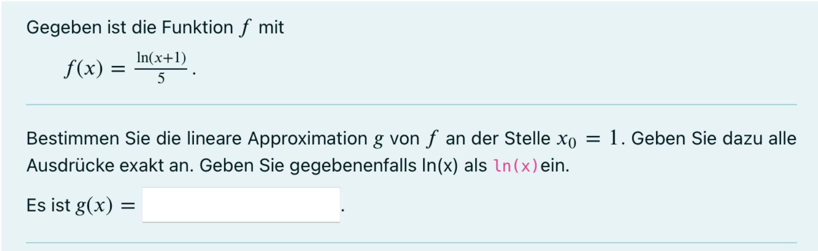
3.7 Taylor und Approximation von Funktionen

Die Aufgaben dieses Themenbereichs behandeln die Taylorreihe und die Approximation von Funktionen durch Taylorpolynome. Die Aufgaben umfassen neben der Bestimmung von Taylorreihen und -polynomen den Zusammenhang zwischen Restgliedern als Maß für die Genauigkeit einer Approximation.

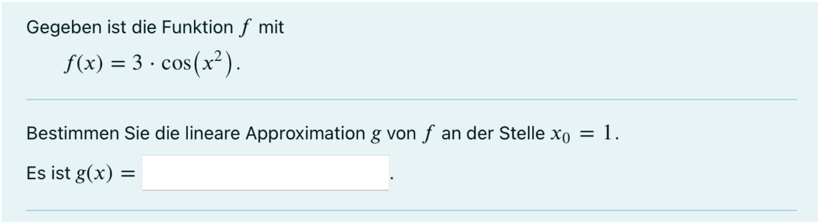
Inhaltsverzeichnis

3.7.1 Lineare und Quadratische Approximationen

3.7.1.1 Lineare Approximation einer Logarithmischen Funktion

Tags	Funktionsbegriff, lineare Funktionen, Approximation
Screenshot	(Stand 06.10.2024) 
Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll die lineare Approximation für eine der Funktionen $\dfrac{\ln(x+p)}{q}$ oder $p \cdot \ln(x+q)$ aufgestellt werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, quadratische Funktionen, Termumformungen, Differentialrechnung
Randomisierung	Die zu approximierende Funktion wird zufällig ausgewählt. Hierbei sind jeweils zwei Parameter vorhanden die randomisiert werden. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

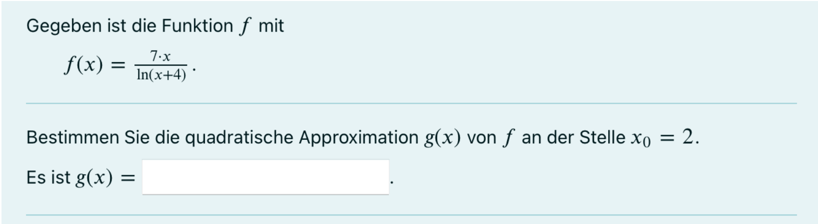
3.7.1.2 Lineare Approximation einer Exponentiellen Funktion

Tags	Funktionsbegriff, lineare Funktionen, Approximation
Screenshot	(Stand 06.10.2024) 
Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll die lineare Approximation für eine der Funktionen $p \cdot e^{q \cdot x}$ aufgestellt werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, quadratische Funktionen, Termumformungen, Differentialrechnung
Randomisierung	Die zu approximierende Funktion wird zufällig ausgewählt. Hierbei sind jeweils zwei Parameter vorhanden die randomisiert werden. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.1.3 Lineare Approximation einer Trigonometrischen Funktion

