Geschwindigkeit oder Tempo?

Thomas Wilhelm, Michael Wenzel, Wolfgang Reusch

2.5 s = 1/2 a t²?

1 Die Situation

Die Gleichung $s = \frac{1}{2} a t^2$ spielt in der Schulphysik eine sehr große Rolle. Bei manchen Schülern gehört sie zu den wenigen Formeln, die aus dem Physikunterricht längerfristig behalten werden, sodass sie in der Wahrnehmung mancher von ihnen als eine der wichtigsten Gleichungen gilt. Dennoch ist sie nur für einen extremen Spezialfall gültig und spielt deshalb in der Physik allgemein keine Rolle.

Für diese Situation können zwei Gründe genannt werden. Der erste ist ein mathematikdidaktischer: Hier liegt seltenerweise in der Schulphysik ein quadratischer Zusammenhang vor. So kann mit einer alltagsnahen Anwendung ein Bezug zwischen dem Mathematik- und Physikunterricht hergestellt werden und die quadratischen Funktionen können wiederholt, geübt und vertieft werden. Da dies ein mathematikdidaktischer Grund ist, sollte das jedoch im Mathematikunterricht und nicht im Physikunterricht erfolgen.

Der zweite Grund ist ein historischer. Früher konnten Beschleunigungen und Geschwindigkeiten nicht direkt, nicht kontinuierlich und nicht in Echtzeit gemessen werden. Einfach und direkt messbar waren nur Orte und Zeiten. Verständlicherweise wurden auch Gleichungen behandelt, die messtechnisch zugänglich waren. Schon Galilei hat bei der Untersuchung beschleunigter Bewegungen Zeitdauern und Ortsänderungen bestimmt und nach seinen Worten den quadratischen Zusammenhang $s \sim t^2$ festgestellt, nachdem er ihn vorher geometrisch hergeleitet hat [1]. Mit dem Einzug der computerbasierten Messwerterfassung im Physikunterricht können nun viele mechanische Größen kontinuierlich in Echtzeit gemessen und dargestellt werden – und zwar nicht nur bei idealisierten Bewegungen sondern auch bei komplexen realen Bewegungen.

2 Die Probleme

Die Verwendung der historischen Gleichung $s = \frac{1}{2} a t^2$ ist aus physikdidaktischer Sicht mehrfach kritisch zu sehen. Die Größe s steht hierbei für die skalare Größe Weg, während in der Physik Bewegungen mit den vektoriellen Größen Ort und Ortsänderung beschrieben werden [2]. Im eindimensionalen Fall sind also die relevanten Größen der Ort x und die Ortsänderung Δx . Eine Vermischung von Weg, Ort und Ortsänderung führt zu absurden Feststellungen und zu Verwirrung der Schüler [2]. Amenda und Schecker fordern deshalb für eine konsistente Darstellung der Kinematik die „Verwendung von Ort und Ortsverschiebung

als zentrale Beschreibungsgrößen“ und die „Verwendung von Koordinatenachsen (Sek. I) bzw. Koordinatensystemen (Sek. II)“ [2]. Bewegt sich der Körper entlang der x -Achse, wäre es also besser, die Gleichung in der Form $x = \frac{1}{2} a t^2$ zu verwenden. Diese gilt aber nur für den Spezialfall, dass der Körper zum Zeitpunkt null am Ort null war. Allgemeiner wäre deshalb schon die Verwendung von $\Delta x = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$.

Doch auch mit dieser Korrektur bleibt es weiter eine Gleichung für einen Spezialfall: Sie gilt nur, wenn sich ein Körper 1. geradlinig bewegt, 2. eine konstante Beschleunigung hat und 3. beim Beginn der Bewegung die Geschwindigkeit null hat. Damit gilt sie aber nur in einer idealisierten Gedanken- oder Laborwelt und spielt in der Realität allenfalls näherungsweise eine Rolle. Aufgabe des Physikunterrichts ist es aber eher, grundlegende Zusammenhänge zu vermitteln statt spezielle Einzelfälle, wenn die dort gewonnenen Erkenntnisse nicht so einfach auf andere Situationen übertragen werden können.

Die starke Verankerung der Gleichung $s = \frac{1}{2} a t^2$ im Gedächtnis der Schüler (ohne ein Bewusstsein für ihren Geltungsbereich) führt im 1. Semester des Physikstudiums zu ernststen Problemen. In einer Aufgabe für Studierende wurde beispielsweise von einer Straßenbahn berichtet, die mit $v_0 = 20$ km/h auf gerader Strecke fährt und ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0$ zeitabhängig entsprechend $a(t) = a_0 + b t$ beschleunigt wird. Die Studierenden müssen sich nun erst per Integration die Bewegungsfunktionen

$$v(t) = v_0 + a_0 t + \frac{1}{2} b t^2$$

und

$$x(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 + \frac{1}{6} b t^3$$

herleiten, um die Aufgabe lösen zu können. Viele Studierende setzen jedoch

$$a(t) = a_0 + b t$$

in

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$$

ein und bekommen so das falsche Ergebnis

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 + \frac{1}{2} b t^3.$$

Offensichtlich ist vielen Studienanfängern nicht bewusst, dass die Gleichung $s = \frac{1}{2} a t^2$ nur für den Spezialfall konstanter Beschleunigung gilt.

Schließlich stellen didaktische Studien infrage, ob es sinnvoll ist, eindimensionale Bewegungen zu betonen, da damit gewisse Fehlvorstellungen unterstützt

werden [3]. Für ein richtiges Verständnis kinematischer und dynamischer Größen ist es wichtig, diese an zweidimensionalen Bewegungen einzuführen und zu behandeln. Dass dies bereits in der Sekundarstufe I möglich ist, wurde bereits gezeigt [4, 5].

3 Die Alternative

Statt Bewegungsfunktionen wie

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

für spezielle Bewegungen sollten im Mechanikunterricht eher grundlegende Gleichungen behandelt werden, die immer gelten. In der Kinematik sind das im eindimensionalen Fall die Definitionen $v = \Delta x / \Delta t$ für die Durchschnittsgeschwindigkeit und $a = \Delta v / \Delta t$ für die Durchschnittsbeschleunigung und in der Dynamik das zweite Newton'sche Axiom $a = F / m$ bzw. genauer $a = \sum F / m$. Wo immer möglich, sollte man möglichst viel mit diesen grundlegenden Gleichungen berechnen. Bei komplexeren Bewegungen bieten sich Modellbildungssysteme an, die letztlich mit diesen Gleichungen auskommen [6], indem sie die folgenden Größen schrittweise numerisch berechnen: $a = \sum F / m$, $\Delta v = a \Delta t$ und $\Delta x = v \Delta t$.

Möchte man geradlinige Bewegungen (oder eine Komponente einer Bewegung) analytisch behandeln, kann man ebenso mit der umgeformten Definitionsgleichung $\Delta x = v_{\text{mittel}} \Delta t$ einiges berechnen. Diese Gleichung ist für beliebige Bewegungen immer gültig. Allerdings ist v_{mittel} im Allgemeinen nicht leicht bestimmbar. Für kleine Δt kann man v aber als konstant annehmen. Bei einer tatsächlich konstanten Geschwindigkeit v ist die Gleichung auch für große Zeitintervalle Δt leicht nutzbar. Interessanterweise ist die Gleichung auch für konstante Beschleunigungen ver-

wendbar, da die mittlere Geschwindigkeit hier leicht berechenbar ist. In diesem Fall einer konstanten Beschleunigungskomponente ergibt sich die x -Komponente der Durchschnittsgeschwindigkeit als arithmetischer Mittelwert aus Anfangs- und Endwert:

$$v_{\text{mittel}} = \frac{v_{\text{Anfang}} + v_{\text{Ende}}}{2}$$

Damit gilt für die Komponente der Ortsänderung

$$\Delta x = v_{\text{mittel}} \Delta t = \frac{1}{2} (v_{\text{Anfang}} + v_{\text{Ende}}) \Delta t$$

(siehe Abb. 1). Für den noch spezielleren Fall, dass zum Zeitpunkt $t_{\text{Anfang}} = 0$ die Geschwindigkeitskomponente $v_{\text{Anfang}} = 0$ ist, ergibt sich

$$\Delta x = \frac{1}{2} v_{\text{Ende}} \Delta t (= \frac{1}{2} a t^2).$$

Nun ist aber klar, woher das $\frac{1}{2}$ kommt – aus der Mittelung von Null und der Endgeschwindigkeit.

Bereits Galilei hat geometrisch bewiesen, dass die mittlere Geschwindigkeit in einem Zeitintervall die gleiche Ortsänderung ergibt wie eine aus der Ruhe heraus konstant beschleunigte Bewegung [1]. So wäre dies sogar in einem historisch orientierten Unterricht eine geeignete Gleichung.

Mit $\Delta x = v_{\text{mittel}} \Delta t$ hat man also eine sehr mächtige Gleichung, die allgemein gilt und für konstante Geschwindigkeit und für konstante Beschleunigung mit und ohne Anfangsgeschwindigkeit und mit und ohne Anfangsort einfach anwendbar ist. Sie ist mehr als ein Ersatz für $s = \frac{1}{2} a t^2$ und kann an dessen Stelle im Schulunterricht verwendet werden. Dennoch sollte auch hier den Schülern deutlich gemacht werden, dass die Gleichung $\Delta x = v_{\text{mittel}} \Delta t$ für nichtkonstante Beschleunigungen nicht mehr einfach nutzbar ist. Für kleine Δt ist $\Delta x = v \cdot \Delta t$ allerdings bei beliebigen Bewegungen immer näherungsweise gut verwendbar.

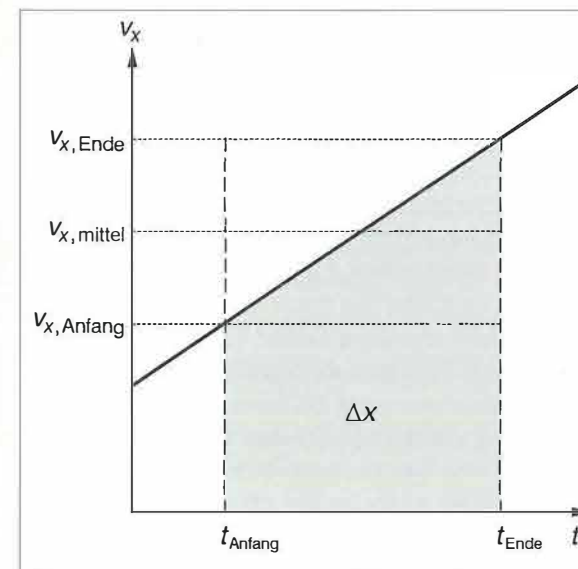


Abb. 1: Die Ortsänderung im $v_x(t)$ -Diagramm bei konstanter Beschleunigungskomponente

Literatur

- [1] J. Teichmann, W. Schreier & M. Segre: Experimente die Geschichte machten, Kapitel „Die schiefe Ebene und der freie Fall“, München: Bayerischer Schulbuch-Verlag, 1995, S. 21–28
- [2] Stolperstein 2.1: Ort, Ortsverschiebung, Weg – wofür steht eigentlich das s ?
- [3] T. Wilhelm & D. Heuer: Fehlvorstellungen in der Kinematik vermeiden – durch Beginn mit der zweidimensionalen Bewegung – In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 51, Nr. 7, 2002, S. 29–34
- [4] T. Wilhelm, H. Wiesner, M. Hopf & A. Rachel: Mechanik II: Dynamik, Erhaltungssätze, Kinematik – In: Reihe Unterricht Physik, Band 6, Aulis-Verlag, 2013
- [5] M. Hopf, T. Wilhelm, H. Wiesner, V. Tobias & C. Waltner: Mit der Zweiten lernt man mehr, in: Physik Journal 11, Nr. 12, 2013, S. 35–38
- [6] S. Lück & T. Wilhelm: Modellierung physikalischer Vorgänge am Computer. Modellbildungssysteme als Unterstützung zum Verständnis physikalischer Strukturen, in: Unterricht Physik 22, Heft 122, 2011, S. 26–31

Thomas Wilhelm

2.6 Welche Bewegungsarten gibt es?

1 Klassifizierungen in Schulbüchern

Der Mensch und vor allem der Wissenschaftler möchte die Vielfalt der Erscheinungen gerne ordnen, indem er alle Erscheinungen in Klassen einteilt. So eine Klassifizierung hat Vorteile, denn man kann dann sagen, es gäbe nur diese wenigen Fälle. Die Welt wird also einfacher. Besonders beliebt ist die Einteilung in drei Fälle. Hermann erinnert dabei an die Zahlenmystik: „Aller guten Dinge sind drei.“ [1] So findet man auch in Schulbüchern der Sekundarstufe I gleich am Anfang des Themas „Bewegungen“ fast als Erstes verschiedene Einteilungen von Bewegungen – noch bevor die sie beschreibenden Größen eingeführt werden.

Die Schulbücher eines Verlages [2] erklären, dass die Form der Bahn eines sich bewegenden Körpers sehr unterschiedlich sein kann und es drei „Bahnformen“ geben kann: die geradlinige Bewegung, die krummlinige Bewegung und die Schwingung, wobei die Bahn der Schwingung nur als Teil eines Kreises dargestellt wird. Abgesehen davon, dass es bei Schwingungen auch andere Bahnkurven geben kann, wie geradlinige Schwingungen (Beispiel: Federpendel), bleibt völlig offen, warum die Schwingungen hier überhaupt extra genannt werden, da doch jede Schwingung schon eine geradlinige oder eine krummlinige Bewegung ist.

Die Schulbücher eines anderen Verlages [3] erläutern zwar, dass der „Weg“ (richtig: die Form der Bahnkurve) einer Schwingung gerade oder krumm sein kann, bringen dann aber seltsamerweise trotzdem den Merksatz: „Es gibt drei Bewegungsarten: geradlinige Bewegung, krummlinige Bewegung und Hin- und Herbewegung.“

Die Schulbücher eines dritten Verlages [4] teilen alle Bewegungen in drei „Bewegungsformen“ ein: geradlinige Bewegung, Schwingung und Kreisbewegung. Demnach gibt es also keine Parabelbahnen, keine Ellipsenbahnen, keine Spiralbahnen u. Ä. Richtig ist nur, dass in dem Buch drei Spezialfälle genannt werden.

Interessant ist bei dieser Übersicht, dass für ähnliche Einteilungen in drei Fälle verschiedene Begriffe verwendet werden: Bahnformen, Bewegungsarten und Bewegungsformen.

Das als Letztes genannte Schulbuch geht dann noch darauf ein, dass das Tempo einer Bewegung konstant sein kann, abnehmen oder zunehmen kann. Das führt zu einer „Einteilung der Bewegungsarten“: Es gibt demnach „gleichförmige“ und „ungleichförmige“ Bewegungen – je nachdem, ob sich das Tempo

ändert oder nicht – und die ungleichförmigen werden wiederum unterteilt in „beschleunigte“ und „verzögerte“ Bewegungen – je nachdem, ob das Tempo zunimmt oder abnimmt. Fachlich gesehen ist es falsch, nur das Schnellerwerden als Beschleunigung zu bezeichnen, das Langsamerwerden und das Richtungsändern aber nicht. Didaktisch gesehen ist es ungünstig zu vermitteln, dass die Bewegungsrichtungen und Richtungsänderungen nicht von Bedeutung sind. Es wird in dem Buch sogar explizit gesagt, dass zu den gleichförmigen Bewegungen auch Kreisbewegungen gehören. Physikalisch sind die geradlinig gleichförmige Bewegung und die gleichförmige Kreisbewegung aber etwas völlig Verschiedenes, da die erste kräftefrei erfolgt und die zweite nur unter dem Einfluss einer Kraft von konstantem Betrag möglich ist.

2 Fachlich korrekte Klassifizierungen

Möchte man Bewegungen nach der Bahnkurve klassifizieren, dann gibt es 1. den Punkt (= nulldimensionale Bewegung), 2. den Geradenabschnitt (= geradlinige Bewegung = eindimensionale Bewegung), 3. zweidimensionale Bewegungen mit dem Spezialfall der Kreisbewegung und 4. dreidimensionale Bewegungen. Das ist aber wenig interessant.

Man kann Bewegungen aber auch danach klassifizieren, ob eine ausgewählte kinematische Größe konstant ist oder nicht, wobei die drei kinematischen Größen Ort $\vec{r}$, Geschwindigkeit $\vec{v}$ und Beschleunigung $\vec{a}$ jeweils gerichtete Größen sind. Dann gibt es 1. Bewegungen mit $\vec{r} = \text{konstant}$, d. h. Ruhe, und 2. Bewegungen mit $\vec{r}$ nicht konstant, d. h. Bewegungen im engeren Sinn. Weiterhin gibt es 1. Bewegungen mit $\vec{v} = \text{konstant}$, d. h. mit konstantem Tempo und konstanter Richtung (d. h. Ruhe oder geradlinig gleichförmige Bewegung), und 2. Bewegungen mit $\vec{v}$ nicht konstant, d. h., es ändert sich das Tempo oder die Richtung, also eine beschleunigte Bewegung. Und schließlich gibt es 1. Bewegungen mit $\vec{a} = \text{konstant}$, also keine oder konstante Beschleunigung (= gleichmäßig beschleunigte Bewegungen, die damit auch geradlinig sind), und 2. Bewegungen mit $\vec{a}$ nicht konstant, d. h., es ändert sich der Beschleunigungsbetrag oder die Richtung der Bewegung. Da bei allen drei Größen „konstant“ auch konstant null bedeuten kann und „nicht konstant“ eine Änderung des Betrages oder der Richtung bedeuten kann, ist die Klassifizierung kompliziert.

Schließlich könnte man auch danach klassifizieren, ob der Betrag einer der drei kinematischen Größen Ort $\vec{r}$, Geschwindigkeit $\vec{v}$ und Beschleunigung

$\vec{a}$ konstant ist oder nicht. Dann gibt es 1. Bewegungen mit $|\vec{r}| = \text{konstant}$, d. h. Ruhe oder Bewegung auf einem Kreis oder auf einer Kugel, und 2. Bewegungen mit $|\vec{r}|$ nicht konstant, d. h., der Abstand zum Bezugspunkt ändert sich. Außerdem gibt es Bewegungen 1. mit $|\vec{v}| = \text{konstant}$, d. h. konstantem Tempo, und 2. Bewegungen mit $|\vec{v}|$ nicht konstant, d. h., der Körper wird schneller oder langsamer. Und schließlich gibt es 1. Bewegungen mit $|\vec{a}| = \text{konstant}$ und 2. Bewegungen mit $|\vec{a}|$ nicht konstant. Dies ist eine problematische Einteilung, da der wichtige Aspekt der Richtung verloren geht.

Am sinnvollsten ist sicher zu unterscheiden, ob eine der drei kinematischen Größen Ort $\vec{r}$, Geschwindigkeit $\vec{v}$ und Beschleunigung $\vec{a}$ null ist oder nicht. Dann gibt es 1. Ruhe am Bezugspunkt $\vec{r} = 0$ und 2. andere Bewegungen. Außerdem gibt es 1. Ruhe mit $\vec{v} = 0$ und 2. echte Bewegungen mit $\vec{v} \neq 0$. Und schließlich gibt es 1. Bewegungen mit $\vec{a} = 0$, d. h. Ruhe oder geradlinig gleichförmige Bewegungen, und 2. Bewegungen mit $\vec{a} \neq 0$, wofür es drei Spezialfälle gibt: schneller werden, langsamer werden und Richtung ändern (siehe Abb. 1).

3 Didaktische Überlegungen

Man sieht, dass aus kinematischen Gesichtspunkten viele verschiedene Klassifizierungen von Bewegungen möglich sind. Manchmal wird auch eine Mischung obiger Klassifizierungen durchgeführt, die

dann nicht stimmig ist. Dabei geht es den Autoren, die Klassifizierungen vorstellen, vielleicht nicht um eine Systematik und um Vollständigkeit, sondern es sollen beliebige Spezialfälle genannt werden, wie die geradlinig gleichförmige Bewegung (mit $\vec{v} = \text{konstant} \neq 0$), die gleichmäßig beschleunigte Bewegung (mit $\vec{a} = \text{konstant} \neq 0$) und die gleichförmige Kreisbewegung (mit $|\vec{v}| = \text{konstant} \neq 0$ und der Möglichkeit das Bezugssystem so zu legen, dass $|\vec{r}| = \text{konstant}$).

Will man ein Kriterium für eine Klassifikation, die physikalisch relevant ist, dann muss man außerhalb der Kinematik suchen, d. h. in der Dynamik. Hier zeigen die Newton'schen Gesetze auf, dass es dafür, ob eine resultierende Kraft wirkt oder nicht, allein entscheidend ist, ob eine Beschleunigung vorhanden ist oder nicht, was gleichbedeutend damit ist, ob die Geschwindigkeit konstant ist oder nicht (siehe Abb. 1). Ist die Beschleunigung $\vec{a}$ null, ist man beim ersten Newton'schen Axiom; ist sie es nicht, ist man beim zweiten Newton'schen Axiom. Bei nicht konstanter Geschwindigkeit kann man weiter unterscheiden, ob sich das Tempo $|\vec{v}|$ oder die Richtung der Geschwindigkeit $\vec{v}$ (mit Einheitsvektor $\vec{e}_v$) ändert oder beides, da dies etwas über die Richtung der Kraft bezüglich der Bewegungsrichtung aussagt. Ob $\vec{a}$ oder $|\vec{a}|$ konstant ist, ist dagegen irrelevant.

