

Vorkurs für angehende Studierende der Mathematik und Physik

Blatt 3

RUHR
UNIVERSITÄT
BOCHUM

RUB

Prof. Dr. Karin Baur
Prof. Dr. Patrick Henning
Wintersemester 2025/2026

Aufgabe 1

Es seien M, N, P beliebige Mengen. Ist die Teilmengenrelation

- a) reflexiv, d.h. $M \subset M$?
- b) symmetrisch, d.h. $(M \subset N) \Rightarrow (N \subset M)$?
- c) transitiv, d.h. $((M \subset N) \wedge (N \subset P)) \Rightarrow (M \subset P)$?

Beweisen Sie oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

Aufgabe 2

(Potenzmengen)

Potenzmengen:

- a) Geben Sie die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ der Menge $M = \{1, 2, 3\}$ an.
- b) Es sei M eine Menge mit n Elementen und $a \notin M$. Um wie viele Elemente ist $\mathcal{P}(M \cup \{a\})$ größer als $\mathcal{P}(M)$?

Aufgabe 3

Beweisen Sie das de Morgansche Gesetz $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

Aufgabe 4

Zeigen Sie: Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$, besitzt die Gleichung $a \cdot x = b$ eine eindeutige Lösung $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 5

Zeigen Sie:

- (a) Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt $-(-a) = a$ und $-(a + b) = (-a) + (-b)$.
- (b) Für alle $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ gilt $(a^{-1})^{-1} = a$ und $(a \cdot b)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1}$.