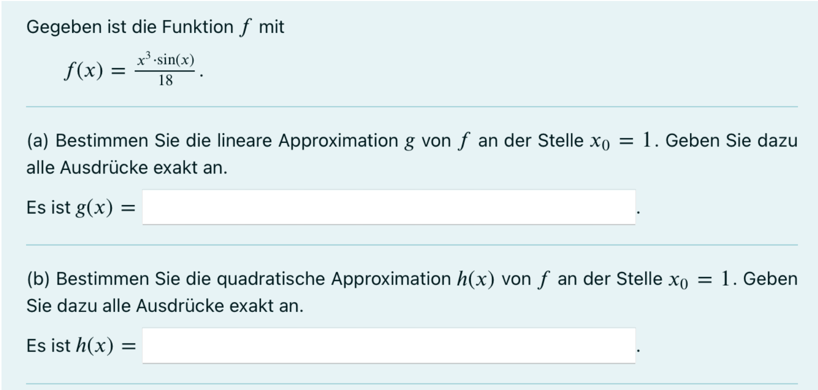
Tags	Funktionsbegriff, lineare Funktionen, Approximation
Screenshot	(Stand 06.10.2024) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 3 \cdot \cos\left(x^2\right).$ Bestimmen Sie die lineare Approximation g von f an der Stelle $x_0 = 1$. Es ist $g(x) =$ ________ .
Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll die lineare Approximation für eine der Funktionen $p \cdot \cos\left(x^2\right)$ aufgestellt werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, quadratische Funktionen, Termumformungen, Differentialrechnung
Randomisierung	Die zu approximierende Funktion wird zufällig ausgewählt. Hierbei sind jeweils zwei Parameter vorhanden die randomisiert werden. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.1.4 Quadratische Approximation einer Logarithmischen Funktion

Tags	Funktionsbegriff, quadratische Funktionen, Approximation
Screenshot	(Stand 06.10.2024) 
Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll die quadratische Approximation für eine der Funktionen $\frac{\ln(x)}{p} + \frac{x^3}{q}$ oder $\frac{p \cdot x}{\ln(q+x)}$ aufgestellt werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, quadratische Funktionen, Termumformungen, Differentialrechnung
Randomisierung	Die zu approximierende Funktion wird zufällig ausgewählt. Hierbei sind jeweils zwei Parameter vorhanden die randomisiert werden. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.1.5 Lineare / Quadratische Approximation

Tags	Funktionsbegriff, quadratische Funktionen, Approximation
Screenshot	(Stand 06.10.2024)


Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{x^3 \cdot \sin(x)}{18}.$$

(a) Bestimmen Sie die lineare Approximation g von f an der Stelle $x_0 = 1$. Geben Sie dazu alle Ausdrücke exakt an.

Es ist $g(x) =$.

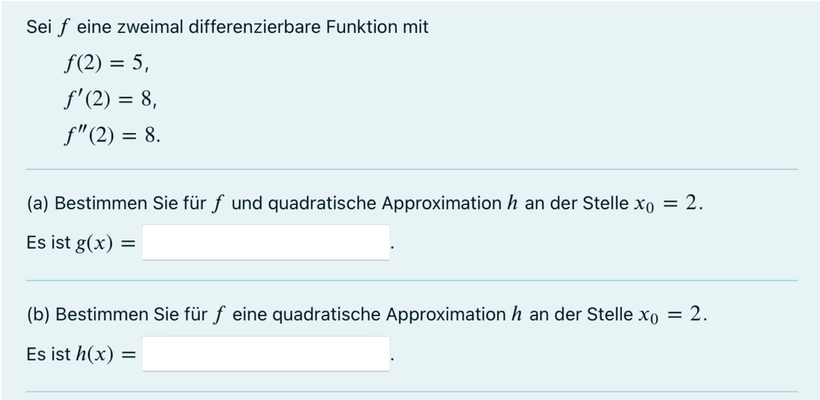
(b) Bestimmen Sie die quadratische Approximation $h(x)$ von f an der Stelle $x_0 = 1$. Geben Sie dazu alle Ausdrücke exakt an.

Es ist $h(x) =$.

Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll die lineare und quadratische Approximation für die Funktion $\dfrac{\sin(x) \cdot x^3}{p \cdot q}$ aufgestellt werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, quadratische Funktionen, Termumformungen, Differentialrechnung
Randomisierung	Die zu approximierende Funktion wird zufällig ausgewählt. Hierbei sind zwei Parameter vorhanden die randomisiert werden. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.1.6 Lineare / Quadratische Approximation anhand von Funktionswerten

Tags	Funktionsbegriff, quadratische Funktionen
Screenshot	(Stand 06.10.2024)



Sei f eine zweimal differenzierbare Funktion mit

$f(2) = 5,$

$f'(2) = 8,$

$f''(2) = 8.$

(a) Bestimmen Sie für f und quadratische Approximation h an der Stelle $x_0 = 2$.

Es ist $g(x) =$.

(b) Bestimmen Sie für f eine quadratische Approximation h an der Stelle $x_0 = 2$.

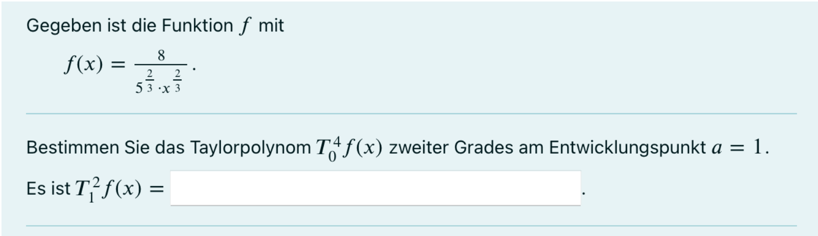
Es ist $h(x) =$.

Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll die quadratische Approximation für eine gegebene Funktionswerte aufgestellt werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, quadratische Funktionen, Termumformungen, Differentialrechnung
Randomisierung	Die zu Funktionswerte, der zu approximierenden Funktion, werden randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.2 Taylorpolynom

3.7.2.1 Taylorpolynome 2. Grades

Tags	Funktionsbegriff, Approximation, Taylor, Taylorpolynom
Screenshot	(Stand 06.10.2024)



Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll das Taylorpolynom zweiten Grades für die Funktion $\frac{p}{q \cdot x^{2/3}}$ aufgestellt werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, Termumformungen, Differentialrechnung
Randomisierung	Zwei Parameter der Funktion werden randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.2.2 Taylorpolynome 3. Grades (1)

Tags	Taylorpolynome.
Screenshot	(Stand 05.09.2024) Bestimmen Sie das Taylorpolynom dritten Grades $T_3 f(x; x_0)$ der Funktion $f(x) = x^2 \exp\left\{\frac{1}{5}x^3\right\}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Verwenden Sie Brüche und keine Dezimalzahlen. Es ist $T_3 f(x; x_0) =$ ________.
Autor	Michael Kubocz (RWTH)
Idee	Michael Kubocz
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	Die gegebene Funktion ist ein Produkt eines quadratischen Monoms mit einer e-Funktion. Es soll das Taylorpolynom dritten Grades $T_3 f(x; x_0)$ um den Entwicklungspunkt x_0 bestimmt werden.
Verbotene Wörter	powerseries, taylor.
Vorkenntnisse	Differentialrechnung, Produktregel, Taylorentwicklung, Taylorreihe, Landausymbole.
Randomisierung	Das Argument der e-Funktion wird randomisiert.
Anpassung	Vorfaktor des quadratischen Monoms kann randomisiert werden.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: ja.

3.7.2.3 Taylorpolynome 3. Grades (2)

Tags	Taylorpolynome.
Screenshot	(Stand 05.09.2024)

Bestimmen Sie das Taylorpolynom dritten Grades $T_3 f(x; x_0)$ der Funktion

$$f(x) = \ln\left[1 + 7\sin(x)\right]$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Verwenden Sie Brüche und keine Dezimalzahlen.

Es ist $T_3 f(x; x_0) =$ ______ .