Auffällig ist, dass in dieser Klassifizierung beliebige Spezialfälle nicht als Bewegungsarten vorkommen, wie die gleichmäßig beschleunigte Bewegung, die

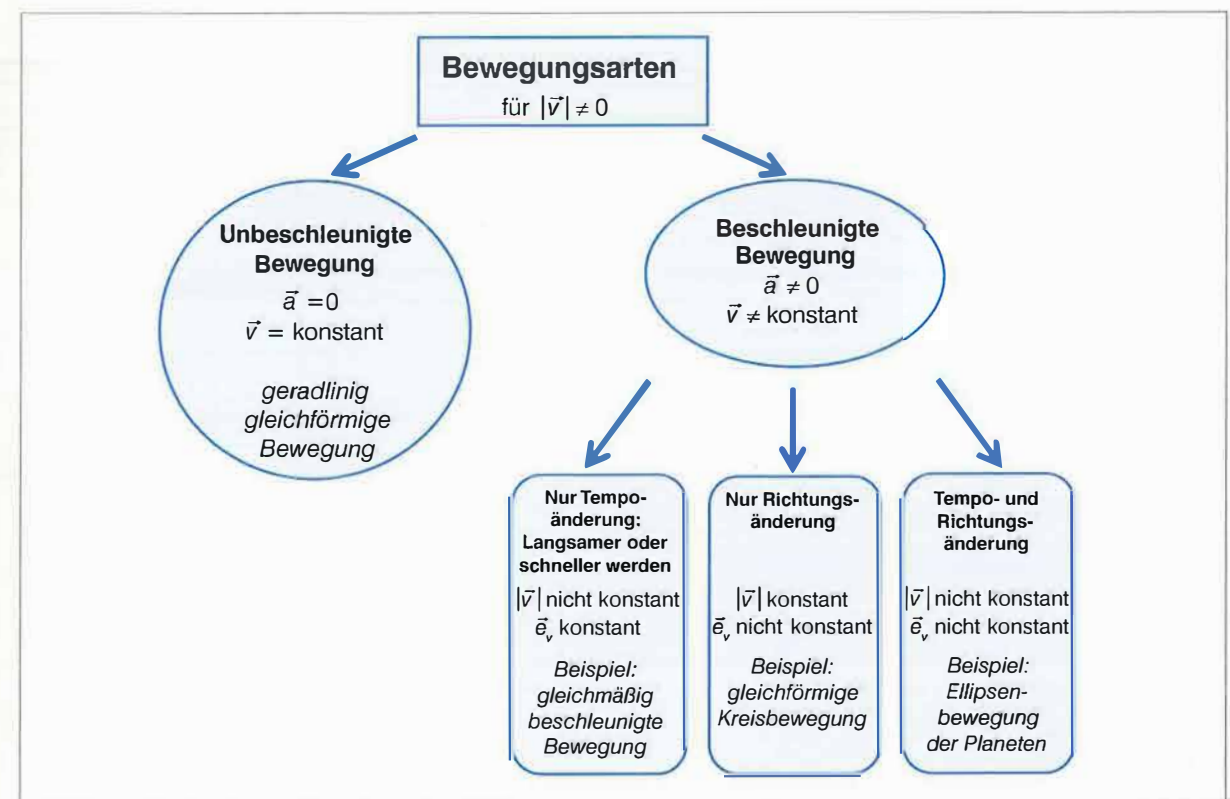


Abb. 1: Eine mögliche Klassifikation von Bewegungen in verschiedene Bewegungsarten

Schwingung oder die gleichförmige Kreisbewegung. Sie können nur als Beispiele genannt werden. Außerdem wird deutlich, dass die gleichmäßig beschleunigte Bewegung nicht das Gegenteil der gleichförmigen Bewegung ist, sondern nur ein sehr spezieller Spezialfall.

Da Schüler Schwierigkeiten haben, die zwei ähnlichen Worte „gleichförmig“ und „gleichmäßig“ auseinanderzuhalten, ist es am besten, darauf zu verzichten. Statt von „gleichförmiger Bewegung“ spricht man also besser von „Bewegung mit konstantem Tempo“. Und statt „gleichmäßig beschleunigter Bewegung“ spricht man besser von „Bewegung mit konstanter Beschleunigung“ und sagt damit, welche physikalische Größe konstant ist.

Kompliziert wird es dadurch, dass „gleichförmige Bewegung“ manchmal für „Bewegung mit konstantem Tempo“ steht, was z. B. auch eine Kreisbewegung sein kann, und manchmal für „Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit“, was nur eine geradlinige Bewegung ist.

4 Fazit

Da es offensichtlich nicht so einfach ist, Bewegungen fachlich richtig und didaktisch sinnvoll zu klassifizieren, und da die Gefahr besteht, einen Spezialfall zu einer wichtigen Klasse zu erheben, kann es nicht sinnvoll sein, bereits zu Beginn der Behandlung von Bewegungen in der Sekundarstufe I eine Klassifikation vorzunehmen. Dazu ist bereits einiges an Verständnis nötig.

Am besten man verzichtet ganz darauf, eine Klassifikation von Bewegungen bzw. eine Übersicht über Bewegungsarten anzugeben. Stattdessen sollte man Schritt für Schritt den Ort (und eventuell den Weg [5]), die Geschwindigkeit und ihren Betrag [6] sowie die Geschwindigkeitsänderung bzw. Beschleunigung einführen.

Wenn man überhaupt einen Überblick über verschiedene Bewegungsarten geben will, dann kann man dies am Ende der Bewegungslehre tun, wenn die Beschleunigung verstanden ist. Am Anfang des Unterrichts kann man natürlich einige Beispiele für verschiedene Bewegungsarten vorstellen. Man sollte dann aber den Eindruck verhindern, dass es sich um eine vollständige Einteilung aller Bewegungen handelt.

Literatur

- [1] F. Herrmann: Altlasten der Physik (103): Drei Arten des Wärmetransports – In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 57, Nr. 2, 2008, S. 48–49
- [2] L. Meyer; G.-D. Schmidt (Hrsg.): „Physik Gesamtband Sekundarstufe I“, Duden Paetec und Cornelsen Schulbuchverlag. Und: L. Meyer; G.-D. Schmidt (Hrsg.): „Natur und Technik, Schwerpunkt: Physik, Bayern7 Gymnasium“, Duden-Paetec und C. C. Buchners Verlag
- [3] T. Appel u. a. (Hrsg.): „Spektrum Physik“, Schroedel-Verlag. Und: T. Appel u. a. (Hrsg.): „Netzwerk Physik“, Schroedel-Verlag
- [4] W. Bredthauer u. a.: Impulse Physik, Klett Verlag
- [5] Stolperstein 2.1: Ort, Ortsverschiebung, Weg – wofür steht eigentlich das s ?
- [6] Stolperstein 2.2: Geschwindigkeit oder Tempo?

Thomas Wilhelm

2.7 Sind die Bewegungskomponenten unabhängig voneinander?

1 Das übliche Vorgehen

Traditionell wird im Mechanikunterricht zuerst ausführlich die eindimensionale Kinematik behandelt. Erst danach oder auch erst nach der eindimensionalen Dynamik werden recht kurz zweidimensionale Bewegungen thematisiert, auch „krummlinige Bewegungen“ genannt. Behandelt werden meist der waagrechte Wurf, eventuell der schiefe Wurf und die Kreisbewegung. Vor allem die Wurfbewegungen werden meist ausführlich unterrichtet, und dabei wird das Prinzip der Superposition behandelt, das heißt die Tatsache, dass die Bewegungskomponenten unabhängig voneinander sind bzw. sich gegenseitig nicht stören.

2 Der Grund für dieses Vorgehen

Damit orientiert sich der Physikunterricht zum Teil am historischen Vorgehen. Schon Aristoteles interessierte sich besonders für die eindimensionale Fallbewegung und erklärte, ein Gegenstand fällt, weil er seinem natürlichen Ort, der Erdoberfläche, zustrebt. Während heute die Fallbewegung sogar im Unterricht direkt messbar ist, war dies früher nicht möglich. Messbar wurde diese Bewegung erst bei Galilei, der die Bewegung mit der geraden „Fallrinne“ verlangsamte, indem er eine schiefe Ebene (gerin-

gere Beschleunigung) und massive Kugeln (Teil der potenziellen Energie geht in Rotationsenergie) wählte. Atwood verlangsamte die Fallbewegung, indem er über eine feste Rolle eine weitere Masse anhängte und so die bewegende Masse viel kleiner als die bewegte Masse ist. So wurde die gleichmäßig beschleunigte Bewegung gefunden.

Newton formulierte ein Kraftkonzept ausgehend vom linearen Trägheitsprinzip, das sich erstmals bei Gassendi und bei Descartes findet [1, S. 391 f.]. Hier spielt die Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit eine wichtige Rolle.

Das Superpositionsprinzip sagt nun, dass der waagrechte und der schiefe Wurf aus diesen beiden speziellen Bewegungsformen, der Bewegung mit konstanter Beschleunigung und der mit konstanter Geschwindigkeit, zusammengesetzt werden können. Im Physikunterricht wird hier nachträglich gerechtfertigt, warum man sich so lange mit diesen beiden speziellen eindimensionalen Bewegungen beschäftigt hat.

Dieses Superpositionsprinzip, auch Unabhängigkeitsprinzip genannt, hat natürlich einen großen praktischen Vorteil. Man kann damit jede Komponente der Bewegung einzeln ohne Berücksichtigung der anderen berechnen; die Bewegung ist dann einfach

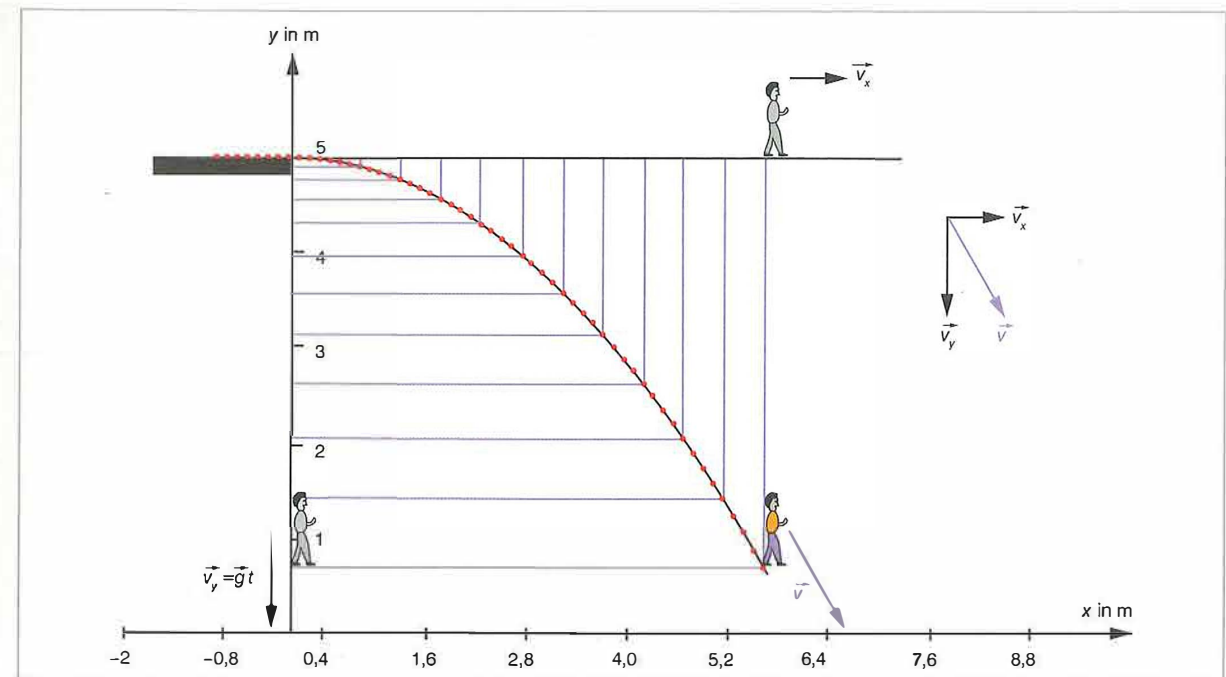


Abb. 1: Der waagrechte Wurf als ungestörte Überlagerung zweier geradliniger Bewegungen

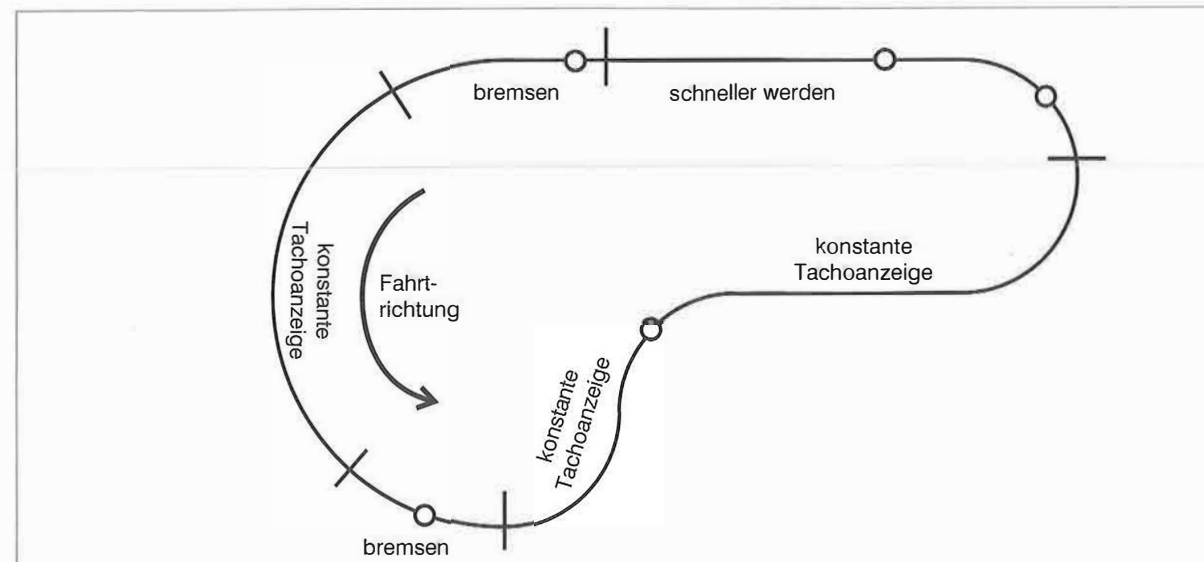


Abb. 2: Testaufgabe zur Beschleunigung bei einer zweidimensionalen Bewegung

die ungestörte Überlagerung der Bewegungen in die einzelnen Koordinatenrichtungen. In Abb. 1 wird das deutlich: Die Person, die vom Sprungbrett mit Anlauf ins Schwimmbad springt, bewegt sich in x-Richtung wie die Person, die mit konstanter Geschwindigkeit in Verlängerung des Sprungbrettes geradeaus läuft. In y-Richtung bewegt sie sich dagegen genau wie die Person, die sich vom Sprungbrett ohne Anfangsgeschwindigkeit herunterfallen ließ. Die Berechenbarkeit durch Schüler, die hier gegeben ist, war früher oft ein entscheidendes Kriterium bei der Auswahl der Inhalte.

3 Das fachliche Problem

Streng genommen gilt aber das Superpositionsprinzip in dieser Formulierung beim waagrechten (= horizontalen) und schiefen Wurf nicht, da immer Luftreibung vorliegt. Damit gilt

$$m\vec{a} = \vec{F}_G + \vec{F}_{\text{Luft}},$$

wobei die Luftreibung proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist. Man hätte nun gerne, dass daraus gemäß diesem Superpositionsprinzip folgen würde:

$$ma_x = -kv_x^2 \text{ und } ma_y = mg - kv_y^2,$$

was aber falsch ist. Tatsächlich gilt:

$$ma_x = -kv^2 \cos \varphi \text{ und } ma_y = mg - kv^2 \sin \varphi,$$

wobei v der Betrag der Geschwindigkeit und φ der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung und der Horizontalen ist.

Drückt man v^2 und φ durch die Geschwindigkeitskomponenten aus, ergibt sich:

$$ma_x = -k(v_x^2 + v_y^2) \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \text{ und } ma_y = mg - k(v_x^2 + v_y^2) \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}.$$

Das bedeutet, die Beschleunigung einer Komponente hängt auch von der anderen Bewegungskomponente ab. Erfährt ein Körper in einer Bewegungskomponente eine große Luftreibung (z. B. durch Wind in bzw. gegen diese Richtung), führt das auch zum Abbremsen der anderen beiden Bewegungskomponenten. Beispielsweise führt beim Fußball ein steiler und sehr kräftiger Torabschuss aus der Hand des Torwarts (45°, 110 km/h) bei einem starken Seitenwind von 48 km/h (Windstärke 6) nicht nur zu einer seitlicher Abweichung von 17 m, sondern auch zu einer Verkürzung der Reichweite um über 2 m (Reichweite mit Luftreibung, aber ohne Wind: 53,5 m) [2].

Ein Superpositionsprinzip, das besagt, dass die Bewegungskomponenten unabhängig voneinander sind, gilt demnach nur für ideale Gedanken- und Laborwelten ohne Luft. In der Realität gilt es nur näherungsweise für manche Fälle.

Bei vielen Gesetzmäßigkeiten wird in Schulbüchern auch angegeben, wo ihr Gültigkeitsbereich liegt. So wird bei den Gesetzen des freien Falls erwähnt, dass sie nur bei Vernachlässigung der Luftreibung gelten und der Fall mit Luftreibung wird häufig thematisiert. Beim waagrechten und beim schiefen Wurf fehlt aber in manchen Schulbüchern der Hinweis, dass die Unabhängigkeit der Komponenten auch nur bei Vernachlässigung der Luftreibung gilt.

4 Das didaktische Problem

Im Physikunterricht ist es nicht so wichtig, dass die Schüler das historische Entstehen der heutigen Phy-

	traditioneller Unterricht 11. Jgst. Bayern Test am Jahresende (kurz nach dem Unterricht) 12 Klassen, 217 Schüler, Jahr 2004	zweidimensionale Einführung 11. Jgst. Bayern Test am Jahresende (8 Monate nach dem Unterricht) 2 Klassen, 35 Schüler, Jahr 2004	traditioneller Unterricht Uni Bayern Test am Semesteranfang 251 Physik-Studierende, Jahr 2006
geradeaus schneller werdend	93 %	97 %	93 %
geradeaus bremsend	88 %	97 %	91 %
Kurve konstantes Tempo	12 %	86 % *	19 %
Kurve schneller werdend	9 %	66 % *	15 %
Kurvenfahrt bremsend	6 %	80 % *	15 %
Subgruppe „geradeaus“	90 %	97 %	92 %
Subgruppe „Kurve“	9 %	77 % *	16 %

Tabelle: Vergleich der Anteile der richtigen Antworten bei der Aufgabe zur Richtung des Beschleunigungsvektors (abhängig vom Unterricht) [4, 6]. Signifikante Unterschiede bei den Schülern sind mit einem Stern markiert (jeweils 0,001-Niveau)

sik kennenlernen. Auch die Fähigkeit, Bewegungen vorauszuberechnen, ist nicht so wichtig. Wichtiger ist, ein qualitatives Verständnis der physikalischen Größen und ihrer Zusammenhänge zu bekommen. Aber das gelingt mit dem traditionellen Vorgehen, das erst eindimensionale Bewegungen betrachtet und diese dann zu zweidimensionalen zusammensetzt, gerade nicht [3].

Zwei grundlegende kinematische Aussagen sind mit diesem komponentenweisen Vorgehen prinzipiell schon vermittelbar:

- Eine Bewegung wird genau dann *schneller*, wenn Geschwindigkeit und Beschleunigung die *gleiche* Richtung (bzw. das *gleiche* Vorzeichen) haben.
- Eine Bewegung wird genau dann *langsamer*, wenn Geschwindigkeit und Beschleunigung die *entgegengesetzte* Richtung (bzw. das *entgegengesetzte* Vorzeichen) haben.

Tatsächlich kommt der Richtungscharakter der Größen aber bei Schülern zum großen Teil nicht an und sie sehen die Größen nur als Zahlen. (Oft werden diese Aussagen sogar noch weiter so verkürzt, dass eine positive Beschleunigung ein Schnellerwerden und eine negative Beschleunigung ein Langsamerwerden sei, was aber nur für Bewegungen in die positive Koordinatenrichtung richtig ist.)

Was aber bei obigem Vorgehen auf jeden Fall nicht gelingen kann, ist die Vermittlung der folgenden kinematischen Aussage, bei der die komponentenweise Betrachtung wenig hilft:

- Eine Bewegung ist genau dann eine gleichmäßige Kreisbewegung, wenn Geschwindigkeit und Beschleunigung senkrecht zueinander sind.

