

Vorkurs für angehende Studierende der Mathematik und Physik

Blatt 7

RUHR
UNIVERSITÄT
BOCHUM

RUB

Prof. Dr. Karin Baur
Prof. Dr. Patrick Henning
Wintersemester 2025/2026

Aufgabe 1

Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ und $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \cos(x) + \cos(\alpha x)$. Zeigen Sie, dass

$$f \text{ ist periodisch} \Leftrightarrow \alpha \in \mathbb{Q}.$$

Aufgabe 2

Sei $a \in \mathbb{R}_+$. Man definiert, für alle $x \in \mathbb{R}$, $a^x = e^{\ln(a)x}$. Zeigen Sie, dass für jede $x, y \in \mathbb{R}$ gilt $a^{xy} = (a^x)^y$.

Aufgabe 3

Finden Sie alle Lösungen der folgenden linearen Gleichungssystemen:

$$(a) \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x - 2y = 4 \\ -\frac{1}{2}x + y = -2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x + y = 1 \\ -x - y = -2 \end{cases}$$

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass der \mathbb{R}^2 ein Vektorraum ist mit der Addition

$$(v_1, v_2) + (w_1, w_2) = (v_1 + w_1, v_2 + w_2)$$

und skalarer Multiplikation

$$\alpha(v_1, v_2) = (\alpha v_1, \alpha v_2),$$

wobei $v, w \in \mathbb{R}^2$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 5

Addieren Sie folgende Vektoren und visualisieren Sie jeweils in der Ebene:

a) $v_1 = (3, 4)$, $v_2 = (-1, -2)$

b) $v_1 = (-1, 1)$, $v_2 = (2, 1)$, $v_3 = (-1, -2)$