Autor	Michael Kubocz (RWTH)
Idee	Michael Kubocz
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	Die gegebene Funktion ist eine Komposition aus $\ln(x)$ und $\sin(x)$. Es soll das Taylorpolynom dritten Grades $T_3 f(x; x_0)$ um den Entwicklungspunkt x_0 bestimmt werden.
Verbotene Wörter	powerseries, taylor.
Vorkenntnisse	Differentialrechnung, Produktregel, Kettenregel, Taylorentwicklung, Taylorreihe, Landausymbole.
Randomisierung	Der Vorfaktor der Sinus-Funktion wird zufällig und als ganzzahlig gewählt.
Anpassung	Keine.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: ja.

3.7.2.4 Taylorpolynome 3. Grades (3)

Tags: Taylorpolynome.

Screenshot: (Stand 05.09.2024)

> Bestimmen Sie das Taylorpolynom dritten Grades $T_3 f(x; x_0)$ der Funktion
>
> $$f(x) = \cos(x)\ \sin(4x)$$
>
> um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Verwenden Sie Brüche und keine Dezimalzahlen.
>
> Es ist $T_3 f(x; x_0) =$ ________ .

Autor	Michael Kubocz (RWTH)
Idee	Michael Kubocz
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	Die gegebene Funktion ist ein Produkt aus $\cos(x)$ und $\sin(x)$. Es soll das Taylorpolynom dritten Grades $T_3 f(x; x_0)$ um den Entwicklungspunkt x_0 bestimmt werden.
Verbotene Wörter	powerseries, taylor.
Vorkenntnisse	Differentialrechnung, Produktregel, Kettenregel, Taylorentwicklung, Taylorreihe.
Randomisierung	Der Vorfaktor des Arguments der Sinus-Funktion wird zufällig und als ganzzahlig gewählt.
Anpassung	Keine.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: ja.

3.7.2.5 Taylorpolynome 3. Grades (4)

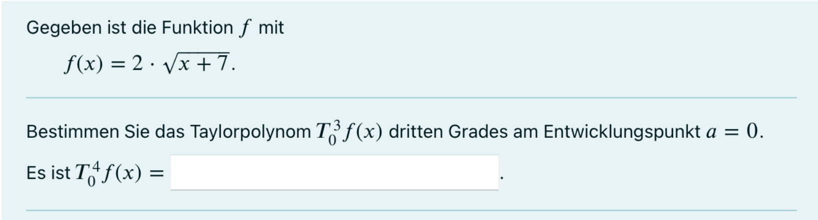
Tags	Taylorpolynome.
Screenshot	(Stand 05.09.2024) Bestimmen Sie das Taylorpolynom dritten Grades $T_3 f(x; x_0)$ der Funktion $f(x) = \sqrt{\frac{3}{4} + x^2}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Verwenden Sie `sqrt(x)` für $\sqrt{x}$ und geben Sie Brüche nicht in Dezimalform an. Es ist $T_3 f(x; x_0) =$ ________.
Autor	Michael Kubocz (RWTH)
Idee	Michael Kubocz
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	Die gegebene Funktion ist eine Komposition aus $\sqrt{x}$ und einem Polynom zweiten Grades. Es soll das Taylorpolynom dritten Grades $T_3 f(x; x_0)$ um den Entwicklungspunkt x_0 bestimmt werden.
Verbotene Wörter	powerseries, taylor.
Vorkenntnisse	Differentialrechnung, Produktregel, Kettenregel, Taylorentwicklung, Taylorreihe.
Randomisierung	Das Monom nullten Grades wird zufällig gewählt.
Anpassung	Keine.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: ja.