In einer Studie aus dem Jahr 2004 wurde am Ende des Mechanikunterrichts der Oberstufe und kurz nach der Behandlung der Kreisbewegung ein Test gestellt, bei dem die Schüler nach der Richtung der Beschleunigung gefragt wurden (siehe Abb. 2). Bei der Kurvenfahrt mit konstantem Tempo (= gleichförmige

Kreisbewegung) gaben nur ca. 12 % der Schüler die Beschleunigung richtig radial an (siehe Tabelle) [4]. Bei einer Lehrerumfrage vermuteten 4 % der Lehrkräfte dieses Ergebnis, während alle anderen von viel besseren Ergebnissen ausgingen. Eine Mehrheit von 49 % wählte die Antwort, dass die Beschleunigung „von durchschnittlich 50 % bis 85 % der Schüler“ korrekt angegeben werde [5]. Aber selbst bei Physikstudierenden des ersten Semesters lösten zum Studienbeginn nur 19 % die Aufgabe richtig [6]. Bei einem Unterricht, bei dem dagegen die Kinematik anhand von allgemeinen zweidimensionalen Bewegungen am Schuljahresanfang eingeführt wurde, wurde diese Aufgabe auch noch am Schuljahresende von 86 % der Schüler richtig gelöst [4].

5 Fazit

Auf der Schwerpunkttagung „Newton'sche Mechanik“ der Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik wurde von den Teilnehmern ein Thesenpapier konsensuell verabschiedet, in dem gefordert wird: „Kinematische Größen sollten ausgehend vom Ort anhand zweidimensionaler Bewegungen eingeführt werden“ [7]. Die kinematischen Größen werden hier am besten als Pfeile dargestellt. Erst nach dieser Einführung wird auf eindimensionale Bewegungen reduziert bzw. eine Komponente einer Bewegung betrachtet. So wird eine Bewegung nicht aus unabhängigen Bewegungskomponenten zusammengesetzt, sondern umgekehrt in ihre Komponenten aufgeteilt. Dies ist auch dann möglich, wenn diese nicht unabhängig sind.

Die komponentenweise Betrachtung ist ein sehr wichtiger Inhalt des Physikunterrichts. Man sollte sich aber bewusst sein, dass die Unabhängigkeit der Bewegungskomponenten nur in Spezialfällen gilt. Eine Überbetonung von Wurfbewegungen ist jedenfalls zu überdenken und das Fahren um eine Kurve ist alltagsrelevanter.

Literatur

- [1] A. Crombie: Von Augustinus bis Galilei. Die Emanzipation der Naturwissenschaft, Verlag Kiepenheuer & Witsch, Köln, Berlin, 1959
- [2] T. Wilhelm; F. Zimmermann: Die Luft beim Fußballflug – In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 63, Nr. 1, 2014, S. 28–37
- [3] Stolperstein 2.2: Geschwindigkeit oder Tempo?
- [4] T. Wilhelm: Zweidimensionale Bewegungen – Vergleich von vier verschiedenen Möglichkeiten der Messwert-erfassung und Evaluationsergebnisse eines Unterrichtseinsatzes – In: V. Nordmeier; A. Oberländer (Hrsg.): Didaktik der Physik – Kassel 2006, Lehmanns Media – LOB.de, Berlin, 2006
- [5] T. Wilhelm: Vektorverständnis und vektoriell Kinematikverständnis von Studienanfängern – In: V. Nordmei-

- er; A. Oberländer; H. Grötzebach (Hrsg.): Didaktik der Physik – Regensburg 2007, Lehmanns Media – LOB.de, Berlin, 2007, und in: In: V. Nordmeier; A. Oberländer; H. Grötzebach (Hrsg.): Didaktik der Physik – Berlin 2008, Lehmanns Media – LOB.de, Berlin, 2008
- [6] T. Wilhelm: Vorstellungen von Lehrern über Schülervorstellungen – In: D. Höttecke (Hrsg.): Kompetenzen, Kompetenzmodelle, Kompetenzentwicklung, Jahrestagung der GDCP in Essen 2007, Reihe: Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, Band 28, Lit-Verlag, Münster, 2008, S. 44–46
- [7] Thesen zum Mechanikunterricht, <http://www.thomas-wilhelm.net/ThesenMechanikunterricht.pdf>

Thomas Wilhelm

2.8 Wo ist die potenzielle Energie?

1 Welcher Körper hat die potenzielle Energie? Wo ist sie?

Auf diese Frage einer Schülerin oder eines Schülers hin führt das Studium der gängigen Lehrwerke zu folgendem Ergebnis:

► In der Sekundarstufe I ist die Lageenergie oder potenzielle Energie $E_{\text{Lage}} = E_{\text{pot}} = mgh$.

Mit der Formel $E_{\text{pot}} = mgh$ lässt sich gut rechnen. Weitere Fragen wie: „Welche Höhe h ist denn genau gemeint?“ oder „Wer hat denn die Energie?“ bleiben in der Sekundarstufe I außen vor. E_{pot} ist gleich mgh .

1.1 Die potenzielle Energie in Feldern: Mehr erfahren Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe II:

(1) „Die Lageenergie oder potenzielle Energie des Systems Erde–Körper der Masse m in Bezug auf ein frei wählbares Bezugsniveau beträgt $E_{\text{pot}} = mgh$.“ [1, S. 63]

Lageenergie und potenzielle Energie werden als Synonyme gleichgesetzt. Wenige Seiten weiter wird im Themenbereich „Gravitationsfeld“ genauer geklärt, wer die Energie hat [1, S. 94]:

(2) Ein Körper der Masse m im Punkt $P_2(h_2)$ hat ... gegenüber Punkt $P_1(h_1)$ die potenzielle Energie $E_{\text{pot}} = mg(h_2 - h_1)$.

Der Körper hat ... die potenzielle Energie! Es kommen in der Sekundarstufe II noch weitere potenzielle Energien vor.

(3) Die potenzielle Energie eines Körpers im Gravitationsfeld ist

$$E_{\text{pot}}(r) = -\gamma \frac{mM}{r}$$

(4) Entsprechendes gilt für einen elektrisch geladenen Körper im elektrischen Feld:

$$W_{\text{pot}}(r) = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r}$$

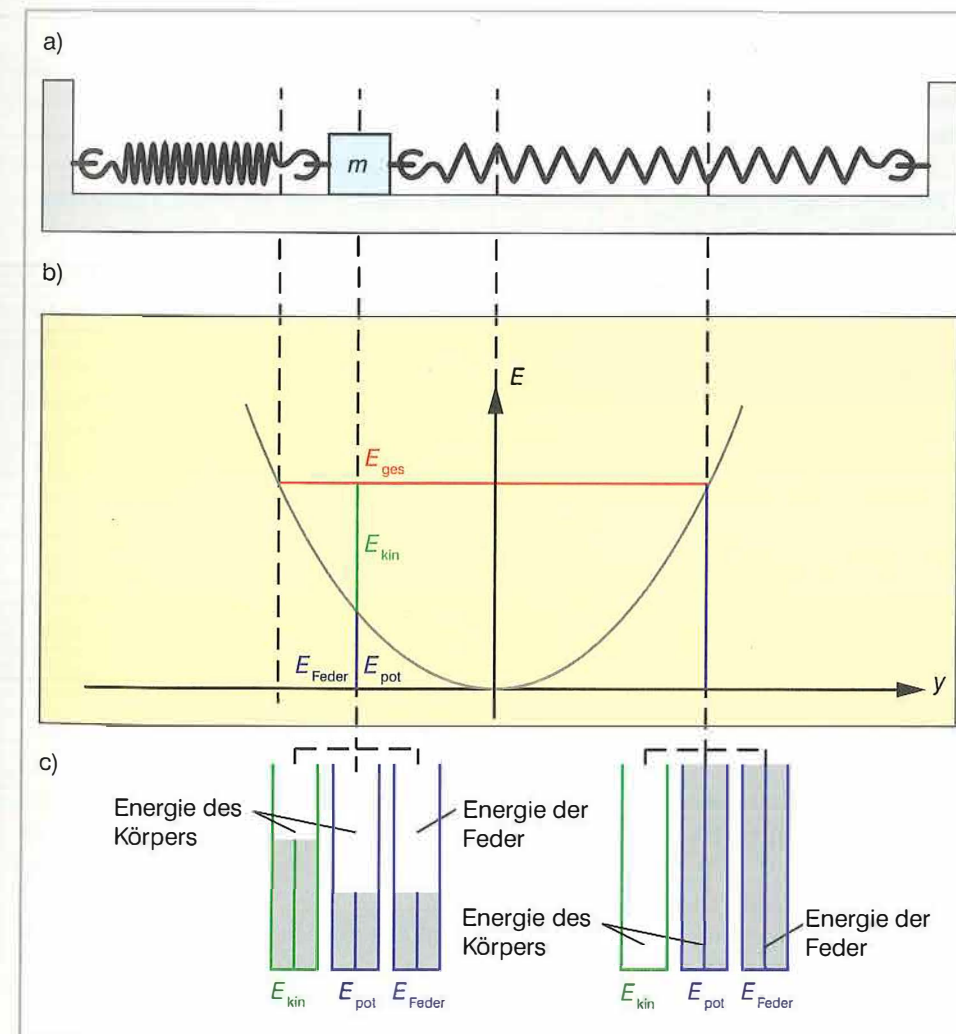


Abb. 1: Ein Körper schwingt (reibungsfrei) zwischen zwei Federn (a). Das trifft beispielsweise auf einen Luftkissengleiter zu, der zwischen den Federn eingespannt ist. Bei der Schwingung des Körpers wird Energie reversibel zwischen dem Körper und den Federn ausgetauscht (b). Die Energiewerte beider Federn zusammengefasst werden mit E_{Feder} bezeichnet. Dann gilt: $E_{\text{Feder}} + E_{\text{kin}} = E_{\text{ges}} = \text{const.}$ Zur Veranschaulichung wird der Austausch von Energie mit dem von Flüssigkeitsmengen verglichen (c). Aus dem Topf von E_{kin} wird Energie in den Topf von E_{pot} und zurück übertragen. Im Vergleich mit E_{pot} wird deutlich, dass E_{Feder} und E_{pot} zu jedem Zeitpunkt der Schwingung gleiche Werte haben.

Wer hat die Energie? Auch hier wird formuliert: Der Körper ... *hat* ... die potenzielle Energie. [1, S. 200]

1.2 Der fachliche Hintergrund: Neben der kinetischen Energie E_{kin} eines Körpers wird eine Rechengröße (oder Bilanzgröße) E_{pot} eingeführt. Sinnverwandte Wörter von „potenziell“ sind denkbar, erwartbar, eventuell, fakultativ, möglich. Der Körper, der die Energie E_{pot} hat, dem sie also zugeschrieben wird, hat die Energie E_{pot} (noch) nicht. Es besteht die Möglichkeit (bei einem bestimmten Vorgang), die Energie aufzunehmen oder abzugeben.

Übertragen auf das Beispiel des Falls aus einer Höhe h bedeutet dies: Der Körper mit der Masse m hat auf der Höhe h die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = 0$ und die potenzielle Energie $E_{\text{pot}} = mgh$. Die potenzielle Energie befindet sich allerdings (noch) nicht im Körper, sondern im Feld, hier im Gravitationsfeld. Während des Fallens nimmt der Körper aus dem Feld die Energie auf. Die Energie des Feldes verringert sich um mgh , die des Körpers steigt auf $\frac{1}{2}mv^2$.

Ein Problem für den Unterricht in der Schule ist der Gebrauch der Fachsprache: Der Körper hat die potenzielle Energie, die sich allerdings nicht im Körper, sondern in einem anderen System, hier einem Feld befindet. Die Energie ist nicht im Körper. Die Unterscheidung, wer die Energie hat und wo die Energie ist, lässt sich nur schwer vermitteln. Das Ziel einer solchen fachsprachlichen Festlegung bleibt unklar.

1.3 Energiebilanz beim Federschwinger ohne E_{pot} :

In einem ganz anderen Zusammenhang wird ebenfalls von der potenziellen Energie gesprochen: Die Schwingung eines Körpers an einer Feder wird untersucht (Abb. 1a). Die Energie der um die Auslenkung y gespannten Feder beträgt $E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dy^2$. Dabei ist D die Federkonstante der Feder. Die Energie wird mit der kinetischen Energie des Körpers $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$ verglichen, wobei der Körper die Masse m und die Geschwindigkeit v hat. Im Verlauf der Schwingung wird die Energie zwischen dem schwingenden Körper und der Feder ausgetauscht (siehe Abb. 1b, E_{kin} grün, E_{pot} blau). Aufgrund der Energieerhaltung – von Reibung wird abgesehen – ist die Summe der beiden Energiewerte konstant. Welche Energieformen sind beteiligt?

► Die Energie einer um den Weg y gespannten Feder beträgt $E_{\text{Feder}} = \frac{1}{2}Dy^2$. Dabei ist D die Federkonstante der Feder.

► Die kinetische Energie des schwingenden Körpers beträgt $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$. Dabei sind m die Masse des Körpers und v seine Geschwindigkeit.

Die beiden Systeme S1 und S2, der schwingende Körper S1 und die Feder S2, tauschen Energie aus. Dabei gilt, wie Abb. 1c zeigt, $E_{\text{kin}} + E_{\text{Feder}} = E_{\text{ges}}$. So lassen sich Energiebilanzen berechnen. Und die potenzielle Energie?

1.4 Energiebilanz beim Federschwinger mit E_{pot} : Nun gibt es eine alternative Form der Energiebilanzierung für den Federschwinger:

► Die potenzielle Energie des Körpers an der Feder ist $E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dy^2$.

Die Verwendung der potenziellen Energie folgt den Vorgaben aus Abschnitt 1.2. Der Körper an der Feder hat eine potenzielle Energie $E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dy^2$. Die Energie befindet sich in einem anderen System, nämlich in der Feder. Während der Zeitspanne $T/4$ (Schwingungsdauer T) nimmt der Körper Energie von der Feder auf. Die Energie der Feder verringert sich um $E = \frac{1}{2}Dy^2$, die des Körpers steigt auf $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$. Die Werte beider Terme sind gleich aufgrund der Energieerhaltung. In Abb. 1c wird die Energiebilanz veranschaulicht. Es gilt $E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = E_{\text{ges}}$. Das Ergebnis entspricht dem von Abschnitt 1.3. Rechnung richtig, alles richtig?

1.5 Der Ort, an dem sich E_{pot} befindet: Die Sprechweise von der potenziellen Energie des Körpers führt sehr leicht zur Vorstellung, dass sie im Körper ist, wobei sie doch, wie gesagt, in einem anderen System, hier in der Feder ist. Im Verlauf der Zeit zeigte sich in den Lehrbüchern die Tendenz, die potenzielle Energie vom Körper zur Feder hin zu verlagern. Ausgehend von der potenziellen Energie des Körpers wurde von der des Schwingers, des Oszillators, des Pendels, der Feder bis hin zur potenziellen Federenergie gesprochen. Richtig ist: Die Energie der Feder $E_{\text{Feder}} = \frac{1}{2}Dy^2$ hat die Feder. Daran ist nichts Potenzielles. Die Gleichsetzung Spannenergie der Feder und potenzielle Federenergie [1, S. 63] ist fachlich falsch. Wo die genau ist, wird nicht gesagt: „Die im System Feder – Körper gespeicherte Energie ist ebenfalls eine potenzielle Energie ...“ [1, S. 63]. Besser, einfacher und richtiger wäre es, in diesem Zusammenhang auf die potenzielle Energie zu verzichten (siehe Abschnitt 1.3).

2 Probleme mit E_{pot} im Körper

Zurück zur potenziellen Energie in Feldern. Wo sind Probleme für den Unterricht vorhersehbar, wenn die (falsche) Vorstellung verwendet wird, dass die potenzielle Energie des Körpers im Körper lokalisiert ist?

2.1 E_{pot} im Gravitationsfeld: Der Vergleich der Terme $E_{\text{pot}} = mgh$ und $E_{\text{pot}}(r) = -gmM/r$ zeigt es: Das Vorzeichen der potenziellen Energie wechselt. Während im ersten Term E_{pot} , die sogenannte Lageenergie, positive Werte hat, ist sie im zweiten Term negativ. Wie kommt es dazu?

In der Sekundarstufe I wird die Lageenergie des Körpers $E_{\text{Lage}} = E_{\text{pot}} = mgh$ für Energiebilanzen verwendet. Die Vorstellung, dass die kinetische und potenzielle Energie des Körpers auch im Körper loka-

lisiert sind, stört noch nicht. Die Rechnungen, wie gesagt, liefern richtige Ergebnisse.

In der Weiterführung wird die Abhängigkeit der potenziellen Energie im Gravitationsfeld vom Abstand zum Erdmittelpunkt r betrachtet: $E_{\text{pot}}(r) = -gmM/r$. Für $r = r_E + h$, dem Erdradius r_E vergrößert um eine Höhe h , sollte sich derselbe Wert ergeben wie für $E_{\text{pot}} = mgh$. Dem ist nicht so. Daraufhin wird argumentiert, es läge daran, dass es nicht auf den Wert der potenziellen Energie ankommt, sondern nur auf Differenzen ΔE_{pot} . Diese führen in der Rechnung dann auch wieder zu passenden Ergebnissen: $\Delta E_{\text{pot}} = E_{\text{pot}}(r_E + h) - E_{\text{pot}}(r_E) = mgh$.

Hinweis: Die potenzielle Energie eines Körpers im Feld befindet sich im Feld. Mitunter wird verkürzt formuliert, es sei „die Energie des Feldes“. Das wiederum verwundert, da die Energie eines Feldes sicher einen positiven Wert hat. Deshalb sei noch einmal ausführlich dargelegt: E_{pot} gibt die Energie an, die der Körper auf einem Weg im Feld aufnimmt oder abgibt, je nach Vorzeichen der Werte von E_{pot} . Diese Werte sagen nichts über die gesamte Energie des Feldes aus, die positiv und im Allgemeinen wesentlich größer ist als E_{pot} .

2.2 E_{pot} im elektrischen Feld: Die Vorzeichenfrage aus dem Gravitationsfeld findet sich, je nach Vorzeichen der betrachteten Ladung, auch im elektrischen Feld. Darüber hinaus wird die Lokalisierung von E_{pot} im Körper zum Problem. Der Teilchenbeschleuniger am DESY führt Elektronen die Energie 3,5 GeV zu. Beim Start haben die Elektronen $E_{\text{kin}} = 0$ und $E_{\text{pot}} = eU = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,5 \cdot 10^9 \text{ J}$. Wegen $E = mc^2$ sollte man denken, dass die Masse der Elektronen beim Start auf-

grund der hohen potenziellen Energie vergrößert ist. Dem ist nicht so, da der Körper E_{pot} nicht hat. Hier und in vergleichbaren Fällen führt die Vorstellung, dass der Körper E_{pot} hat, zu falschen Ergebnissen. Richtig wäre: Das elektrische Feld hat die Energie.

Kurz zur Atomphysik: Die Energie eines Elektrons im Grundzustand des Wasserstoffatoms wird mit $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ angegeben. Schülerinnen und Schüler lernen, dass die Energiewerte „des Elektrons“ in den gebundenen Zuständen negativ sind. Das erscheint verwunderlich. Auch hier wird die Energie dem Körper, hier dem Elektron, zugeschrieben, was zu Verwirrung führt. Der Text mancher Lehrbücher verdeckt die Problematik, indem die Energie $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ nicht dem Elektron, sondern dem Atom oder dem System aus Elektron und Kern zugeordnet wird. Die Energie des elektrischen Feldes wird nicht genannt, die Bedeutung von E_{pot} nicht geklärt. Wie es zu negativen Energiewerten kommt, bleibt ein Rätsel.

3 Fazit

Statt die Probleme zu verschleiern, sollte man sie klären: (1) Entweder wird auf E_{pot} verzichtet und stattdessen mit der Energie des Feldes oder der Feder argumentiert oder (2) das Konzept von E_{pot} wird für Schülerinnen und Schüler nachvollziehbar begründet, eingeübt und angewendet. Ob das möglich ist, erscheint fraglich. Wenn nicht, bleibt nur (1).

Literatur

- [1] J. Grehn, J. Krause (Hrsg.) (2007): Metzler Physik. 4. Aufl., Bildungshaus Schulbuchverlage, Braunschweig

Heiner Schwarze

3.1 Was sind die Bestimmungsstücke einer Kraft?

1 Die Bestimmungsstücke einer Kraft

Eine Kraft hat drei Bestimmungsstücke: Angriffspunkt, Richtung und Betrag. So steht es noch immer in manchen aktuellen Schulbüchern der Sekundarstufe I, aber nicht mehr in allen. So wurde es lange gelehrt und gelernt. Warum steht es nicht mehr in allen Schulbüchern?

Häufig wird eine Kraft durch einen Kraftpfeil dargestellt, der entsprechend einen Fußpunkt, eine Richtung und eine Länge hat. Verwirrung gibt es allerdings öfters bei der Frage, wo der Fußpunkt des Pfeiles hinzuzeichnen ist. Verwendet wird als „Angriffspunkt“ der Kraft die Stelle, an der sich zwei wechselwirkende Körper berühren. Sind diese aber mit Seilen oder Stangen verbunden, ist nicht eindeutig, wo sie sich berühren [1].

2 Punktmechanik

Man könnte sich überlegen, dass viele Kräfte, wie die Gleitreibungskraft, an einer ganzen Fläche angreifen, also eine Angriffsfläche haben. Die Gravitationskraft wirkt dagegen auf ein ganzes Volumen ein, sie hat ein Angriffsvolumen.

