M. Reineke
H. Franzen
Ruhr-Universität Bochum

Wintersemester 2016/17

Übungen zur Linearen Algebra I
—Blatt 10—

Aufgabe* 1. Bestimme die Lösungsmengen folgender linearer Gleichungssysteme über $\mathbb{Q}$:

(i) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 3 & 7 \\ 2 & 3 & 5 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}$,

(ii) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 14 \\ 11 \\ 19 \\ 12 \\ 2\alpha \end{pmatrix}$ in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{Q}$.

Aufgabe* 2. Bringe die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_{3\times 4}(K)$$

auf Zeilenstufenform für

(i) $K = \mathbb{Q}$ bzw. für

(ii) $K = \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$.

Aufgabe 3. Für $a \in \mathbb{R}$ sei $A(a) \in M_{4\times 4}(\mathbb{R})$ definiert durch

$$A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 1-a^2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimme den Rang von $A(a)$ in Abhängigkeit von a.

Aufgabe 4. Bilde alle möglichen Produkte aus den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -7 \\ 8 \end{pmatrix},\ D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 & 6 \end{pmatrix},\ E = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Abgabe am Montag, den **16.01.2017**, um 10 Uhr. Einwurf in die Zettelkästen auf Ebene NA 02.

Aufgaben mit * müssen abgegeben werden und sind für die Bonuspunkte relevant. Diese Aufgaben werden mit maximal 4 Punkten bewertet.