3.7.2.6 Taylorpolynome 3. Grades (5)

Tags	Funktionsbegriff, Approximation, Taylor, Taylorpolynom
Screenshot	(Stand 06.10.2024) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{e}}$. Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_3^2 f(x)$ dritten Grades am Entwicklungspunkt $a = 2$. Es ist $T_2^3 f(x) =$ ________.
Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll das Taylorpolynom dritten Grades für die Funktion $\dfrac{\ln(x+q)}{e^{1/2}}$ aufgestellt werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, Termumformungen, Differentialrechnung
Randomisierung	Zwei Parameter der Funktion werden randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.2.7 Taylorpolynome 3. Grades (6)

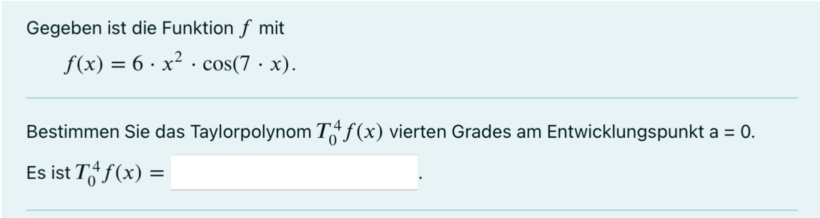
Tags	Funktionsbegriff, Approximation, Taylor, Taylorpolynom
Screenshot	(Stand 06.10.2024)



Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll das Taylorpolynom dritten Grades für die Funktion $q \cdot \sqrt{(p+x)}$ aufgestellt werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, Termumformungen, Differentialrechnung
Randomisierung	Zwei Parameter der Funktion werden randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.2.8 Taylorpolynome 4. Grades

Tags	Funktionsbegriff, Approximation, Taylor, Taylorpolynom
Screenshot	(Stand 06.10.2024)


Gegeben ist die Funktion f mit
$$f(x) = 6 \cdot x^2 \cdot \cos(7 \cdot x).$$
Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_0^4 f(x)$ vierten Grades am Entwicklungspunkt a = 0.
Es ist $T_0^4 f(x) =$.

Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll das Taylorpolynom vierter Grades für die Funktion $p \cdot x^2 \cdot \cos(q \cdot x)$ aufgestellt werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, Termumformungen, Differentialrechnung
Randomisierung	Zwei Parameter der Funktion werden randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.3 Taylorreihen

3.7.3.1 Taylorreihe (1)

Tags — Taylorreihe , Taylor, Reihen

Screenshot — (Stand 06.10.2024)

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = \cos\left(\frac{x}{3}\right).$$

Bestimmen Sie die Taylorreihe

$$f(x) = \sum_{n=n_0}^{N} a_n(x)$$

von f am Entwicklungspunkt $a = 0$. Geben Sie dazu n_0, N und $a_n(x)$ exakt an. Verwenden Sie gegebenenfalls `ln(x)` für $\ln(x)$ und `e^x` für e^x.

(i) Es ist $n_0 =$ _____.

(ii) Es ist $N =$ _____.

(iii) Es ist $a_n(x) =$ _____.

Autor — Hakim Günther (WH)

Idee — Hakim Günther

Lizenz — CC BY-SA 4.0

Thema — In dieser Aufgabe soll die Taylorreihe für die Funktion $\cos(x/p)$ bestimmt werden.

Vorkenntnisse — Funktionsbegriff, Termumformungen, Taylorpolynom, Differentialrechnung

Randomisierung — Der Parameter p, der Funktion wird randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.

Anpassung — keine

Sonderoption — Feedback unterdrücken: nein

3.7.3.2 Taylorreihe (2)

Tags	Taylorreihe , Taylor, Reihen
Screenshot	(Stand 06.10.2024)

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Bestimmen Sie die Taylorreihe

$$f(x) = \sum_{n=n_0}^{N} a_n(x)$$

von f am Entwicklungspunkt $a = 0$. Geben Sie dazu n_0, N und $a_n(x)$ exakt an. Verwenden Sie gegebenenfalls `ln(x)` für $\ln(x)$ und `e^x` für e^x.

(i) Es ist $n_0 =$ ________ .

(ii) Es ist $N =$ ________ .

(iii) Es ist $a_n(x) =$ ________ .

Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll die Taylorreihe für die Funktion $e^{-x^2/2}$ bestimmt werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, Termumformungen, Taylorpolynom, Differentialrechnung
Randomisierung	keine
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.3.3 Taylorreihe (3)

Tags Taylorreihe , Taylor, Reihen

Screenshot (Stand 06.10.2024)

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{\ln(x+5)}{\sqrt{e}}.$$

Bestimmen Sie die Taylorreihe

$$f(x) = c + \sum_{n=n_0}^{N} a_n(x)$$

von f am Entwicklungspunkt $a = 0$. Geben Sie dazu c, $a_n(x)$ und N exakt an. Verwenden Sie gegebenenfalls `ln(x)` für $\ln(x)$ und `e^x` für e^x.

(i) Es ist $c =$ ____ .

(ii) Es ist $a_n(x) =$ ____ .

(iii) Es ist $N =$ ____ .

Beachten Sie, dass der konstante Term c dem Funktionswert von f am Entwicklungspunkt am Entwicklungspunkt $a = 0$ entspricht.

Autor Hakim Günther (WH)

Idee Hakim Günther

Lizenz CC BY-SA 4.0

Thema In dieser Aufgabe soll die Taylorreihe für die Funktion $\frac{\ln(x+q)}{e^{1/2}}$ bestimmt werden.

Vorkenntnisse Funktionsbegriff, Termumformungen, Taylorpolynom, Differentialrechnung

Randomisierung Der Parameter q, der Funktion wird randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.

Anpassung keine

Sonderoption Feedback unterdrücken: nein

3.7.3.4 Taylorreihe (4)

Tags	Taylorreihe, Entwicklungskoeffizienten.
Screenshot	(Stand 05.09.2024)

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = \exp\left\{\frac{5}{6}x\right\}$$

in einer Taylorreihe

$$Tf(x;x_0) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n \quad \text{mit} \quad f^{(n)}(x_0) = \frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n} f(x)\Big|_{x=x_0}$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Geben Sie die Entwicklungskoeffizienten a_2 und a_3 an. Verwenden Sie Brüche und keine Dezimalzahlen.

(i) Es ist $a_2 =$ ________.

(ii) Es ist $a_3 =$ ________.

Autor	Michael Kubocz (RWTH)
Idee	Michael Kubocz
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	Gegeben ist eine e-Funktion. Die Funktion soll in einer Taylorreihe entwickelt und Entwicklungskoeffizienten a_2 und a_3 berechnet und angegeben werden.
Verbotene Wörter	powerseries, taylor.
Vorkenntnisse	Differentialrechnung, Kettenregel, Taylorentwicklung, Taylorreihe.
Randomisierung	Das Argument der e-Funktion wird zufällig gewählt.
Anpassung	Keine.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: ja.

3.7.3.5 Taylorreihe (5)

Tags	Taylorreihe, Entwicklungskoeffizienten.
Screenshot	(Stand 05.09.2024)

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}x}$$

in einer Taylorreihe

$$Tf(x; x_0) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n \quad \text{mit} \quad f^{(n)}(x_0) = \frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n} f(x)\Big|_{x=x_0}$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Geben Sie die Entwicklungskoeffizienten a_2 und a_3 an. Verwenden Sie Brüche und keine Dezimalzahlen.

(i) Es ist $a_2 =$ ________.

(ii) Es ist $a_3 =$ ________.

Autor	Michael Kubocz (RWTH)
Idee	Michael Kubocz
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	Gegeben ist eine einfache echt gebrochenrationale Funktion (Limes der endlichen geom. Reihe). Die Funktion soll in einer Taylorreihe entwickelt und Entwicklungskoeffizienten a_2 und a_3 berechnet und angegeben werden.
Verbotene Wörter	powerseries, taylor.
Vorkenntnisse	Differentialrechnung, Kettenregel, Taylorentwicklung, Taylorreihe.
Randomisierung	Der Vorfaktor des Monoms ersten Grades im Nenner wird zufällig gewählt.
Anpassung	Keine.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: ja.

