

Übungen zur Linearen Algebra I —Lösungen zu Blatt 11—

Aufgabe* 1. Sei $a \in \mathbb{C}$. Betrachte die Matrix

$$A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix}.$$

Prüfe für welche $a \in \mathbb{C}$ die Matrix $A(a)$ invertierbar ist und bestimme gegebenenfalls die inverse Matrix.

Lösung. Die Matrix $A(a)$ ist nicht invertierbar für $a \in \{1, i\}$. Für alle anderen $a \in \mathbb{C}$ ist $A(a)$ invertierbar und die Inverse ist

$$A(a)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{ia}{(1-i)(1-a)} & \frac{a}{(i-1)(i-a)} & \frac{i}{(a-1)(a-i)} \\ \frac{-i-a}{(1-i)(1-a)} & \frac{-1-a}{(i-1)(i-a)} & \frac{-1-i}{(a-1)(a-i)} \\ \frac{1}{(1-i)(1-a)} & \frac{1}{(i-1)(i-a)} & \frac{1}{(a-1)(a-i)} \end{pmatrix}.$$