Es ist aber eine Leistung der Newton'schen Mechanik, sich alle Körper als „Massenpunkt“ vorzustellen, das heißt, als Körper ohne Ausdehnung, deren ganze Masse sich in einem geometrischen Punkt befindet. Das ist ein bildhaftes Modell bzw. eine Idealisierung der Realität, denn tatsächlich gibt es Massenpunkte

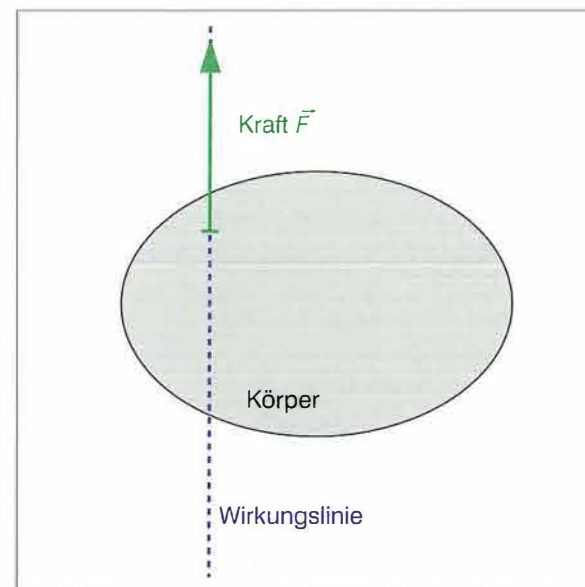


Abb. 1: Die Wirkungslinie der Kraft

genauso wenig wie Lichtstrahlen und Punktladungen, die aber für die Physik ebenso hilfreich sind.

Als Massenpunkt wählt man den Schwerpunkt eines Körpers. Da sich ein punktförmiger Körper nicht verformen kann und nicht rotieren kann, muss man dies auch nicht weiter beachten; es gibt dann nur noch Translationsbewegungen.

Wenn ein Körper nur aus einem Punkt besteht, ist dieser Punkt auch der Angriffspunkt. Hier scheint es völlig unnötig, den Angriffspunkt extra zu betonen. Es genügt zu sagen, dass eine Kraft Richtung und Betrag hat. Schließlich ist die Kraft ein Vektor, der nur Richtung und Betrag hat.

Hermann meint, dass es bei anderen Größen auch nicht üblich ist, den Ort zu benennen [2]. So sage man auch nicht, die Temperatur sei bestimmt durch den Wert und den Ort, an dem sie herrscht.

3 Translation ausgedehnter Körper

Auch bei einem ausgedehnten starren Körper, auf den mehrere Kräfte an verschiedenen Stellen in verschiedene Richtung einwirken, gilt für den Schwerpunkt immer das zweite Newton'sche Gesetz, dass sich seine Beschleunigung aus allen angreifenden Kräften und der Masse ergibt:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m}$$

Das gilt unabhängig davon, ob zusätzlich Rotationen auftreten oder nicht [3], und unabhängig davon, ob zusätzlich Verformungen auftreten oder nicht. Man kann also zur Ermittlung der Translationsbewegung aus den Kräften so tun, als ob alle Kräfte im Schwerpunkt angreifen oder als ob der Körper ein Massenpunkt ist. Deshalb ist es auch hier nicht nötig, den Angriffspunkt einer Kraft zu betonen.

4 Ausgedehnte Körper

Bei Drehbewegungen sieht das anders aus. Genau genommen brauchen wir aber auch hier keinen Angriffspunkt, sondern nur den Abstand der Wirkungslinie der Kraft vom Drehpunkt (siehe Abb. 1). Man kann den Angriffspunkt einer Kraft bei starren Körpern entlang der Richtung der Kraft verschieben, die Wirkung der Kraft auf Drehbewegungen ändert sich dabei nicht. Fachlich betrachtet, geht es hierbei aber nicht um Kräfte, sondern um Drehmomente. Die Wirkungslinie ist ein didaktisches Konstrukt, um Kraft-richtung und Dreharm deutlich zu machen.

Relevant sind Angriffspunkte nur bei Verformungen. Haben wir zwei gleich große, entgegengesetzte Kräfte, die auf einer Wirkungslinie liegen, gibt es keine Beschleunigung und keine Drehbewegung. Die Verformung findet aber nur zwischen den beiden Angriffspunkten statt.

5 Technische Mechanik

In der technischen Mechanik, wie man sie im Ingenieurwesen braucht, legt man zunächst fest, welchen Körper man betrachtet und wo dieser endet und andere beginnen. Bei Bildern der Situation trägt man die Systemgrenze in das Bild ein, indem man eine geschlossene Linie um das ausgewählte System einzeichnet. Anschließend überlegt man sich alle Kräfte, die von anderen Körpern von außerhalb über die Systemgrenze hinweg auf den betrachteten Körper einwirken. Dann wird die Umgebung weggeschnitten und an deren Stelle die Kräfte eingezeichnet, was „Freischneiden“ oder „Freistellen“ genannt wird [4]. Der Angriffspunkt der Kraft oder besser des anderen Körpers wäre dann bei Zug- und Druckkräften der Schnittpunkt der Wirkungslinie mit der Systemgrenze. Zum Teil wird da allerdings – wohl aus Gründen der Übersichtlichkeit – nicht der Fußpunkt des Kraftpfeiles, sondern die Spitze des Kraftpfeiles hingzeichnet, da man sich bewusst ist, dass nicht der Angriffspunkt, sondern nur die Wirkungslinie zählt. Auf der Wirkungslinie kann der Kraftpfeil beliebig verschoben werden, sodass auf den Angriffspunkt *nicht* zu achten ist.

6 Die Wirkungslinie

Solange keine Drehbewegungen betrachtet werden, verdeutlichen Wirkungslinien nur die Kraftrichtungen, sind also nichts Neues. Erst bei Drehmomenten werden sie als Elementarisierung gebraucht, um den Dreharm zu verdeutlichen.

Mithilfe von Wirkungslinien kann schon in der Sekundarstufe I vieles anschaulich formuliert werden [5]:

- Liegen zwei Kraftvektoren auf der gleichen Wirkungslinie, dann ist die resultierende Gesamtkraft $\vec{F}_{\text{res}}$ einfach durch Aneinanderhängen der Kraft-

pfeile gegeben und die Wirkungslinie bleibt unverändert. Statisches Gleichgewicht gibt es, wenn beide Kraftpfeile gleich lang und entgegengerichtet sind.

- Greifen zwei (oder mehr) Kräfte, die auf einer gemeinsamen Wirkungslinie liegen und nicht in die gleiche Richtung wirken, an zwei verschiedenen Punkten eines Körpers an, dann wird er verformt (gedehnt, gestaucht). Wie stark die Verformung ist, hängt auch vom Material ab.
- Wenn sich die Wirkungslinien zweier Kräfte schneiden, werden die beiden Kräfte im Schnittpunkt der Wirkungslinien vektoriell addiert. Die Wirkungslinie der resultierenden Kraft geht durch den Schnittpunkt und hat die Richtung von $\vec{F}_{\text{res}}$. Ein statisches Gleichgewicht erfordert eine dritte Kraft, gegeben durch $-\vec{F}_{\text{res}}$, die in der Wirkungslinie liegt.

7 Fazit

Man sollte also den Angriffspunkt einer Kraft nicht wie Richtung und Betrag betonen; man kann sogar ganz darauf verzichten. Beim Einführen der Kraft in der Sekundarstufe I genügt es, wie bei anderen vektoriellen Größen die Richtung und den Betrag herauszustellen. Der Angriffspunkt gehört nicht zur Definition der Kraft. Solange nur Translationen betrachtet werden, ist es auch egal, wo am Körper die Kraft angezeichnet wird. Pragmatisch nimmt man einen Punkt in der Mitte des Körpers.

Literatur

- [1] P. Wolfram: Wo liegt der Angriffspunkt der Kraft? – In: Physik in der Schule 31, Nr. 12, 1993, S. 414–415
- [2] F. Hermann: Altlasten der Physik (46). Angriffspunkt und Wirkungslinie – In: Physik in der Schule 37, Nr. 4, 1999, S. 218
- [3] T. Wilhelm; W. Reusch; M. Hopf: Woher kommt die Energie beim Stoß? – In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 65, Nr. 6, 2016
- [4] Stolperstein 3.6: Wie entsteht die Hangabtriebskraft?
- [5] T. Wilhelm; H. Wiesner; M. Hopf; A. Rachel: Mechanik II: Dynamik, Erhaltungssätze, Kinematik – In: Reihe Unterricht Physik, Band 6, Aulis-Verlag, 2013

Thomas Wilhelm

3.2 Trägheit nur bei schnellen Bewegungen?

1 Ein bekanntes Experiment

Ein beliebter und spektakulärer Freihandversuch zum Trägheitssatz besteht darin, auf eine Tischdecke ein Trinkglas zu stellen und die Tischdecke schnell wegzuziehen, sodass das Trinkglas fast an seinem Ort stehen bleibt [1, 2]. Der Showversuch ist deshalb verblüffend, weil jeder weiß, dass sich das Glas beim langsamen Ziehen mit der Tischdecke mitbewegen würde. Eine einfachere Variante, die Schüler auch selbst durchführen können, ist die, bei der auf ein Trinkglas eine Postkarte und eine Münze gelegt werden und die Postkarte schnell weggezogen wird (siehe Abb. 1) [2, 3]. Insgesamt entsteht der Eindruck, „Trägheit“ gäbe es nur bei „schnellen Bewegungen“ bzw. „Trägheit“ hinge vom Tempo ab.

2 Erklärung des Tischdecken-Versuchs

Man stelle sich vor, das Trinkglas sei auf der Tischdecke festgeklebt. Dann würde es sich auf jeden Fall mit der Tischdecke mitbewegen. Wenn man langsam zieht, sind die Beschleunigung des Tringlases und die Kraft von der Tischdecke auf das Trinkglas klein; wenn man schneller zieht, ist die Beschleunigung groß und die Kraft groß. Ohne Kleber kommen Reibungskräfte ins Spiel.

Zieht man mit einer kleinen Kraft an der Tischdecke, so übt diese auch ohne Kleber eine Kraft auf das Trinkglas aus. Es ist die Haftkraft, die das Trinkglas



Abb. 1: Die Münze soll in die Tasse

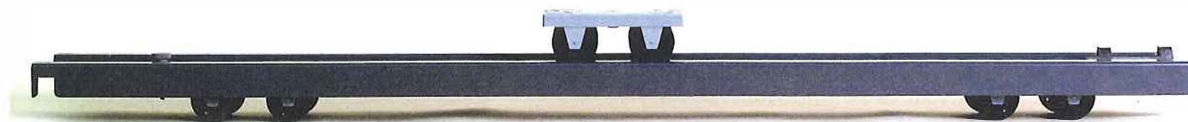


Abb. 2: Kleiner Versuchswagen auf langem Versuchswagen

beschleunigt. So kann sich das Glas mit der Tischdecke mitbewegen.

Allerdings ist nur eine bestimmte maximale Haftkraft möglich. Wird die Tischdecke so stark beschleunigt, dass die Kraft, die für diese Beschleunigung auf das Trinkglas nötig wäre, die maximal mögliche Haftkraft überschreitet, kommt es zum Rutschen des Glases über die Tischdecke. Da die nun wirkende Gleitreibungskraft viel geringer ist, wird das Trinkglas nur wenig beschleunigt und bewegt sich während der kurzen Zeit der Tischdeckenbewegung nur wenig weiter.

Letztlich ist also entscheidend, dass unterschiedlich starke Kräfte (Haftkraft und Gleitreibungskraft) zu unterschiedlich starken Beschleunigungen führen. In dieser physikalischen Erklärung des Versuchs kommt der Begriff der Trägheit nicht vor, der hier nur verwirrt.

Der Versuch ist außerdem vergleichbar mit einem Auto, das in die Kurve fährt. Auch hier ist nur eine bestimmte maximale Zentripetalbeschleunigung aufgrund der maximal möglichen Haftkraft möglich. Ist die für eine Kurvenfahrt nötige Haftkraft nicht möglich, passiert mit dem Gleiten etwas völlig anderes.

3 Der Trägheitssatz

Der Begriff „Trägheit“ ist nicht klar definiert und wird einmal für den Trägheitssatz, einmal für die träge Masse und ein weiteres Mal für Trägheitskräfte benutzt. Deshalb sollte er grundsätzlich nicht verwendet werden.

Aber auch der Begriff „Trägheitssatz“ sollte nicht verwendet werden, da er sehr missverständlich ist. „Trägheit“ meint hier etwas anderes als in der Alltagssprache. Wenn jemand träge ist, will er sich nicht bewegen, sondern zur Ruhe kommen. Ein „träger“ Körper bleibt aber in Bewegung, solange keine Kraft auf ihn wirkt. Den alten deutschen Begriff „beharren“ kennen die heutigen Schüler nicht, was aber nicht von Nachteil ist, da dann keine Fehlvorstellungen mittransportiert werden. Deshalb sollte man vom „Beharrungsprinzip“ oder vom „ersten Newton'schen Axiom“ sprechen.

Die drei Newton'schen Axiome sind keine Axiome im mathematischen Sinn, da man damals eine andere Vorstellung von Axiomatisierung hatte, sondern stellen ein verwobenes Geflecht von Ideen dar [4, 5]. Um ein Bezugssystem zu finden, in dem das erste Axiom gilt, braucht man z. B. eine Definition von Kräftefreiheit, die man durch das zweite Axiom bekommt. Aus dem zweiten Axiom lässt sich aus unserer heutigen Sicht das erste Axiom ableiten, sodass man nach dem Sinn des ersten Axioms fragen kann.

Für Newton (nicht für uns) sagt das zweite Axiom, dass für eine Impulsänderung die Wirkung einer Kraft hinreichend ist, das heißt, die Folge einer Kraftwirkung ist Impulsänderung (die auch noch anders geschehen könnte). Das erste Axiom stellt für ihn fest, dass die Kraft für eine Impulsänderung auch notwendig ist, das heißt, von Impulsänderung kann man auf Kraft schließen, der Impuls kann nicht von selbst abnehmen.

Heute werden die Axiome aufgrund unseres heutigen Wissens über Raum und Zeit und aufgrund einer Auffassung vom zweiten Axiom als Definition so gesehen, dass das erste Axiom für uns nur die Aufgabe hat, ein Inertialsystem zu finden, in dem dann das zweite Axiom gilt; das erste Axiom ist also heute eine Umschreibung der Definition der Inertialsysteme. Da Bezugssysteme und speziell Inertialsysteme im Unterricht nicht explizit behandelt werden, kann das erste Axiom nur als Spezialfall des zweiten Axioms, also der Newton'schen Bewegungsgleichung, behandelt werden und sollte deshalb nur kurz und nach dem zweiten Newton'schen Axiom thematisiert werden [6].

4 Folgerung

Bei der Behandlung des Beharrungsprinzips sollte man Versuche zeigen, bei denen der Körper wider Erwarten zunächst eine Bewegung beibehält, denn dies ist das Entscheidende. Der Spezialfall, dass die Ruhe beibehalten wird, muss nicht betont werden, da dies ohnehin den Schülervorstellungen entspricht. Möchte man dennoch einen solchen Versuch zeigen, sollte man darauf achten, dass möglichst keine Reibung auftritt – zumindest keine, die von der Bewegung abhängt. Das heißt, der Versuch sollte weitgehend unabhängig vom gewählten Tempo funktionieren.

5 Versuche zur Beibehaltung des Tempos $\neq 0$

Beispiele dafür, dass sich ein Körper weiterbewegt, weil eine auffällig auftretende Kraft zunächst nicht auf ihn, sondern auf einen anderen Körper wirkt, wären beispielsweise die Folgenden.

- Auf einem langen Wagen (eventuell zunächst hinter einem Sichtschutz aus Pappkarton) steht ein kleiner Wagen mit sehr kleiner Rollreibung (der über den Sichtschutz sichtbar ist) (siehe Abb. 2).

Beide Wagen werden gemeinsam beschleunigt, dann losgelassen, sodass sie zusammen über einen längeren Versuchstisch fahren. Am Ende des Tisches fährt der große Wagen gegen einen Bremsklotz (was eventuell durch einen lauten Knall zu hören, aber nicht zu sehen ist). Der kleinere Wagen fährt unverändert auf dem großen Wagen weiter – unabhängig von seinem Tempo.

- In einer flachen Pappschachtel liegt ein Tischtennisball oder ein rohes Ei. Die Schachtel mit dem Ei wird gegen eine horizontal fest eingespannte Stativstange geschoben, sodass die Schachtel abrupt abgebremst wird, während sich das Ei unabhängig vom Tempo weiterbewegt (siehe Abb. 3). Bei hohem Tempo fliegt das Ei aus der Schachtel heraus in einem Bogen auf den Boden und zerschellt dort.
- Ein schmaler Holzklötz steht mit der kleinsten Fläche und hoher Haftreibung auf einem Wagen. Der Wagen mit dem Holzstück wird vorsichtig beschleunigt, dann losgelassen, sodass sie zusammen über einen längeren Versuchstisch fahren. Am Ende des Tisches fährt der Wagen gegen einen Bremsklotz, sodass der Holzklötz bei fast jedem Tempo umfällt. Das erinnert an bekannte Situationen: Die Straßenbahn hält an und stehende Fahrgäste fallen um, oder eine Person am Ende eines Laufbandes am Flughafen kommt ins Stolpern.

6 Versuche zur Beibehaltung der Ruhe

Beispiele dafür, dass ein Körper in Ruhe bleibt, weil eine auffällig auftretende Kraft nicht auf ihn, sondern auf einen anderen Körper wirkt, wären beispielsweise die Folgenden.

- Ein schmaler Holzklötz steht mit der kleinsten Fläche und hoher Haftreibung auf einem Wagen. Der Wagen wird von Hand beschleunigt, sodass der Holzklötz umfällt. Das Holzstück wird also auf der Unterseite vom Wagen beschleunigt, während die Oberseite zunächst in Ruhe bleibt. Das erinnert an die Situation, dass die Straßenbahn anhält und stehende Fahrgäste umfallen.
- Auf einen großen Wagen steht ein kleiner Wagen mit sehr geringer Rollreibung. Der große Wagen



Abb. 3: Ei in der Schachtel



Abb. 4: Tangential wegfliegende Funken beim Flexen

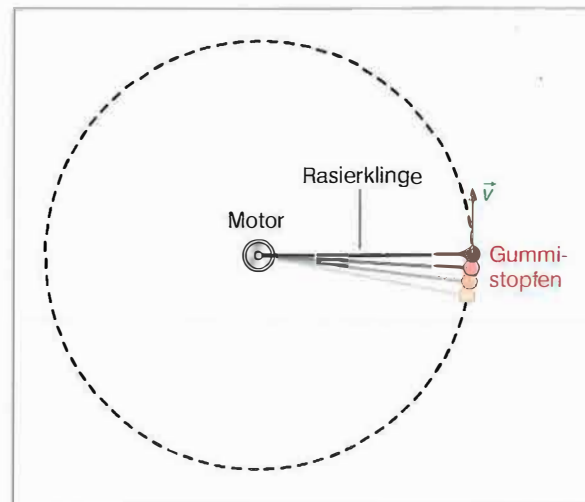


Abb. 5: Aufbau des Versuchs mit rotierendem Gummistopfen und Rasierklinge

wird von Hand hin- und herbewegt. Der kleine Wagen bleibt aber aus Sicht des ruhenden Beobachters an seinem Platz.

7 Versuch zur Beibehaltung der Bewegungsrichtung

Beispiele dafür, dass ein Körper seine Richtung behält, wären beispielsweise die Folgenden.

- Die Funken einer Flex fliegen geradlinig weg (siehe Abb. 4).

- Man lässt einen Gummistopfen in der Hand an einer Schnur kreisen und dann los. Oder man lässt ihn an einer dünnen Schnur an einen Motor kreisen und hält eine Rasierklinge hinein (siehe Abb. 5). Damit die Schüler sehen, dass der Gummistopfen tangential wegfliegt, ist eine Videoaufnahme ideal, die man nochmals verlangsamt ablaufen lassen kann. Ohne Video nimmt man statt eines Gummistopfens einen besser sichtbaren Papierflieger, dessen eine Tragfläche man locht, um eine Schnur zu befestigen.

8 Fazit

Der Versuch mit Tischdecke und Trinkglas ist als eine Anwendung von Reibungskräften und dem zweiten Newton'schen Gesetz denkbar, aber nicht als Beispiel für das erste Newton'sche Gesetz. Hier sollte man ihn weglassen. Dafür gibt es bessere Beispiele, die nicht zur Fehlvorstellung führen, dass das Tempo eine Rolle spielt. Der Begriff „Trägheit“ sollte zudem grundsätzlich vermieden werden.

Literatur

- [1] http://www.leifiphysik.de/web_ph11/heimversuche/02_traegheit/tischtuch.htm
- [2] E. Zeier: Physikalische Schulversuche, Freihandversuche, kleine Experimente, Köln: Aulis Verlag Deubner & Co.KG (1986), S. 31–32
- [3] H. Hilscher (Hrsg.): Physikalische Freihandexperimente, Band 1, Mechanik, Köln: Aulis Verlag Deubner & Co.KG (2004), S. 14
- [4] H. Wiesner, T. Wilhelm, C. Waltner, V. Tobias, A. Rachel & M. Hopf: Mechanik I: Kraft und Geschwindigkeitsänderung, Reihe Unterricht Physik, Hallbergmoos: Aulis-Verlag, 2011
- [5] T. Wilhelm: Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung, Dissertation, Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 46, Berlin: Logos-Verlag (2005), <http://www.opus-bayern.de/uni-wuerzburg/volltexte/2009/3955/>
- [6] T. Wilhelm, H. Wiesner, M. Hopf & A. Rachel: Mechanik II: Dynamik, Erhaltungssätze, Kinematik, Reihe Unterricht Physik, Hallbergmoos: Aulis-Verlag, 2013

Thomas Wilhelm

3.3 Trägheit nur bei großen Kräften?

1 Der Kugel-Versuch

Der folgende verblüffende, aber komplexe Versuch wird zum Teil beim Thema „Trägheitssatz“ behandelt [1–7]. Eine schwere Kugel oder ein großes Gewichtstück (1 kg oder 2 kg) oder ein anderer schwerer Gegenstand (mehrere Kilogramm) wird über einen dünnen Faden an ein stabiles Stativ gehängt (siehe Abb. 1). An der Unterseite der Kugel wird wieder ein Stück des gleichen Fadens befestigt und an diesem am besten eine leichte, kurze Stange. Zum Schutz des Bodens wird entweder eine Matte untergelegt oder an die Kugel ein längeres, dickes Sicherungsseil befestigt. Zieht man langsam an der kurzen Stange, reißt der Faden oberhalb der Kugel. Zieht man schnell an der Stange, reißt der Faden unterhalb der Kugel, was mit der „Trägheit“ der Kugel erklärt wird. Trägheit ist also wie bei manch anderen Versuchen scheinbar vom Tempo abhängig [8].

2 Der Begriff „Trägheit“

Der Begriff „Trägheit“ wird oft in dem Sinne verwendet, dass sich ein Körper einer Bewegung widersetzt, insbesondere einer Bewegung mit hohem Tempo [8]. Physikalisch falsch, aber manchmal so verstanden, ist die Behauptung, dass es erst einer gewissen Kraft bedarf, um einen Körper in Bewegung zu setzen. Tatsächlich führt aber auch eine sehr kleine resultierende Kraft schon zu einer Beschleunigung. Richtig ist, dass ein Körper beim Einwirken einer Kraft nicht sofort ein großes Tempo hat, sondern dieses mit der Zeit zunimmt. Aber genau das sagt das zweite Newton'sche Axiom $\vec{a} = \vec{F} / m$, das auch Grundgesetz der Mechanik oder Newton'sche Bewegungsgleichung genannt wird. Damit wird also mit dem Begriff „Trägheit“ ein Aspekt des zweiten Newton'schen Axioms angesprochen.

Hört man sich manche Erklärung an, erscheint „Trägheit“ als eine Eigenschaft oder Größe der Kugel. Zeier erklärt explizit: „Ruhende feste Körper haben ein großes Beharrungsvermögen (Trägheit)“ [1]. Eine solche physikalische Größe ist aber in keinem Physiklehrbuch definiert. Die physikalische Größe, die hier gemeint ist, ist die (träge) Masse, wie sie im zweiten Newton'schen Axiom steht.

Ganz problematisch wird es, wenn man wie Zeier davon spricht, dass die auf den ruhenden Körper ausgeübte Kraft das Beharrungsvermögen bzw. die Trägheit überwinden muss, das heißt größer sein muss [1]. Diese Überwindungs- bzw. Schwellenvorstellung hat schon Jung als eine Schülerfehlvorstellung beschrieben, wobei „der ganze Vorgang [...] nicht unter dem

Aspekt von Größen auf einer einheitlichen Dimension gesehen“ [9] wird, denn die Trägheit ist in der Schülervorstellung keine Kraft.

3 Erklärung des Kugel-Versuchs

Kompliziert wird der Kugel-Versuch dadurch, dass sich der Faden dehnt. Allerdings ist der Faden keine Hooke'sche Feder, sondern er verformt sich beim Dehnen plastisch; die Dehnung hängt nicht nur von der Zugkraft ab, sondern auch davon, wie schnell diese Zugkraft erreicht ist. Stark vereinfachend betrachten wir im Folgenden den Faden als Hooke'sche Feder.

Der Versuch mit der schweren Kugel lässt sich dann so beschreiben, dass an dem Stativ neben der

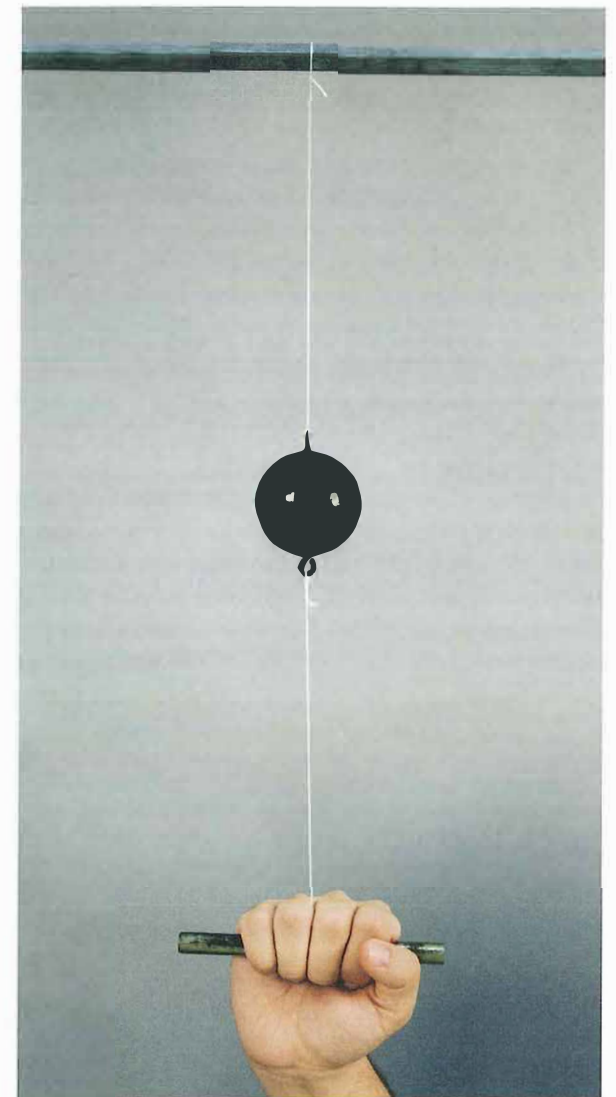


Abb. 1: Versuchsaufbau für die seltsame Kugel

Kugel mit großer Masse und der Stange mit kleiner Masse zwei Federn mit vernachlässigbarer Masse und großer Federhärte hängen. Wir betrachten nun drei Situationen.

Zunächst zieht keiner an der Stange. Am oberen Faden greift ein gegengleiches Kräftepaar an: unten die Gewichtskraft von Kugel und Stange $F_{G,Kugel} + F_{G,Stange}$, oben eine gleich große Haltekraft durch das Stativ. Am unteren Faden greift ebenso ein Kräftepaar an: unten die Gewichtskraft der Stange $F_{G,Stange}$, oben eine gleich große Kompensationskraft. Auch bei der Kugel ist Kräftegleichgewicht. Nach unten zieht die Gewichtskraft der Kugel sowie die untere Feder mit einer Kraft vom Betrag der Gewichtskraft der Stange, nach oben zieht das Stativ.

Ein ganz langsames, vorsichtiges Ziehen an der Stange kann als ein quasistatischer Vorgang beschrieben werden, das heißt, es gibt keine Beschleunigung, sondern eine konstante Geschwindigkeit (was eigentlich unmöglich ist, da man die Geschwindigkeit ja erst bekommen muss). Solange kein Faden reißt, gilt: Am unteren Ende des unteren Fadens zieht die Stange und die Hand mit einer gewissen Zugkraft $F_{G,Stange} + F_{Zug}$ nach unten, am oberen Ende des unteren Fadens eine gleich große Kraft dagegen, sodass sich der untere Faden etwas dehnt. Am unteren Ende des oberen Fadens wird mit einer größeren Kraft $F_{G,Kugel} + F_{G,Stange} + F_{Zug}$ nach unten gezogen, am oberen Ende zieht das Stativ dagegen, sodass sich der Faden etwas mehr dehnt. Ab einer gewissen Zugkraft bzw. Dehnung ist die Zugspannung im oberen Faden bzw. die Dehnung so groß, dass dieser reißt. Bis zum Reißen wirkt auf die Kugel ein Kräftegleichgewicht: Nach unten ziehen die Gewichtskraft der Kugel $F_{G,Kugel}$ und der Stange $F_{G,Stange}$ und die Zugkraft F_{Zug} , nach oben zieht das Stativ mit gleichem Betrag.

Zieht man dagegen fest und ruckartig an der Stange, muss man zur Berechnung der Beschleunigungen berücksichtigen, dass eine komplexe Kombination von Massen vorliegt. Infolgedessen erhalten die Stange sowie die Teilstücke des unteren Fadens zunächst eine große Beschleunigung, die Kugel mit ih-

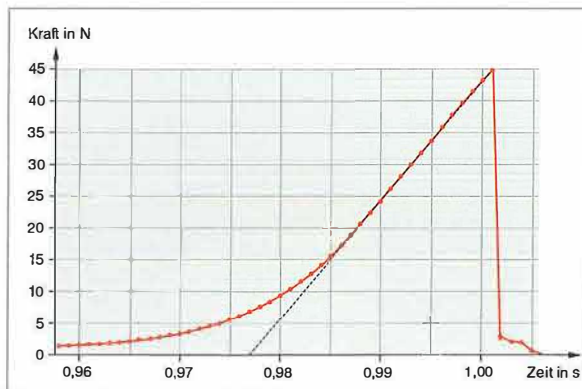


Abb. 2: Gemessener Verlauf der Zugkraft, wenn der untere Faden reißt

rer großen Masse eine kleine Beschleunigung, sodass der untere Faden bis zum Zerreißen gedehnt wird, während der obere Faden viel weniger gedehnt wird.

4 Behandlung mit einem Modellbildungsprogramm

Wir wählen eine Eisenkugel mit einer Masse von 850 g und eine Stange mit einer Masse von 132 g (siehe Abb. 1). Die beiden Fäden sind 20 cm lang und eine Messung ergibt eine Federhärte von näherungsweise $30 \text{ N/cm} = 3000 \text{ N/m}$. Sie reißen bei ca. 40 N oder ca. 1,3 cm Dehnung. Um den zeitlichen Verlauf der Kraft zu kennen, mit der die Hand zieht, wird das Messwerterfassungssystem Pasport von Pasco sowie der dazugehörige Kraftmesser (Messbereich bis 50 N) verwendet und eine Abtastrate von 1.000 Hz eingestellt. Wie man in Abb. 2 sehen kann, nimmt die Kraft nahezu linear in ca. 25 ms bis auf den Maximalwert zu. Das ist ein Anstieg von ca. 1.800 N/s .

Mit diesen Daten lässt sich der zweite Teil des Versuchs leicht mit einem Modellbildungssystem berechnen. Im Modellbildungssystem Newton-II [10, 11] wählt man die Einstellung „3-dim“, um in der ersten Koordinate die Bewegung der schweren Kugel zu berechnen und in der zweiten Koordinate die des leichten Stabes am unteren Ende des Fadens.

Wir wählen die Abwärtsrichtung als die positive Koordinatenrichtung. Bei einer Masse an einer Feder kann man den Koordinatennullpunkt an das Ende der entspannten Feder legen und stets Gewichtskraft und eine Hooke'sche Federkraft berücksichtigen. Alternativ kann man den Koordinatennullpunkt an die Ruhelage der gespannten Feder legen und nur noch eine Hooke'sche Federkraft von dieser Ruhelage aus betrachten, was nicht so einsichtig ist, aber einfacher, da wir in dieser Ruhelage starten wollen.

Damit steht x für den Ort der Kugel ausgehend von der Ruhelage und die Variable y für den Ort des Stabes ausgehend von der Ruhelage. Die Variable x ist damit bei dem gewählten Koordinatensystem auch die Ortsänderung der Kugel und die Dehnung des oberen Fadens, die zur Vordehnung (ein paar Millimeter) durch die Kugel dazukommt. Die Variable y ist auch die Ortsänderung des Stabes; die Dehnung des unteren Fadens ist damit $y - x$.

Dann gilt für die Kraft auf die schwere Kugel: $F_x = -D \cdot x + D \cdot (y - x)$. Für die Kraft auf den leichten Stab gilt: $F_y = -D \cdot (y - x) + F_{Zug}$, wobei $F_{Zug} = 1800 \cdot t$ ist. Die Beschleunigung ist damit $a_x = F_x / m_K$ und $a_y = F_y / m_S$ mit den Massen m_K der Kugel und m_S der Stange. Die Abbruchbedingung für die Berechnung ist $y - x > 0,013 \text{ m}$.

Nach Eingabe der Größen schaut man sich an, wie sich die beiden Fäden mit der Zeit dehnen (siehe Abb. 3a und b). Man sieht, dass sich der untere Faden im betrachteten Zeitabschnitt viel stärker dehnt als der obere. Und während die Geschwindigkeit der

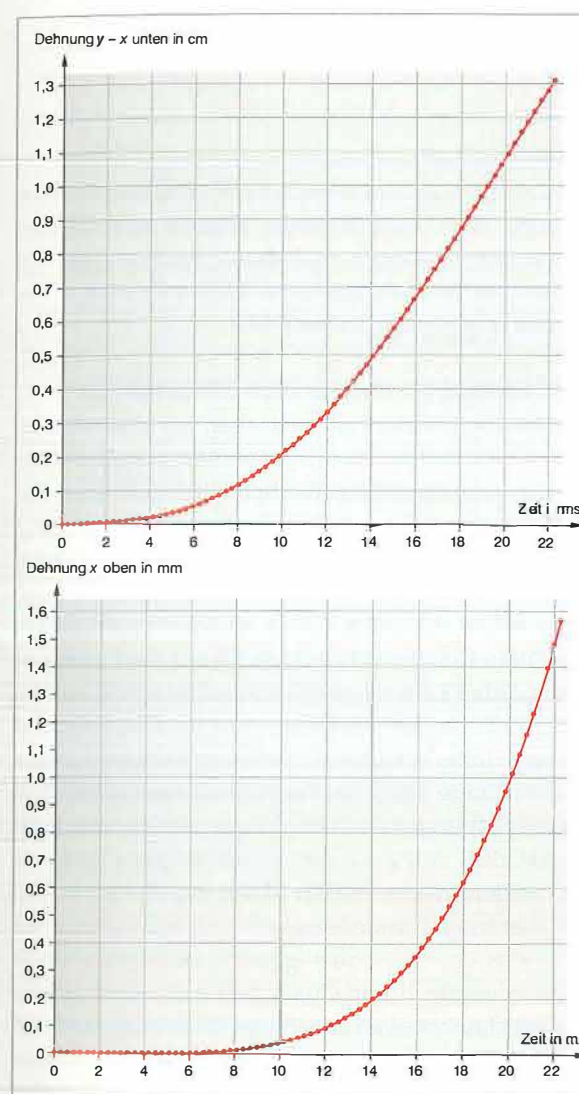


Abb. 3: Dehnung von unterem und oberem Faden in Abhängigkeit von der Zeit (innerhalb der 22 ms, bis der Faden reißt)

Stange schnell zunimmt, nimmt die Geschwindigkeit der Kugel zunächst kaum zu.

Abb. 4 zeigt, wie sich die beiden Fäden zu verschiedenen Zeitpunkten dehnen. Man sieht: Wenn der untere Faden die maximale Dehnung von 1,3 cm erreicht hat und reißt, hat der obere Faden erst eine Dehnung von 1,5 mm erreicht.

Nun kann man das Modell noch mit dem ersten Teil des Versuchs testen, indem man die Zugkraft langsam anwachsen lässt, z. B. mit $F_{Zug} = 1 \cdot t$. Dann ergibt sich (abgesehen von leichten Schwankungen durch numerische Effekte), dass die beiden Fäden gleichmäßig gedehnt werden ($x = y - x$). Da aber der obere Faden schon vorgedehnt war, muss er als erstes reißen.

5 Fazit

Man sollte den Begriff „Trägheit“ vermeiden und stattdessen von der „Masse“ reden. In der zweiten Versuchsteil reißt der untere Faden nicht aufgrund

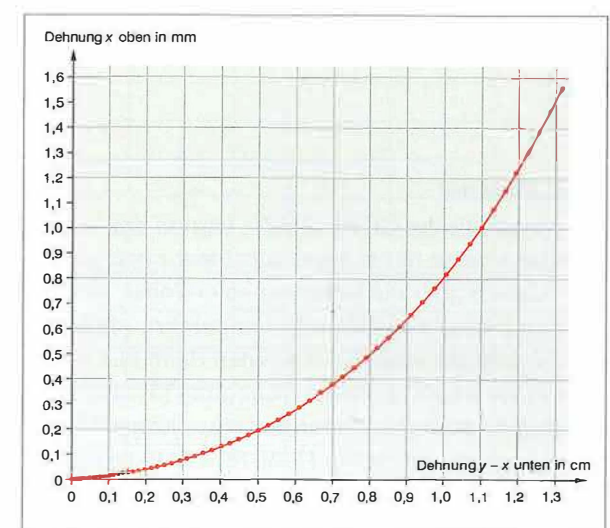


Abb. 4: Dehnung von unterem und oberem Faden zu gleichen Zeitpunkten

der „Trägheit“ der Kugel, sondern aufgrund ihrer Masse.

Der Versuch sollte nicht als Beispiel für den Trägheitssatz (= erstes Newton'sches Axiom), sondern – wenn überhaupt – als Beispiel für das Grundgesetz der Mechanik (= zweites Newton'sches Axiom) behandelt werden. Dabei muss man sich bewusst sein, dass die Erklärung nicht einfach ist und der komplexe Versuch zur Stolperfalle werden kann.

Literatur

- [1] E. Zeier: Physikalische Schulversuche, Freilandversuche, kleine Experimente, Köln: Aulis Verlag Deubner & Co.KG, 1986, S. 32–33
- [2] H. Hilscher (Hrsg.): Physikalische Freilandexperimente, Band 1, Mechanik, Köln: Aulis Verlag Deubner & Co.KG, 2004, S. 9–10
- [3] M. Gressmann & W. Mathea: Die Fundgrube für den Physik-Unterricht. Nachschlagewerk für jeden Tag, Berlin: Cornelsen Scriptor, 1996, S. 36–37
- [4] E. Leitner, U. Finckh & F. Fritsche: Welche Schnur reißt zuerst? http://www.leifiphysik.de/web_ph11/heimversuche/02_traegheit/wo_reisst_faden/masseschnur.htm
- [5] F. Moisl: Schüler-Experimentierbuch Physik 1, Ravensburg: Ravensburger Taschenbücher, 1982
- [6] H. J. Press: Spiel des Wissen schafft: 100 interessante Experimente aus Natur und Technik – spielend ausführen, Ravensburg: Ravensburger Taschenbücher, 1992
- [7] J. Wittmann: Trickkiste 2, Verblüffende Experimente zum Selbermachen, München: Bayerischer Schulbuch Verlag, 1993
- [8] Stolperstein 3.2: Trägheit nur bei schnellen Bewegungen?
- [9] W. Jung: Allgemeine Ergebnisse von Erhebungen über Schülervorstellungen zur Mechanik, in: A. Scharmann, A. Hofstaetter & W. Kuhn (Hrsg.): Deutsche Physikalische Gesellschaft, Fachausschuss Didaktik der Physik, Vorträge der Frühjahrstagung 1980 Gießen, 1980, S. 110–115
- [10] S. Lück & T. Wilhelm: Modellierung physikalischer Vorgänge am Computer. Modellbildungssysteme als Unterstützung zum Verständnis physikalischer Strukturen, in: Unterricht Physik 22, Heft 122, 2011, S. 26–31
- [11] <http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de> (das Programm ist kostenlos verwendbar)

Thomas Wilhelm

3.4 Eine Kraft kann verformen?

1 Die Situation

Die physikalische Größe „Kraft“ wird in der Sekundarstufe I heute in der Regel nicht mehr (wie früher) rein statisch über die Dehnung einer Feder, sondern über verschiedene Wirkungen eingeführt. Als mögliche Wirkungen einer Kraft werden dann fast immer sowohl die Änderung einer Bewegung (dynamischer Aspekt) als auch das Verformen eines Körpers (statischer Aspekt) angegeben [1, 2]. In Schulbüchern findet man Merksätze der Art: Wenn auf einen Körper eine Kraft ausgeübt wird, ändert dieser Körper seine Bewegung oder er wird verformt. Als Beispiele für den ersten Teil werden Experimente gezeigt, bei denen durch die Einwirkung auf einen Körper dieser schneller oder langsamer wird oder seine Richtung ändert. Als Beispiele für den zweiten Teil werden in verschiedenen Büchern recht unterschiedliche Verformungen genannt, wie ein Autounfall oder ein Gummiball, aber auch Expander, Bogen, Federn oder ein Baum im Wind. Dies wird später wieder aufgenommen, wenn man beim Hooke'schen Gesetz zeigt, wie eine einseitig eingespannte Schraubenfeder, an deren anderen Ende man mit einer Kraft zieht, gedehnt wird. Bei allen Verformungen wird oft nur eine einzige angreifende Kraft herausgehoben.

Im Folgenden wird dann im Wesentlichen Punktmechanik betrieben: Man stellt sich alle Körper als Punktmassen vor; alle Kräfte greifen im Schwerpunkt an. Da sich ein punktförmiger Körper nicht verformen

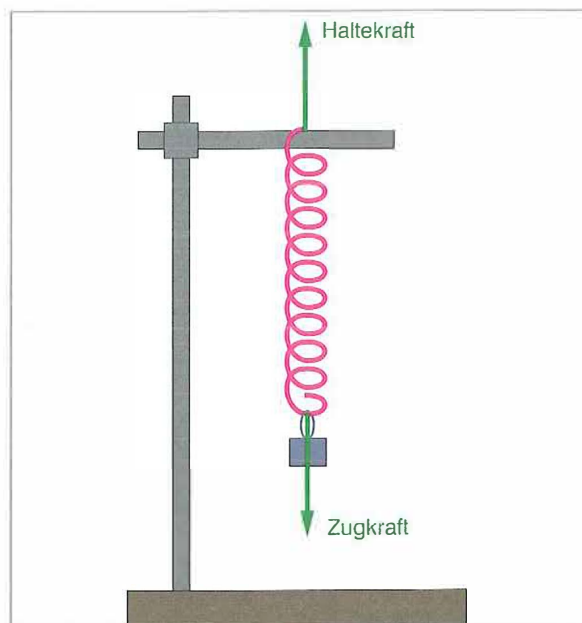


Abb. 1: Greifen an einer Schraubenfeder an verschiedenen Punkten zwei gleich große, entgegengerichtete Kräfte an, wird sie verformt.

kann, wäre es an dieser Stelle nicht nötig, auf die Verformung eines ausgedehnten Körpers einzugehen. Rotationsbewegungen und deren Änderungen, die ebenso nur bei ausgedehnten Körpern vorkommen, werden ja auch nicht betrachtet.

2 Die Dehnung der eingespannten Schraubenfeder

Die entscheidende Frage ist aber, ob eine einzige Kraft überhaupt einen ausgedehnten Körper verformen kann. In dem oben erwähnten Beispiel einer einseitig eingespannten Schraubenfeder wirkt nicht – wie man das manchmal verstehen kann – nur eine Kraft auf die Feder. Das Stativ, in dem die Feder eingespannt ist, übt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kompensationskraft [3] auf die Feder aus (siehe Abb. 1). Da also die Summe aller Kräfte auf die Feder null ist, wird die Feder nicht beschleunigt und bleibt in Ruhe. Auch bei einem ausgedehnten Körper, an dem Kräfte nicht am Schwerpunkt angreifen, gilt für den Schwerpunkt immer das zweite Newton'sche Gesetz, dass sich seine Beschleunigung aus allen angreifenden Kräften und der Masse ergibt:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m}$$

Zusätzlich gibt es einen weiteren Effekt: Greifen zwei (oder mehr) Kräfte, die auf einer gemeinsamen Wirkungslinie liegen und nicht in die gleiche Richtung wirken, an zwei verschiedenen Punkten eines Körpers an, dann wird er verformt. Dies kann eine Dehnung oder auch eine Stauchung sein. Auch beim weichen Ball, der auf dem Tisch durch eine Hand zusammengedrückt wird, übt der Tisch eine gleich große Kraft auf den Ball aus wie die Hand.

Der Spezialfall des Hooke'schen Gesetzes ist für das Verständnis der Mechanik nicht von herausragender Bedeutung, es ist aber eine Anwendungsmöglichkeit der Kräftekompensation und zum Verständnis des Kraftmessers sinnvoll. Außerdem kann daran das Erstellen und Lesen von Diagrammen geübt werden.

Wird bei der Dehnung der Feder nur eine einzige Kraft auf die Feder erwähnt, ist das für das Verständnis der Newton'schen Dynamik nicht hilfreich. Stattdessen sollen die Schüler lernen, dass eine einzige Kraft immer zu einer Geschwindigkeitsänderung führt.

3 Die Dehnung der losen Schraubenfeder

Nun kann man sich aber fragen, was mit einer Feder passiert, wenn wirklich nur eine konstante Kraft

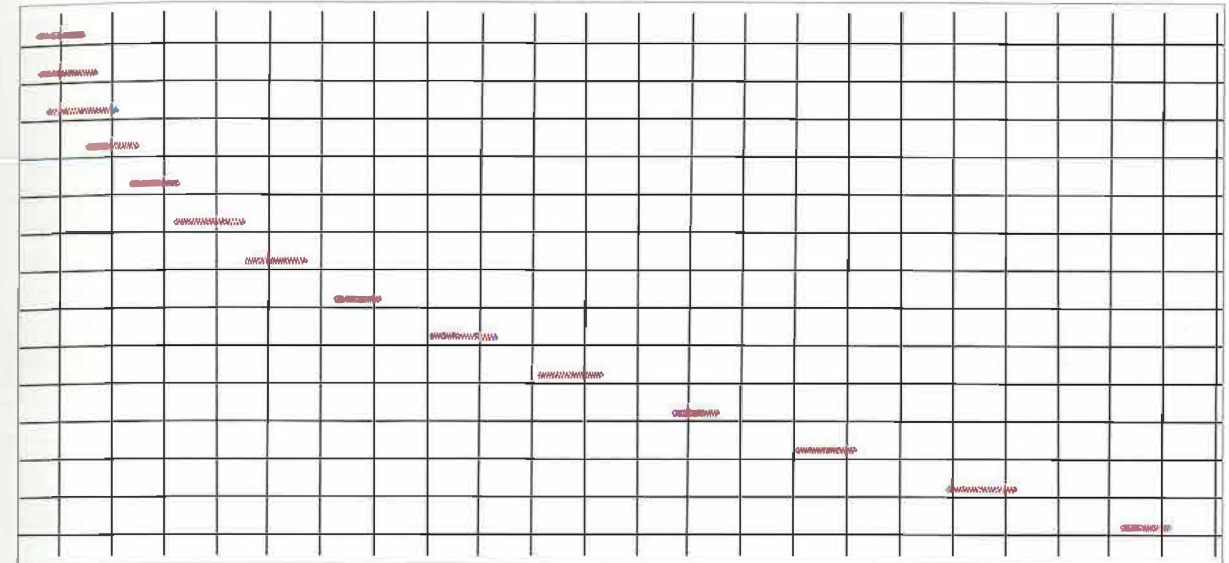


Abb. 2: Ort der Federkette zu verschiedenen Zeiten, wobei rechts eine konstante Kraft nach rechts angreift (Teilbilder nach gleichen Zeitintervallen).

auf ein Ende der Feder ausgeübt wird. Dazu legt man eine weiche Schraubenfeder ($D = 3 \text{ N/m}$, $m = 16 \text{ g}$) auf einen glatten Versuchstisch und befestigt über einen Faden ein Gewichtsstück von 50 g , das gerade über der Tischkante hängt. Lässt man das Gewichtsstück los, wird die Feder auf dem Tisch beschleunigt ($a \approx 30 \text{ m/s}^2$). Bei genauer Beobachtung sieht man aber auch, dass die Feder am Anfang länger wird und dann wieder kürzer wird.

Um dieses Verhalten der Schraubenfeder genauer anzuschauen, wird eine Simulation erstellt, hier beispielhaft mit *Algodo*, *Excel* und *Fluxion* auf drei sehr unterschiedliche Weisen. Für eine einfache Analyse stellen wir uns die Feder aus fünf Punktmassen und vier masselosen Federn vor.

3.1 Simulation in Algodo: Um die Situation im Simulationsbaukasten *Algodo* [4] nachzubauen, muss man in einem neuen Projekt zunächst die fünf Punktmassen ($m \approx 0,4 \text{ kg}$, Reibung null) erstellen. Es bietet sich an, dafür fünf identische Kugeln zu nutzen, die man im gleichen Abstand ($l = 1 \text{ m}$) voneinander platziert und mit Federn ($D = 20 \text{ N/m}$, Dämpfung null) verbindet. Sowohl die Massen der Kugeln, als auch die Federkonstanten und -längen kann man beliebig einstellen. Durch Platzieren einer Ebene direkt über und direkt unter den Kugeln, verhindert man, dass die Kugeln sich nach oben oder unten bewegen und sich die zu simulierende Gesamtfeder somit „verbiegt“. Um alle weiteren Einflüsse der Ebenen auf die Bewegung auszuschließen, deaktiviert man die Reibung der Materialien und sorgt dafür, dass etwaige Stöße vollkommen elastisch sind, damit auch auf diese Weise keine Energie verlorengehen kann. Schließlich wird an der rechten Kugel eine Schubdüse befestigt, die für eine konstante Kraft (10 N) nach rechts sorgt. Auch

bei dieser Schubdüse kann die Kraft variabel eingestellt werden. Bevor die Simulation gestartet wird, sollten noch Gravitation und Luftreibung deaktiviert werden, damit man die Bewegung in Reinform sieht.

Nach dem Start der Simulation kann man sehen, wie sich die Federkette nach rechts bewegt und sich ihre Länge ändert. Zoomt man weit heraus, sodass die Federkette nur noch ganz klein erscheint, fällt fast nur die beschleunigte Bewegung auf. Abb. 2 zeigt die Federkette zu 13 verschiedenen Zeitpunkten mit einem Zeitabstand von $0,5 \text{ s}$. Dabei ist deutlich eine Parabel zu erkennen. Nur bei genauem Hinsehen sieht man auch Längenänderungen.

Es ist aber auch möglich, bei einem Objekt die Option „Ansicht folgt Objekt“ zu wählen, sodass sich der gezeigte Ausschnitt mit diesem Objekt mitbewegt, also der Beobachter alles aus der Sicht dieses Objektes sieht. Für die Abb. 3 wurde festgelegt, dass sich der Ausschnitt mit der linken Kugel mitbewegt, und die Federkette wird zu 17 verschiedenen Zeitpunkten mit einem Zeitabstand von $0,5 \text{ s}$ gezeigt. Man sieht nun, wie Wellen durch die Federkette laufen und es zu elastischen Längenänderungen der Federkette kommt. Hier wird auch klar: Zwar wirkt auf die gesamte Federkette nur eine einzige konstante Kraft, aber auf die einzelnen Teilmassen (außer auf die linke) wirken immer zwei Kräfte durch die beiden benachbarten Federn.

Man kann auch ein Objekt auswählen und sich zu diesem einen Graphen zeigen lassen. Die Zeit-Ort-Diagramme ergeben dabei mehr oder weniger verbogene Parabeln, die Zeit-Geschwindigkeits-Diagramme weichen schon stärker von einer steigenden Geraden ab und die Zeit-Beschleunigungs-Diagramme schwanken schon sehr stark um die 5 m/s^2 , die als Beschleunigung des Schwerpunktes zu erwarten ist.

In *Algodo* ist es mit wenigen Klicks möglich, bei den Federn eine Dämpfung einzustellen. Dies führt dazu, dass die Schwingungen innerhalb der Federkette schnell zur Ruhe kommen (siehe Abb. 4 mit einem Dämpfungswert von 50) und eine gedehnte Federkette übrig bleibt, die gleichmäßig beschleunigt wird.

3.2 Simulation in Excel: Alternativ kann man den Ablauf mit deutlich mehr Aufwand auch in einem Tabellenkalkulationsprogramm mit der Methode der kleinen Schritte als mathematische Modellbildung erstellen [5], allerdings ist diese Berechnung dann parallel für fünf Kugeln zu erstellen. Jede Zeile stellt hier einen Zeitpunkt dar. In verschiedenen Spalten wird zunächst die Gesamtkraft auf jede Kugel berechnet, die sich bis auf die linke Kugel jeweils aus den zwei angreifenden Kräften ergibt:

$$\begin{aligned} F_1 &= F_{\text{Zug}} - (x_1 - x_2 - l_0) \cdot D, \\ F_2 &= (x_1 - x_2 - l_0) \cdot D - (x_2 - x_3 - l_0) \cdot D, \dots, \\ F_5 &= (x_4 - x_5 - l_0) \cdot D. \end{aligned}$$

Daraus werden dann in verschiedenen Spalten die Beschleunigungen (F_{ges}/m), die Geschwindigkeiten ($v_{\text{neu}} := v_{\text{alt}} + a_{\text{alt}} \cdot dt$), die Orte ($x_{\text{neu}} := x_{\text{alt}} + v_{\text{neu}} \cdot dt$) und die relativen Orte zum Schwerpunkt ($x_{\text{rel}} := x_{\text{neu}} - x_s$; $x_s := (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) / 5$) berechnet. Wichtig ist, nicht das explizite Euler-Verfahren zu verwenden

$$v_{\text{neu}} := v_{\text{alt}} + a_{\text{alt}} \cdot dt; x_{\text{neu}} := x_{\text{alt}} + v_{\text{alt}} \cdot dt,$$

sondern ein Pseudo-Euler-Verfahren

$$v_{\text{neu}} := v_{\text{alt}} + a_{\text{alt}} \cdot dt; x_{\text{neu}} := x_{\text{alt}} + v_{\text{neu}} \cdot dt$$

oder

$$v_{\text{neu}} := v_{\text{alt}} + a_{\text{neu}} \cdot dt; x_{\text{neu}} := x_{\text{alt}} + v_{\text{alt}} \cdot dt,$$

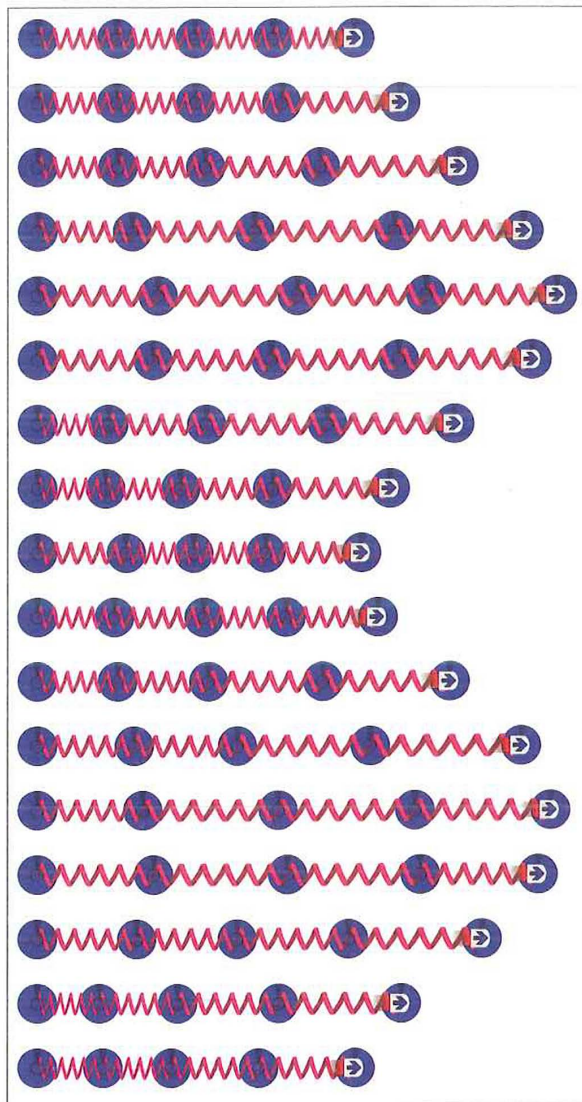


Abb. 3: Länge der Federkette, wobei sich der Beobachter mit der linken Kugel mitbewegt (Teilbilder nach gleichen Zeitintervallen).

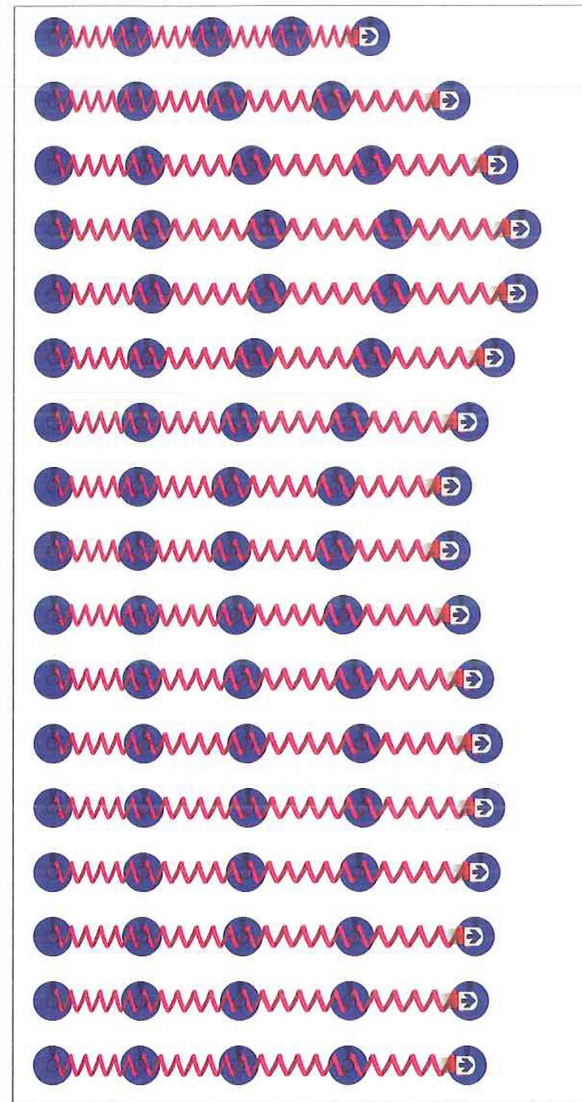


Abb. 4: Länge der gedämpften Federkette, wobei sich der Beobachter mit der linken Kugel mitbewegt (Teilbilder nach gleichen Zeitintervallen).

da das explizite Euler-Verfahren zu großen Fehlern führt.

Für die Simulation wurden einfache Zahlenwerte verwendet: Die fünf Kugeln sollen eine Masse von je 0,01 kg haben und die sehr weichen Federn eine Länge von 0,03 m mit einer kleinen Federhärte von 1 N/m. Auf die erste Kugel wirkt eine Zugkraft von 1 N und als Zeitschritt wurde $\Delta t = 0,01$ s gewählt.

Hier ist es nun auch einfach, in einer weiteren Spalte den Ort des Schwerpunktes der Federkette und ihre Gesamtlänge zu berechnen. Der Schwerpunkt macht wie erwartet eine konstant beschleunigte Bewegung mit $a_s = F_{\text{Zug}} / (5m) = 20 \text{ m/s}^2$. Bei der Federlänge (siehe Abb. 5) sieht man zudem eine Schwingung: Die Feder wird von den ursprünglich 0,12 m auf bis zu 4,12 m gedehnt ($\Delta l = F_{\text{Zug}} / D_{\text{ges}} = 4,0 \text{ m}$).

Das hier benutzte verbesserte Euler-Verfahren ist bekanntermaßen nicht genau und führt bei Schwingungen zu Fehlern. Nach 6,5 s, wenn der Schwerpunkt sich schon um 422 m weiter bewegt hat, bekommt man für den Schwerpunkt einen Ort, der aber nur 1,1 m weniger weit ist, als es bei dieser Kraft und Masse sein müsste. Das Erstellen der Simulation in *Excel* ist sehr aufwendig und die entstehende Datei so groß, dass langsame Rechner damit Probleme haben. Viel einfacher und viel schneller kann man die gleiche Simulation in *Fluxion* erstellen.

3.3 Simulation in Fluxion: Mit der Software *Fluxion* [6] können Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen schnell numerisch berechnet werden. Die Eingabe ist einfach und die Bedienung der Software intuitiv. Startwerte und Parameter lassen sich benut-

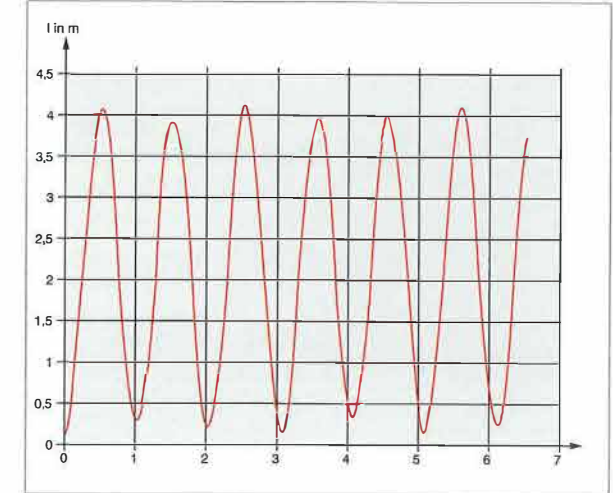


Abb. 5: Länge der Federkette, berechnet in *Excel* mit einem Pseudo-Euler-Verfahren

zerfreundlich definieren und variieren. *Fluxion* ist eine Weiterentwicklung der Software *Newton-II* [5, 7], die ausschließlich für die Mechanik gedacht war. Deshalb können auch Dateien von *Newton-II* in *Fluxion* geöffnet werden.

