4 Grundlagen der Mehrdimensionalen Analysis

4.1 Grundbegriffe und Eigenschaften von Abbildungen

Die Aufgaben in diesem Themenbereich behandeln grundlegende Begriffe zu und Eigenschaften von mehrdimensionalen Abbildungen. Schwerpunkte sind die Angabe von Bildern und Urbildern von Mengen mithilfe von bestimmenden (Un-) Gleichungen und der Bestimmung des des maximalen Definitionsbereich unter anderem gebrochen rationaler Funktionen.

Inhaltsverzeichnis

◀ ▲ ▶

4.1.1 Definitionsbereich

4.1.1.1 Definitionsbereich 1

Tags: Definitionsbereich

Screenshot: (Stand 24.03.2024)

Geben Sie bei den folgenden mehrdimensionalen Funktionen die Bedingungen für den maximalen Definitionsbereich an.

(a) Für die Funktion f mit,

$$f(x, y) = \frac{1}{5 - (2 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2)}$$

geben Sie die Bedingung an, unter der ein Paar reeller Zahlen (x, y) im Definitionsbereich $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^2$ liegt. Geben Sie die Bedingung in der Form einer Ungleichung an.

$f(x, y) = \frac{1}{5 - (2 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2)}$;

(b) Für die Funktion g mit,

$$g(x, y, z) = \sqrt{5 + 1 \cdot x - 1 \cdot y^2 - 1 \cdot z^2}$$

geben Sie die Bedingung an, die die untere Grenze von x im Definitionsbereich $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^3$ bestimmt, sodass der Ausdruck unter der Wurzel immer nicht-negativ ist.

$g(x, y, z) = \sqrt{5 + 1 \cdot x - 1 \cdot y^2 - 1 \cdot z^2}$;

(c) Für die Funktion h mit,

$$(x, y) = \ln(9 \cdot x - 4)$$

geben Sie die Bedingungen an, unter denen (x, y) im Definitionsbereich $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^2$ liegt, unter Berücksichtigung der Bedingungen für den Logarithmus.

$h(x, y) = \ln(9 \cdot x - 4) \cdot y$;

Bitte geben Sie Ihre Antworten in der Form von Ungleichungen an. Beachten Sie alle mathematischen Einschränkungen wie die Nichtnegativität unter der Wurzel, den Nenner ungleich Null und die Gültigkeit des Arguments für den Logarithmus. Brüche können in der Form a/b angegeben werden. Vermeiden Sie Fließkommazahlen.

Autor: Hakim Günther (WH)

Idee: Hakim Günther

Lizenz: CC BY-SA 4.0

Thema: In dieser Aufgaben soll die Bedingung für den Definitionsbereich für folgende Funktionen aufgestellt werden: $f(x, y) = \frac{1}{a - (b \cdot x^2 + c \cdot y^2)}$, $g(x, y, z) = \sqrt{d + e \cdot x - f \cdot y^2 - g \cdot z^2}$, und $h(x, y) = \ln(j \cdot x - h) \cdot y$.

Vorkenntnisse: Funktionen

Randomisierung: Die Parameter a, b, c, d, e, f, g, h und j werden randomisiert.

Anpassung: Wertebereich der Randomisierung kann bedingt angepasst werden.

Sonderoption: Feedback unterdrücken: ja

4.1.1.2 Definitionsbereich 2

Tags	Definitionsbereich
Screenshot	(Stand 23.03.2024)

Geben Sie bei den folgenden mehrdimensionalen Funktionen die Bedingungen für den maximalen Definitionsbereich an:

(a) Für die Funktion f mit,

$$f(x,y,z) = \ln\left(\frac{8+3\cdot x^2}{3\cdot y^2+18\cdot\sqrt{z}} - 1\right)$$

geben Sie die Bedingung an, die den Definitionsbereich $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^3$ bestimmt, sodass der Ausdruck im Logarithmus immer größer als 0 ist

$f(x,y,z) = \ln\left(\frac{8+3\cdot x^2}{3\cdot y^2+18\cdot\sqrt{z}} - 1\right)$;

(b) Für die Funktion g mit,

$$g(x,y) = \frac{1}{|1\cdot x^3 - 2\cdot y^2| + 2}$$

bestimmen Sie die Bedingung, unter der ein Paar reeller Zahlen (x, y) im Definitionsbereich $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^2$ liegt. Berücksichtigen Sie dabei die Eigenschaften der absoluten Wertfunktion und den Nenner der Funktion, um zu gewährleisten, dass der Ausdruck immer positiv und nicht gleich null ist.

$g(x,y) = \frac{1}{|1\cdot x^3 - 2\cdot y^2| + 2}$;

Bitte geben Sie Ihre Antworten in der Form von Ungleichungen an.

Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgaben soll die Bedingung für den Definitionsbereich für folgende Funktionen aufgestellt werden: $f(x,y,z) = \ln\left(\frac{m+n\cdot x^2}{o\cdot y^2+p\cdot\sqrt{z}} - 1\right)$ und $g(x,y) = \frac{1}{\lvert q\cdot x^3 - r\cdot y^2\rvert + s}$.
Vorkenntnisse	Funktionen
Randomisierung	Die Parameter $m, n.o, p, q, r$ und s werden randomisiert.
Anpassung	Wertebereich der Randomisierung kann angepasst werden.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: ja