

Vorkurs für angehende Studierende der Mathematik und Physik

Blatt 8

RUHR
UNIVERSITÄT
BOCHUM

RUB

Prof. Dr. Karin Baur
Prof. Dr. Patrick Henning
Wintersemester 2025/2026

Aufgabe 1

Sind die folgenden Vektoren im $\mathbb{R}^3$ linear unabhängig?

a) $\mathbf{v} = (1, -1, 2)^\top$, $\mathbf{w} = (4, 3, 1)^\top$, $\mathbf{z} = (5, 2, 3)^\top$

b) $\mathbf{x} = (4, 2, 1)^\top$, $\mathbf{y} = (3, 8, 2)^\top$, $\mathbf{z} = (5, 2, 7)^\top$

Aufgabe 2

Gegeben sei die Gerade $L = \{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2 \mid \mathbf{v} = t(1, -1)^\top, t \in \mathbb{R}\}$. Bestimmen Sie die Hessesche Normalform und den Abstand des Punktes $(2, 1)$ zur Gerade.

Aufgabe 3

Seien $a, b \in \mathbb{R}^n$ zwei orthogonale Vektoren. Zeigen Sie, dass gilt

$$(a - b) \cdot (a - b) = \|a\|^2 + \|b\|^2.$$

Aufgabe 4

Seien $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^2$. Beweisen, Sie die Dreiecksungleichung

$$\|\mathbf{a} + \mathbf{b}\| \leq \|\mathbf{a}\| + \|\mathbf{b}\|.$$