Für die Berechnung wurden die gleichen Gleichungen für die Kräfte sowie die gleichen Parameter und Startwerte wie bei *Excel* eingegeben. Nur statt den Gleichungen für die numerische Integration werden die Zusammenhänge zwischen den kinematischen Größen mit Ableitungen angegeben ($v_1' = a_1$; $x_1' = v_1$ etc.). Abb. 6 zeigt links die nötigen Eingaben und rechts die Berechnung der Länge der Federkette in Abhängigkeit der Zeit. Da hier das Runge-Kutta-Verfahren benutzt wird, kann man den Berechnungs-

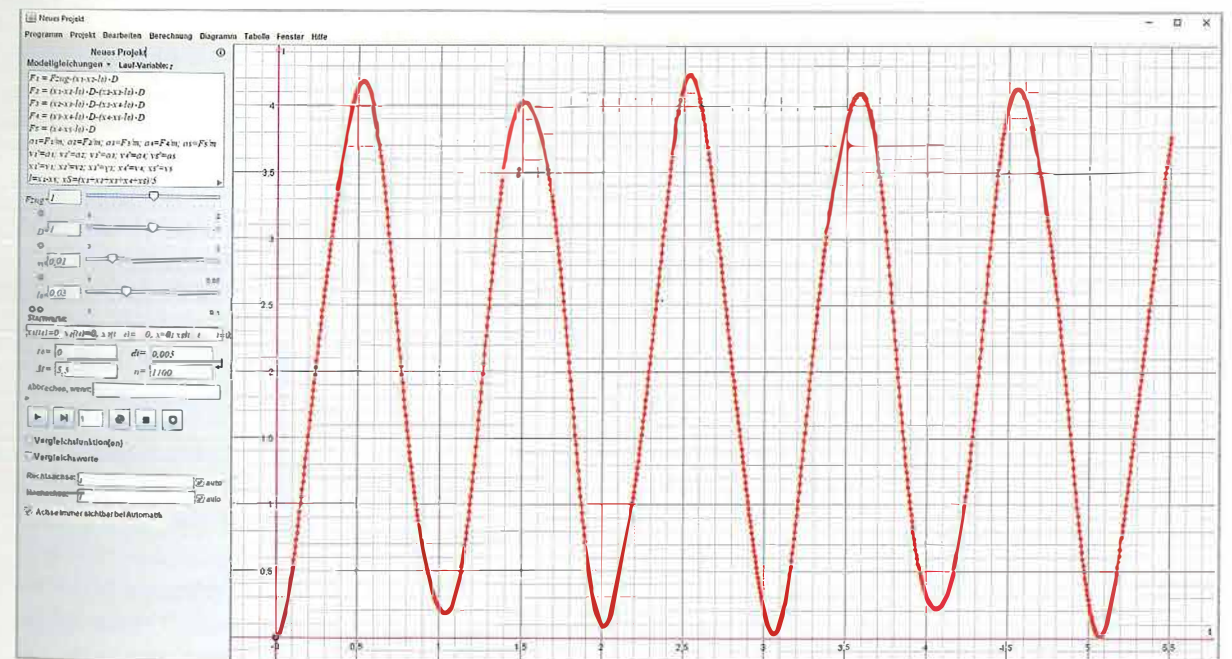


Abb. 6: Länge der Federkette, berechnet in *Fluxion* mit dem Runge-Kutta-Verfahren

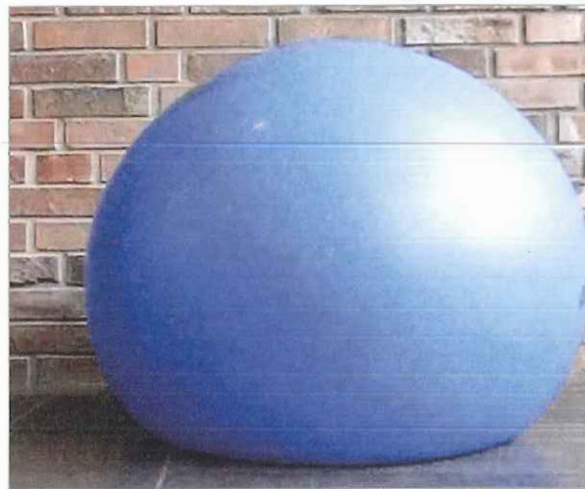


Abb. 7: Auf den Boden fallender Pezzi ball: Eine Kraft vom Boden auf den Ball bremst den Ball ab und verformt ihn (Maximal erlaubter Durchmesser 65 cm, aufgepumpt auf 59 cm, aus 6 m Höhe fallen gelassen, Stauchung unten um 10 cm auf 49 cm Höhe, Video aufgenommen mit 240 fps).

werten eher vertrauen als den *Excel*-Werten. Die Werte sind aber sehr ähnlich. Hier wäre es auch möglich, noch eine Dämpfung bei den Kräften hinzuzufügen. Wichtiger ist aber, dass der Schwerpunkt der Federkette einfach gleichmäßig beschleunigt wird. Insbesondere ist die Schwerpunktsbeschleunigung ($a_s = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5) / 5$) konstant.

Bei der Verwendung von *Fluxion* liegt der Schwerpunkt auf den wesentlichen Gleichungen, während das Berechnungsverfahren nicht sichtbar ist. Bei *Excel* wird das schrittweise Berechnen betont, aber die wesentlichen Gleichungen sind unsichtbar. *Fluxion* eignet sich auch für die mathematische Modellbildung im Physikunterricht (besser als *Excel*). Allerdings sind dann, wenn im Physikunterricht die Mechanik behandelt wird, den Schülerinnen und Schülern in der Regel noch keine Ableitungen bekannt, sodass die entsprechenden Eingaben ($v' = a$; $x' = v$) anders motiviert werden müssen.

4 Weitere Beispiele für Verformungen durch eine Kraft

Prinzipiell das Gleiche gilt auch für die Stauchung einer Schraubenfeder: Wirkt nur eine einzige Kraft auf ein Ende einer elastischen Schraubenfeder in Richtung ihres Schwerpunktes, wird sie beschleunigt und es entstehen Wellen in der Feder.

Ein anderes Beispiel aus dem Alltag wäre ein Schlag auf einen Ball, etwa mit dem Fuß auf den Fußball, mit dem Schläger auf den Tennisball oder mit dem Boden auf einen fallenden Ball [8]. Dabei wird dieser durch die eine wirkende Kraft tatsächlich elastisch verformt und beschleunigt. Die Verformung ist allerdings nur sehr kurz und eventuell nur mit einer Hochgeschwindigkeitskamera [8] zu sehen (siehe Abb. 7), während die geänderte Geschwindigkeit durch den Kraftstoß augenfällig ist.

Wie ist es, wenn ein Auto gegen die Wand fährt und damit nur die Wand kurzzeitig eine Kraft auf das Auto ausübt? Hier besteht der Unterschied darin, dass wir uns das Auto als eine vollkommen unelastische Feder vorstellen können. Bei einem solchen speziellen, ausgedehnten Körper bewirkt also tatsächlich eine einzige von außen einwirkende Kraft eine Geschwindigkeitsänderung und dauerhafte Verformung.

5 Fazit

Es ist richtig, dass eine einzige, von außen einwirkende Kraft einen ausgedehnten Körper verformen kann, während sie ihn beschleunigt, also seine Geschwindigkeit ändert. Beispiele wären: ein Ball wird geschlagen oder getreten, ein Auto fährt gegen eine Wand oder eine Knetmasse wird auf den Boden geworfen. Aufgrund der Bewegung ist das nur bei plastischen, nicht aber bei elastischen Körpern gut zu sehen. Auf die beteiligten Teilmassen im Inneren des Körpers wirken aber auch hier mehrere Kräfte!

Eine einzige Kraft kann aber nicht ausschließlich verformen, ohne zu beschleunigen! Bei der im Unterricht oft gezeigten elastischen Verformung einer ruhenden Schraubenfeder sind zwei Kräfte nötig. Die Behauptung, dass eine einzige Kraft einen Körper auch verformen kann, ist zwar fachlich richtig, aber didaktisch ungeschickt. Bei vielen genannten Beispielen werden nämlich mindestens zwei Kräfte benötigt.

Führt man die „Kraft“ in der Sekundarstufe I ein, sollte man sich zunächst nur auf Geschwindigkeitsänderungen beschränken: Wirkt eine Kraft auf einen Körper ein, kann dieser schneller werden, langsamer werden oder seine Richtung ändern. Verformungen sollten hierbei nicht erwähnt werden.

Da in der Realität immer mehrere Kräfte auf einen Körper ausgeübt werden, muss auch die Kräfteaddition [9] behandelt werden. Ein Spezialfall davon ist das Kräftegleichgewicht. Dies ist nicht nur in der Statik, sondern auch in der Dynamik sehr wichtig, denn beim Fahrrad- oder Autofahren führt eine konstante Antriebskraft nur deshalb zu einer konstanten Endgeschwindigkeit, weil sich ein Kräftegleichgewicht einstellt. Ohne Thematisierung der Luftreibung könnten Schüler nicht verstehen, warum das nicht im Widerspruch zur Aussage des Unterrichts steht, dass eine konstante Antriebskraft zu einer konstanten Beschleunigung führt.

Die Verformung kann dann als Spezialfall der Kräfteaddition behandelt werden: Zwei gegengleiche Kräfte auf einen ausgedehnten Körper, die auf einer gemeinsamen Wirkungslinie liegen und an zwei verschiedenen Punkten angreifen, verformen den Körper. Will man allerdings schon beim Thema „Kräfteaddition“ mit Kraftmessern arbeiten, muss man die Verformung vorher unterrichten.

In jedem Falle sollten bei der Behandlung der Verformung zunächst Situationen betrachtet werden, bei denen beide Kräfte gut zu erkennen sind:

- Eine Person nimmt einen Expander und zieht mit beiden Händen den Expander jeweils nach außen. Der Expander verformt sich zunächst etwas, bleibt aber in Ruhe, da sich die beiden Zugkräfte kompensieren. Werden keine Kräfte mehr ausgeübt, geht der Expander wieder in die Ausgangslage zurück.
- Eine Person nimmt eine Schraubenfeder und drückt sie mit beiden Händen zusammen. Der Feder verformt sich zunächst etwas, bleibt aber in Ruhe, da sich die beiden Druckkräfte kompensieren. Werden keine Kräfte mehr ausgeübt, geht die Schraubenfeder wieder in die Ausgangslage zurück.
- An einem Stück Knetmasse wird an beiden Enden gedrückt oder gezogen, sodass sie sich verformt. Werden keine Kräfte mehr ausgeübt, bleibt die Knetmasse in dieser Form.

Natürlich hat man es einfacher, wenn man als zweiten kraftausübenden Partner die Wand oder den Boden zur Hilfe nimmt. Beispiele für diesen Fall können sein:

- Ein Ende des Expanders wird in einen Haken an der Wand eingehängt und nur am anderen Ende gezogen. Dann übt die Wand auf den Expander eine genauso große Kraft aus wie die Person.
- Eine Blattfeder wird gegen die Wand gedrückt.
- Ein Stück Knetmasse wird auf den Tisch gelegt und von oben darauf gedrückt. Dann übt der Tisch auf die Knetmasse eine genauso große Kraft aus wie die Person.

Zusammenfassend kann man sagen: In der Hochschulphysik wird definiert, dass eine Kraft das ist, was die Bewegung eines Körpers ändert; so sollte man eine Kraft auch in der Sekundarstufe I einführen und

Verformungen zunächst nicht erwähnen. Wenn man dann zu Verformungen kommt, sollte man Situationen betrachten, bei denen zwei gegengleiche Kräfte gut zu erkennen sind. Komplexere Situationen, bei denen ein ausgedehnter Körper beschleunigt und verformt wird, sollten jedenfalls nicht bei der Einführung von Kräften betrachtet werden. Eine einzige Kraft kann zwar einen ausgedehnten Körper verformen, ein Problem liegt aber darin, dass dafür Beispiele gezeigt werden, bei denen mindestens zwei Kräfte vorhanden sind, ohne beide zu nennen.



Die Simulations-Dateien für *Algodo*, *Excel* und *Fluxion* sind im Download-Material (M3.4) zum Buch zu finden.

Literatur

- [1] I. Fließer: Vergleich und Analyse der Sachstruktur von Realschulbüchern im Themenbereich der Mechanik, Staatsexamensarbeit, 2010, <http://www.thomas-wilhelm.net/arbeiten/Realschulbuecher.htm>
- [2] T. Wilhelm; S. Kneisel: Vergleich und Analyse der Sachstruktur von Gymnasialschulbüchern im Anfangsunterricht Mechanik – In: PhyDid-B – Didaktik der Physik – Frühjahrstagung Münster 2011, <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/236/296>
- [3] Stolperstein 3.5: Wo ist die Gegenkraft?
- [4] M. Zang; T. Wilhelm: Modellieren ohne Mathematik mit Algodo – In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 62, Nr. 2, 2013, S. 37–40
- [5] J. Ludwig; T. Wilhelm: Mathematisches Modellieren mit Modellus 4, Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 62, Nr. 2, 2013, S. 30–36
- [6] <http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Fluxion/index.html>
- [7] S. Lück; T. Wilhelm: Modellierung physikalischer Vorgänge am Computer. Modellbildungssysteme als Unterstützung zum Verständnis physikalischer Strukturen – In: Unterricht Physik 22, Heft 122, 2011, S. 26–31
- [8] B. Egidy; T. Wilhelm: Physikunterricht und Tennis – In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 63, Nr. 7, 2014, S. 21–29
- [9] Stolperstein 3.6: Wie entsteht die Hangabtriebskraft?

Thomas Wilhelm, Michael Wenzel

3.5 Wo ist die Gegenkraft?

1 Das Buch auf dem Tisch

Bei der Behandlung des dritten Newton'schen Axioms findet man immer wieder folgendes Beispiel: Ein Buch (Masse m), das auf einem Tisch liegt, drückt mit seiner Gewichtskraft $m \cdot g$ auf den Tisch. Gemäß „actio gleich reactio“ drückt der Tisch mit einer gleich großen Gegenkraft auf das Buch. Häufig wird dann argumentiert: Weil nun auf das Buch zwei gegengleiche Kräfte wirken, bleibt es in Ruhe. Ist diese Darstellung physikalisch richtig? Und ist diese Beschreibung didaktisch geschickt? Zur Klärung betrachten wir zunächst zwei völlig unterschiedliche Situationen, in denen jeweils von „Gegenkraft“ gesprochen wird.

2 Gegengleiche Kräfte auf einen Körper

Im Rahmen der Statik wird ein ruhender Körper betrachtet, auf den mehrere Kräfte so einwirken, dass er in Ruhe bleibt. Die Vektorsumme der Kräfte ist dabei null, sie heben sich gegenseitig auf. Gemäß dem ersten bzw. zweiten Newton'schen Axiom gibt es deshalb keine Beschleunigung und die Geschwindigkeit bleibt null. Zum Beispiel wirken auf eine Straßenlampe, die an zwei Seilen hängt, drei Kräfte: die Gewichtskraft und zwei Zugkräfte durch die Seile. Auf ein Wirtshauschild, das über zwei Stangen an der Wand befestigt ist, wirkt neben der Gewichtskraft eine Zug- und eine Schubkraft durch die Stangen. Auf den Apfel am Baum wirkt die Gewichtskraft nach unten und eine Zugkraft durch den Baum nach oben, und auf das schwebende Öltröpfchen beim Millikan-

Versuch wirkt die Gewichtskraft und eine elektrische Kraft, sodass es in Ruhe bleibt.

Auch bei Bewegungen kommen gegengleiche Kräfte vor. Beim Fahrradfahren oder beim Autofahren greifen zwei gegengleiche Kräfte am Fahrzeug an: eine Antriebskraft nach vorne und eine Luftreibungskraft nach hinten. Beim Fallkegel [1] stellt sich ebenso schnell ein Kräftegleichgewicht ein: eine Gewichtskraft nach unten und eine Luftreibungskraft nach oben. Die Vektorsumme der Kräfte ist null, und gemäß dem ersten bzw. zweiten Newton'schen Axiom gibt es deshalb keine Beschleunigung und die Geschwindigkeit bleibt konstant.

Wirken auf einem Körper zwei gegengleiche Kräfte, spricht man häufig von „Kraft“ und „Gegenkraft“. Da die beiden Kräfte sich aufheben bzw. kompensieren, spricht man auch von „Kraft“ und „Kompensationskraft“. Zu beachten ist: Hier liegt der Fokus immer nur auf einem einzigen Körper. Andere Körper, mit denen es eine Wechselwirkung gibt bzw. die diese Kräfte ermöglichen, werden nicht betrachtet.

3 Kräftepaare auf zwei Körper

Bei der Behandlung des dritten Newton'schen Axioms, auch Wechselwirkungsprinzip genannt, fragt man danach, wo eine Kraft auf einen Körper herkommt, also welcher zweite Körper mit dem ersten Körper in Wechselwirkung steht. Man erkennt dabei, dass Kräfte immer paarweise auftreten: Übt der Körper 1 auf den Körper 2 eine Kraft $F_{1 \rightarrow 2}$ aus, so übt

2 auf 1 eine gleichgroße, aber entgegen gerichtete Kraft $F_{2 \rightarrow 1}$ aus.

Am deutlichsten wird dieser Zusammenhang, wenn tatsächlich nur zwei Körper beteiligt sind, auf die jeweils nur eine Kraft wirkt (oder nur zwei weitere, die sich stets kompensieren), sodass sich bei beiden Körpern die Geschwindigkeit ändert. Ein Magnet und ein Eisenstück auf je einem Wagen oder zwei Luftkissengleiter, die mit einer langen Spiralfeder verbunden sind [2], beschleunigen aufeinander zu. Ziehen sich zwei Schüler auf Möbelrollbrettern über ein Seil an, ändert sich die Geschwindigkeit von beiden – unabhängig davon, wer „aktiver“ zieht.

Stoßen zwei Fahrzeuge, zwei Luftkissenpucks oder zwei Luftkissengleiter zusammen, ändert sich von jedem die Geschwindigkeit [3]; jeder stößt auf den anderen. Beim Rudern drückt man das Wasser nach hinten und das Wasser übt auf das Boot eine Kraft nach vorne aus. Beim Propeller- oder Düsenflugzeug wird vom Flugzeug eine Kraft auf die Luft nach hinten ausgeübt und die Luft übt eine Kraft auf das Flugzeug nach vorne aus. Ein Hubschrauber übt eine Kraft auf die Luft nach unten aus und die Luft eine Kraft auf den Hubschrauber nach oben. Und bei der Rakete stoßen sich ein Gas und der Raketenkörper gegenseitig weg. Das Rückstoßprinzip ist ein Spezialfall des dritten Newton'schen Axioms.

Im Unterricht ist es hierbei wichtig, immer beide Partner zu erkennen und zu benennen. Haben die beiden Körper unterschiedliche Masse, dann hat die gleich große Kraft unterschiedliche Auswirkung: Der leichte Körper erfährt eine größere Geschwindigkeitsänderung. Besonders deutlich wird dies an einem Hasen, der von einem Auto erfasst wird.

Schwieriger ist es, wenn ein Körper fest mit der Erde verbunden ist und er damit eine sehr große Masse hat, sodass er seine Geschwindigkeit nicht sichtbar ändert. So übt ein startender Sprinter eine Kraft auf einen Startblock (bzw. auf die Erde) nach hinten aus und dieser eine Kraft auf den Sprinter nach vorne. Fährt ein Auto um die Kurve, übt es eine Kraft auf die Straße (bzw. auf die Erde) nach außen aus und die Straße eine Kraft auf das Auto nach innen. Fällt ein Apfel zu Boden, ziehen sich Apfel und Erde gegenseitig an.

Die beiden Kräfte eines Kräftepaars werden auch als Wechselwirkungskräfte, als „actio“ und „reactio“ oder als „Kraft“ und „Gegenkraft“ bezeichnet. Wichtig ist, dass sie immer auf verschiedene Körper einwirken. Die Begriffe „actio“ und „reactio“ sind allerdings missverständlich, da beide Kräfte gleichzeitig und gleichwertig auftreten. Man kann physikalisch nicht sagen, dass die eine Kraft die Ursache und die andere die folgende Wirkung sei.

4 Das Buch auf dem Tisch

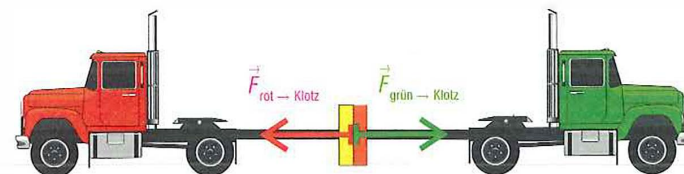
Sowohl im Falle zweier gegengleicher Kräfte auf einen einzigen Körper (Abschnitt 2) als auch im Falle eines Kräftepaars im Sinne des dritten Newton'schen Axioms auf zwei wechselwirkende Körper (Abschnitt 3) spricht man von „Kraft“ und „Gegenkraft“. Der Begriff „Gegenkraft“ ist also nicht eindeutig, was durchaus verwirrend sein kann. Deshalb sollte man besser die eindeutigen Begriffe „Kompensationskraft“ und „reactio“ verwenden. Abb. 1 stellt die beiden Situationen nochmals gegenüber.

Da das Buch auf dem Tisch in Ruhe ist und bleibt, ist dies zunächst zu begründen. Das liegt daran, dass auf das Buch zwei Kräfte wirken: Die Gewichtskraft von der Erde auf das Buch nach unten (Erdanziehungskraft) und eine Kraft durch den Tisch nach oben. Der Tisch übt also wie eine zusammengedrückte Feder [4, 5] eine gleich große Kompensationskraft auf das Buch nach oben aus (siehe Abb. 2 mit einem Eisenstück statt einem Buch).

Als Beispiel für das dritte Newton'sche Axiom ist diese Situation im Unterricht nicht geeignet, da eigentlich drei Körper – das Buch, die Erde und der Tisch – im Spiel sind und alle in Ruhe bleiben. Diese Situation sollte also nur als Beispiel für das erste Newton'sche Axiom und für das Kräftegleichgewicht behandelt werden – ohne den Begriff „Gegenkraft“.

Gegengleiche Kräfte:

(1) Kräftegleichgewicht (1. und 2. Axiom): Fokus auf einen Körper, Kompensationskräfte



(2) Wechselwirkungsprinzip (3. Axiom): Fokus auf zwei Körper, Wechselwirkungskräfte

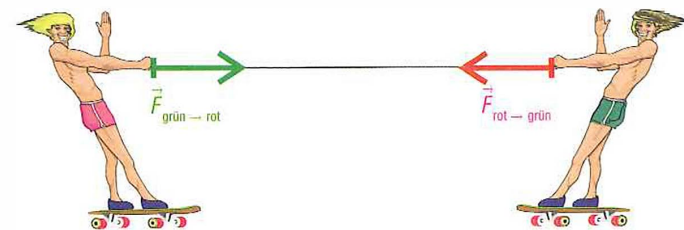


Abb. 1: Doppelte Bedeutung des Wortes „Gegenkraft“

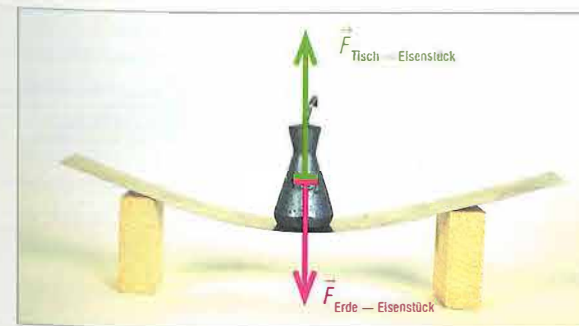


Abb. 2: Kräfte auf ein Eisenstück, das auf einem Tisch liegt

Literatur

- [1] T. Wilhelm, Der alte Fallkegel – modern behandelt, in: Praxis der Naturwissenschaften – Physik 49, Nr. 6, 2000, S. 28–31
- [2] T. Wilhelm, D. Heuer: Experimente zum dritten Newton'schen Gesetz zur Veränderung von Schülervorstellungen, in: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 53, Nr. 3, 2004, S. 17–22
- [3] T. Wilhelm, H. Wiesner, M. Hopf & A. Rachel: Dynamik, Erhaltungssätze, Kinematik, Reihe Unterricht Physik, Band 6, Aulis-Verlag, 2013
- [4] D. E. Brown & J. Clement: Overcoming misconceptions via analogical reasoning: abstract transfer versus explanatory model construction, in: Instructional Science, 1989, S. 237–261
- [5] K. Grob, H. Menschel, H. Reiche, C. v. Rhöneck & U. Schneider: Schülervorstellungen und neue Ansätze für den Physikunterricht – In: Physik in der Schule 31, Nr. 11, 1993, S. 362–368

Thomas Wilhelm

3.6 Wie entsteht die Hangabtriebskraft?

1 Die Hangabtriebskraft

Die Hangabtriebskraft, die auf einer schiefen Ebene auf einen Körper wirkt, wird häufig so eingeführt, dass die Gewichtskraft, die auf den Körper wirkt, in zwei Teilkräfte (Komponenten) zerlegt wird: eine Kraft parallel zur Ebene und eine senkrecht zur Ebene (siehe Abb. 1). Die parallele Kraft, die den Körper die schiefe Ebene hinab beschleunigt, heißt dann Hangabtriebskraft, die senkrechte Kraft, die angeblich den Körper auf die Unterlage drückt, wird Normalkraft genannt. Da die beiden Kräfte vektoriell addiert wieder die Gewichtskraft ergeben, ist das nicht falsch – genauso wenig, wie eine Zerlegung in zwei beliebig andere Richtungen. Aber ist es auch didaktisch geschickt? Die Anzahl der möglichen Kräftezerlegungen ist ja nicht begrenzt und die Zerlegung erscheint willkürlich.

2 Probleme mit der Kräftezerlegung

Die Abb. 1 verführt zu Fehlvorstellungen. Fragt man Schüler und Studierende, welche Kräfte auf einen Körper auf der schiefen Ebene wirken, bekommt man häufig drei Kräfte – Gewichtskraft, Hangabtriebskraft und Normalkraft – aufgezählt, die als gleichwertig dargestellt werden und angeblich gleichzeitig wirken. Es wurde also im Unterricht nicht klar, dass die Gewichtskraft durch die zwei Komponenten ersetzt wird und die Komponenten eine völlig andere Rolle spielen als die Gewichtskraft.

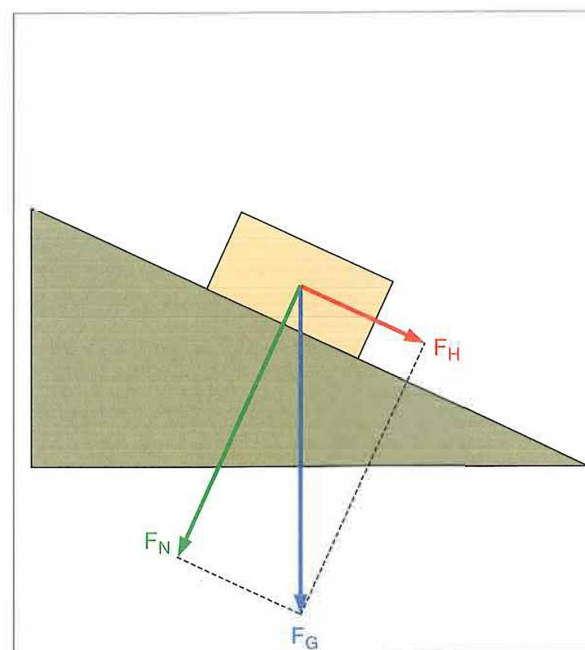


Abb. 1: Die übliche Kräftezerlegung an der schiefen Ebene

Um dies deutlich zu machen, wird manchmal die Gewichtskraft durchgestrichen. Aber auch das bewirkt nur wenig; schließlich ist es nicht vorstellbar, dass auf den Körper keine Gewichtskraft wirken sollte. Besser wäre es, nur die physikalisch wirkenden Kräfte, zu denen man auch den Wechselwirkungspartner kennt, mit einfachen Pfeilen zu zeichnen, und die gedachten Komponenten mit gestrichelten Pfeilen einzuzichnen. Die Gewichtskraft wäre damit ein einfacher Pfeil und die Hangabtriebskraft und die Normalkraft wären gestrichelte Pfeile.

Dennoch ist die Abb. 1 unvollständig und damit missverständlich. Es gibt eine Kraft parallel zur Ebene und damit eine Beschleunigung in diese Richtung. Aber warum gibt es keine Beschleunigung senkrecht zur Ebene? Ist hier das zweite Newton'sche Gesetz verletzt? Zur Vollständigkeit müsste noch eine Kraft der Unterlage auf den Körper eingezeichnet werden, die genauso groß wie die „Normalkraft“ ist und ihr entgegengesetzt ist, sodass sich diese beiden Kräfte kompensieren. Nur wenn beide Kräfte gleich groß sind, bewegt sich der Körper nicht in diese Richtung und verformt die Unterlage nicht weiter.

In der technischen Mechanik bzw. im Ingenieurwesen wird diese Kraft durch die Unterlage als „Normalkraft“ bezeichnet, nicht die Normalkomponente der Gewichtskraft. Sie greift in der Kontaktfläche zwischen Körper und Unterlage am Körper an, wäh-

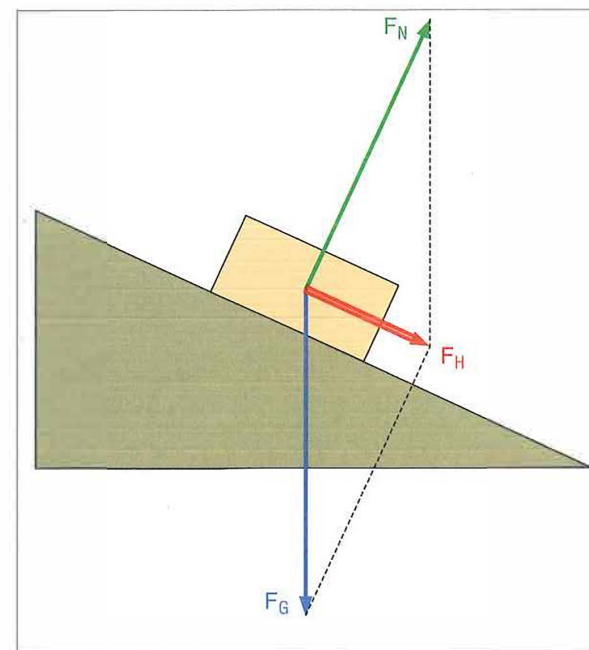


Abb. 2: Die Hangabtriebskraft entsteht durch Kräfteaddition

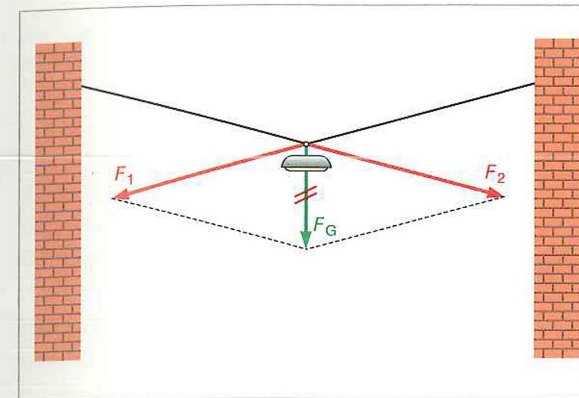


Abb. 3: Zerlegung der Gewichtskraft bei der Straßenlampe

rend die Normalkomponente der Gewichtskraft im Schwerpunkt angreift. Da wir in der Schule aber fast nur Punktmechanik betreiben, können wir alle Kräfte im Schwerpunkt einzeichnen.

3 Hangabtriebskraft durch Kräfteaddition

Da die Zerlegung einer Kraft in zwei Teilkräfte beliebig und missverständlich ist, verzichtet man am besten darauf. Besser ist es, alle physikalisch wirkenden Kräfte anzugeben und diese vektoriell zu addieren. Auf der schiefen Ebene wirken im reibungsfreien Fall zwei Kräfte auf den Körper ein: eine Gewichtskraft vertikal nach unten und eine Normalkraft senkrecht zur Ebene nach oben (siehe Abb. 2). Wenn man beide Kräfte vektoriell addiert, erhält man als Resultierende eine Kraft parallel zur Ebene, die Hangabtriebskraft. Um deutlich zu machen, dass diese Kraft eine andere Qualität als die anderen beiden hat – da sie deren Summe bzw. die Gesamtkraft ist –, kann man sie als Doppelpfeil zeichnen. Hier wird jetzt die Bedeutung der Unterlage besser herausgestellt.

4 Die Straßenlaternen

Das gleiche Problem ergibt sich bei vielen anderen Beispielen des Physikunterrichts, bei denen die Kräftezerlegung verwendet wird, z.B. in der Statik. Ein bekanntes Beispiel ist die Straßenlaterne, die an zwei Seilen über der Straße hängt. Hier wird die Gewichtskraft in zwei jeweils sehr viel größere Teilkräfte zerlegt, die nicht einmal senkrecht zueinander sind, sondern in Richtung der Seile wirken (siehe Abb. 3). Nicht eingezeichnet werden wieder weitere Kräfte auf die Lampe, sodass eigentlich offen bleibt, warum die Lampe in Ruhe bleibt.

Vollständiger und geschickter ist es anzugeben, dass auf die Lampe drei Kräfte wirken: die Gewichtskraft sowie zwei Kräfte durch die Seile. Die vektorielle Addition der drei Kräfte bzw. das Aneinanderhängen der drei Kraftpfeile ergibt eine Gesamtkraft null (siehe Abb. 4). Oder anders formuliert: Die vektorielle Addition der beiden Seilkräfte bzw. ihr Aneinanderhängen ergibt eine Kraft, die die Gewichtskraft kom-

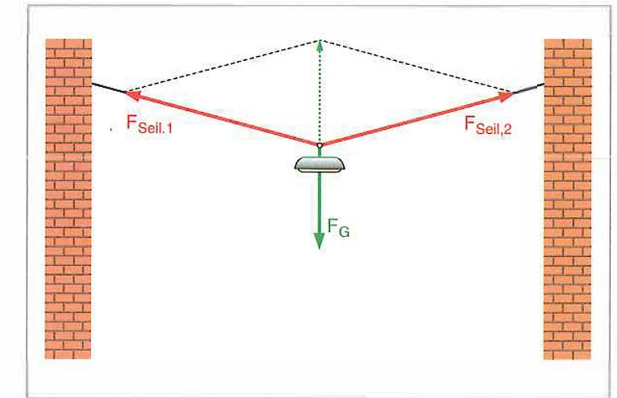


Abb. 4: Kräfteaddition bei der Straßenlampe

pensiert. So lassen sich alle Beispiele der Statik behandeln, wie z.B. die beliebigen Wirtshausschilder.

Beim zeichnerischen Konstruieren der unbekannten Kräfte in Seilrichtung bei bekannter Gewichtskraft geht es hier nicht darum, zwei Komponenten der Gewichtskraft zu finden, die zusammen wieder die Gewichtskraft ergeben. Hier werden zwei weitere Kräfte gesucht, die zusammen eine Kompensationskraft zur bekannten Gewichtskraft ergeben.

5 Das Freikörperbild

Sowohl das Vorgehen im Abschnitt 3 als auch im Abschnitt 4 wird in der technischen Mechanik, wie man sie im Ingenieurwesen braucht, als „Freischneiden“ oder „Freistellen“ bezeichnet [1–4]. Dazu geht man folgendermaßen vor: Man betrachtet eine gegebene Situation (z.B. Abb. 5a) und überlegt sich, welchen Körper man betrachten will und aus welchen Teilen er besteht. Dann trägt man die Systemgrenze in das Bild ein, indem man eine geschlossene Linie um das ausgewählte System einzeichnet (gestrichelte Linie in Abb. 5b). Anschließend überlegt man sich alle Kräfte, die von anderen Körpern von außerhalb über die Systemgrenze hinweg auf den betrachteten Körper einwirken – einschließlich Zwangskräfte durch Seile, Stangen, Führungsschienen, Lager und Auflageflächen. Dabei müssen alle auf den Körper ausgeübten Kräfte berücksichtigt werden. Nun wird die Umgebung weggeschnitten und an deren Stelle die Kräfte eingezeichnet (siehe Abb. 5c). So erhält man ein „Freikörperbild“ (*free-body diagram*), bei dem die Umgebung durch Kraftpfeile ersetzt wurde; es ist „frei“ von der Umgebung.

Nun kann man die Gesamtkraft $\sum \vec{F}$ bilden und gegebenenfalls daraus die Beschleunigung $\vec{a} = \sum \vec{F} / m_{\text{ges}}$ berechnen. Weiß man dagegen, dass der Körper ruht, kann man umgekehrt aus $\sum \vec{F} = 0$ die Zwangskräfte berechnen. Müller betont, dass man sowohl bei statischen ($\sum \vec{F} = 0$) als auch bei dynamischen Vorgängen ($\sum \vec{F} \neq 0$) so vorgehen soll [6, S. 110 ff.]. In allen Fällen braucht man dazu nur die Kräfteaddition, aber nie die Kräftezerlegung.

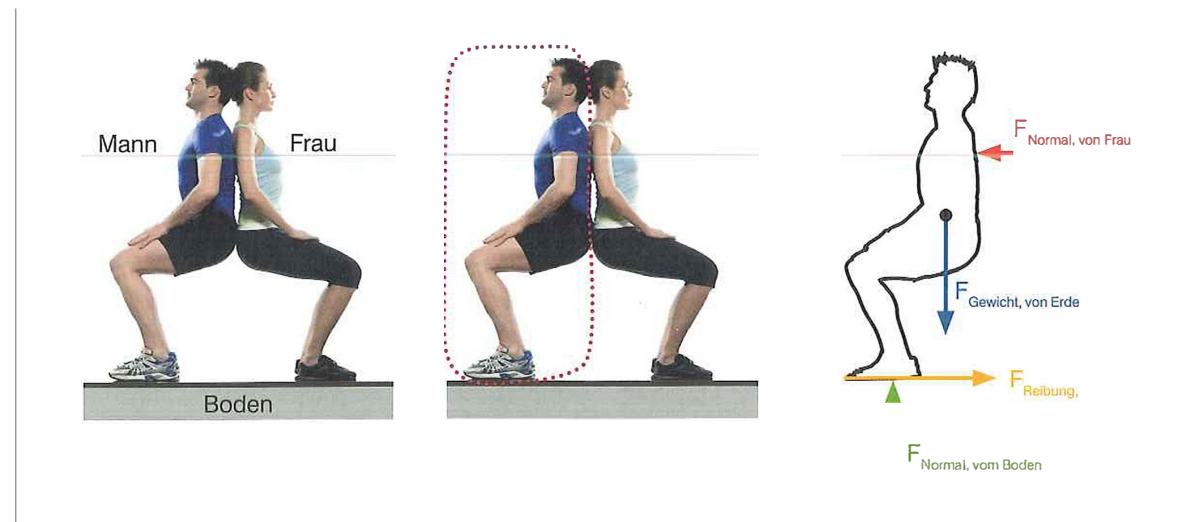


Abb. 5: Freistellen eines Körpers: a) Situation; b) Auswählen eines Körpers durch Zeichnen der Systemgrenzen; c) Freikörperbild (beispielhafte Bearbeitung von [5, S. 216]).

Im ersten Beispiel (Abschnitt 3) ist das betrachtete System der Körper auf der schiefen Ebene, die Umgebung ist die schiefe Ebene und die äußeren Kräfte sind die Gewichtskraft und die Normalkraft durch die Unterlage. Im zweiten Beispiel (Abschnitt 4) ist das betrachtete System die Lampe, die Umgebung sind die Seile und die Mauern und die äußeren Kräfte sind die Gewichtskraft und die Seilkräfte. Interessant ist im dritten Beispiel (Abschnitt 5), dass der Boden nicht nur eine Normalkraft ausübt, sondern auch eine tangential Reibungskraft.

6 Fazit

Man sollte auf die Zerlegung einer Kraft in zwei Teilkräfte völlig verzichten und dafür konsequent die Kräfteaddition behandeln. Dies braucht man ja ohnehin, da das zweite Newton'sche Gesetz sagt, dass die entstehende Beschleunigung eines Körpers proportional zur vektoriellen Summe aller auf den Körper einwirkender Kräfte ist: $\vec{a} = \sum \vec{F} / m_{\text{ges}}$.

Die Kräftezerlegung, wie sie sich in vielen Schulbüchern befindet, ist überflüssig, da man diese Situationen geschickter mit der Kräfteaddition behandeln kann. Erfahrungen zeigen, dass viele Schüler mit der Kräftezerlegung größere Schwierigkeiten als mit der Kräfteaddition haben. Unterrichtet man nur eines dieser beiden Konzepte, ist es einfacher und weniger verwirrend.

Etwas anderes ist es, wenn man in der Sekundarstufe II eine Kraft mit einem Spaltenvektor beschreiben will. Dann braucht man analytische Ausdrücke

für die Komponenten der Kraft bezüglich des festgelegten orthogonalen Koordinatensystems. Diese Anteile einer Kraft in die Koordinatenrichtungen sollten dann aber keine eigenen Namen bekommen. Dies wird ohnehin meist dadurch umgangen, dass die Kräfte in eine Koordinatenrichtung zeigen.

Eine Komponente einer Kraft wird an anderer Stelle gebraucht: An einem Leiterwagen wird schräg nach oben gezogen; will man die Arbeit berechnen, braucht man die Komponente in Bewegungsrichtung. Es handelt sich hier aber nicht um eine Komponente in eine beliebige Richtung, sondern die durch die Bewegungsrichtung eindeutig vorgegebene. Außerdem wird die dazu senkrechte Komponente nicht gebraucht, sodass hier keine Kräftezerlegung im obigen Sinne vorliegt.

Literatur

- [1] R. Mahnken: Lehrbuch der Technischen Mechanik – Statik: Grundlagen und Anwendungen, Springer-Lehrbuch, 2012, S. 20 f.
- [2] R. C. Hibbeler: Technische Mechanik 1: Statik, 10. Auflage, Pearson, 2012, S. 97–100
- [3] H.-J. Dreyer, C. Eller, G. Holzmann, H. Meyer & G. Schumpich: Technische Mechanik Statik, Springer Vieweg, 13. Auflage, 2012; S. 23 ff.
- [4] D. Gross, W. Hauger, J. Schröder & W. A. Wall: Technische Mechanik 1: Statik, Springer Vieweg, 12. Auflage, 2013, S. 12
- [5] S. D. Sheppard & B. H. Tongue: Statics: Analysis and Design of Systems in Equilibrium, John Wiley & Sons, 2006
- [6] R. Müller, Klassische Mechanik, Vom Weitsprung zum Marsflug, de Gruyter, Berlin, 2009

Thomas Wilhelm