3.7.4 Restgliedabschätzung

3.7.4.1 Restgliedabschätzung (1)

Tags: Taylorreihe , Taylor, Reihen

Screenshot: (Stand 23.03.2024)

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{x+7}.$$

Bestimmen Sie das Taylopolynom $T_0^3 f(x)$ dritten Grades von f am Entwicklungspunkt $a = 0$.

Es ist $T_0^3 f(x) =$ ______ .

Bestimmen Sie den maximalen Fehler $R(x_0; 0)$, den das Taylorpolynom $T_0^3 f(x)$ dritten Grades von f am Entwicklungspunkt $a = 0$ auf dem Intervall $[0; 1]$ annimmt.

Es ist $R(x_0; 0) =$ ______ .

Autor: Hakim Günther (WH)

Idee: Hakim Günther

Lizenz: CC BY-SA 4.0

Thema: In dieser Aufgabe soll das Taylorpolynom dritten Grades für die Funktion $\frac{1}{p+x}$ berechnet werden. Danach soll eine Restwertabschätzung auf dem Interval $[0; 1]$ gemacht werden.

Vorkenntnisse: Funktionsbegriff, Termumformungen, Taylorpolynom, Differentialrechnung

Randomisierung: Der Parameter p, der Funktion wird randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.

Anpassung: keine

Sonderoption: Feedback unterdrücken: nein

3.7.4.2 Restgliedabschätzung (2)

Tags: Taylorreihe , Taylor, Reihen

Screenshot: (Stand 23.03.2024)

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = 8 \cdot e^{\frac{x}{2}}.$$

Bestimmen Sie das Taylopolynom $T_0^3 f(x)$ dritten Grades von f am Entwicklungspunkt $a = 0$.

Es ist $T_0^3 f(x) =$ ______ .

Bestimmen Sie den maximalen Fehler $R(x_0; 0)$, den das Taylorpolynom $T_0^3 f(x)$ dritten Grades von f am Entwicklungspunkt $a = 0$ auf dem Intervall $[-1; 1]$ annimmt.

Es ist $R(x_0; 0) =$ ______ .

Autor: Hakim Günther (WH)

Idee: Hakim Günther

Lizenz: CC BY-SA 4.0

Thema: In dieser Aufgabe soll das Taylorpolynom dritten Grades für die Funktion $p \cdot e^{\frac{1}{2x}}$ berechnet werden. Danach soll eine Restwertabschätzung auf dem Interval $[-1; 1]$ gemacht werden.

Vorkenntnisse: Funktionsbegriff, Termumformungen, Taylorpolynom, Differentialrechnung

Randomisierung: Der Parameter p, der Funktion wird randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.

Anpassung: keine

Sonderoption: Feedback unterdrücken: nein

3.7.4.3 Restgliedabschätzung (3)

Tags	Taylorreihe , Taylor, Reihen
Screenshot	(Stand 23.03.2024)

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = 7 \cdot x^4 \cdot \ln(x).$$

Bestimmen Sie das Taylopolynom $T_e^3 f(x)$ dritten Grades von f am Entwicklungspunkt $a = e$.

Es ist $T_e^3 f(x) =$.

Bestimmen Sie den maximalen Fehler $R(x_0; e)$, den das Taylorpolynom $T_0^3 f(x)$ dritten Grades von f am Entwicklungspunkt $a = e$ auf dem Intervall $[2.61; 2.81]$ annimmt.

Es ist $R(x_0; e) =$.

Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll das Taylorpolynom dritten Grades für die Funktion $\ln(x)\cdot(px^4)$ berechnet werden. Danach soll eine Restwertabschätzung auf dem Interval $[2,61; 2,81]$ gemacht werden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, Termumformungen, Taylorpolynom, Differentialrechnung
Randomisierung	Der Parameter p, der Funktion wird randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.5 Grenzwerte und Taylorreihen

3.7.5.1 Grenzwerte (1)

Tags	Taylorreihe , Taylor, Reihen
Screenshot	(Stand 23.03.2024)

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{\cos(x^2) - e^{x^4}}{7 \cdot \sin(x^4)}.$$

Bestimmen Sie mithilfe der Taylorreihe den Grenzwert

$$s = \lim_{x \to 0} \frac{\cos(x^2) - e^{x^4}}{7 \cdot \sin(x^4)}.$$

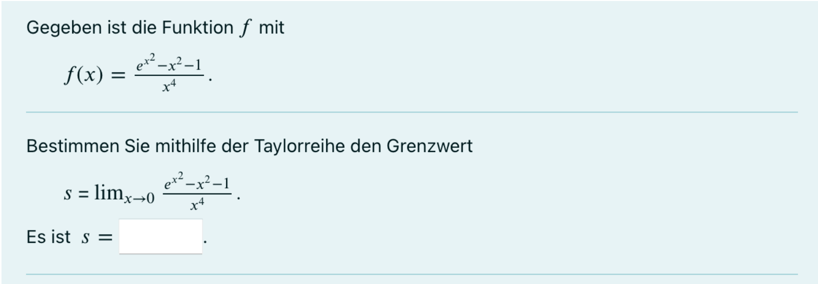
Es ist $s =$ ______ .

Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll der Grenzwert für die Funktion $\frac{\cos(x^2)e^{x^4}}{q \cdot \sin(x^4)}$ berechnet werden. Hierbei sollen die Studierende eine Taylorreihen verwenden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, Termumformungen, Taylorpolynom, Differentialrechnung
Randomisierung	Der Parameter q, der Funktion wird randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

3.7.5.2 Grenzwerte (2)

Tags: Taylorreihe , Taylor, Reihen

Screenshot: (Stand 23.03.2024)



Autor: Hakim Günther (WH)

Idee: Hakim Günther

Lizenz: CC BY-SA 4.0

Thema: In dieser Aufgabe soll der Grenzwert für die Funktion $\frac{e^{x^q}-1-x^q}{x^{2q}}$ berechnet werden. Hierbei sollen die Studierende eine Taylorreihen verwenden.

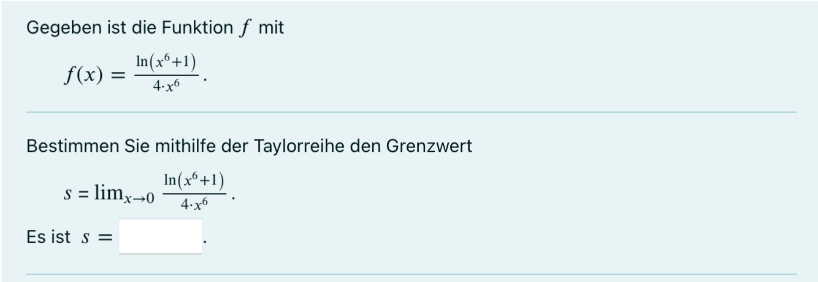
Vorkenntnisse: Funktionsbegriff, Termumformungen, Taylorpolynom, Differentialrechnung

Randomisierung: Der Parameter q, der Funktion wird randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.

Anpassung: keine

Sonderoption: Feedback unterdrücken: nein

3.7.5.3 Grenzwerte (3)

Tags	Taylorreihe , Taylor, Reihen
Screenshot	(Stand 23.03.2024) 
Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe soll der Grenzwert für die Funktion $\dfrac{\ln(1+x^p)}{q \cdot x^p}$ berechnet werden. Hierbei sollen die Studierende eine Taylorreihen verwenden.
Vorkenntnisse	Funktionsbegriff, Termumformungen, Taylorpolynom, Differentialrechnung
Randomisierung	Die Parameter q und p, der Funktion wird randomisiert. Dies hat keinen inhaltlichen Einfluss auf die Aufgabe.
Anpassung	keine
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein