M. Reineke
H. Franzen
Ruhr-Universität Bochum

Wintersemester 2016/17

Übungen zur Linearen Algebra I
—Lösungen zu Blatt 8—

Aufgabe* 1. Betrachte $\mathbb{C}^3$ und darin die Vektoren

$$\begin{pmatrix} i \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2+i \\ i \\ i \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2i \\ -1-i \\ -1 \end{pmatrix}.$$

(i) Sei $V = \mathbb{C}^3$ versehen mit der üblichen $\mathbb{C}$-Vektorraumstruktur. Sind die obigen Vektoren in V linear unabhängig?

(ii) Sind die selben Vektoren linear unabhängig in $V_{\mathbb{R}} = \mathbb{C}^3$ aufgefaßt als reeller Vektorraum?

Begründe jeweils Deine Antwort.

Lösung. Die Vektoren sind linear abhängig über $\mathbb{C}$, denn

$$i\begin{pmatrix} i \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - i\begin{pmatrix} 2+i \\ i \\ i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2i \\ -1-i \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Allerdings sind die Vektoren linear unabhängig über $\mathbb{R}$, wie man sofort an den dritten Einträgen der Vektoren sieht.

Aufgabe* 2. Für welche $a \in \mathbb{R}$ sind die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 2a \end{pmatrix}$$

im $\mathbb{R}^3$ linear unabhängig?

Lösung. Sie sind linear abhängig für $a \in \{0, 1\}$ und linear unabhängig sonst.