

2.2 Matrizen und Lineare Abbildungen

Die Aufgaben in diesem Themenbereich umfassen elementare Matrixoperationen und deren Anwendung bei der Untersuchung von linearen Abbildungen. Dazu zählen die Addition, Subtraktion und Multiplikation von Matrizen sowie die Berechnung von Determinanten und Inversen. Ein weiterer Schwerpunkt liegt auf der Untersuchung von Eigenwerten und Eigenvektoren, die zur Analyse von linearen Transformationen genutzt werden. Weiterhin umfassen die Aufgaben praxisnahe Anwendungen, wie Modellierung geometrischer Transformationen.

Inhaltsverzeichnis

2.2.1 Rechnen mit Matrizen	90
2.2.1.1 Addition von Matrizen	90
2.2.1.2 Subtraktion von Matrizen	91
2.2.1.3 Matrix Koeffizient	92
2.2.1.4 Matrizen Rechenübung	93
2.2.1.5 Skalarmultiplikation einer Matrix	94
2.2.1.6 Multiplikation von Matrizen (1)	95
2.2.1.7 Multiplikation von Matrizen (2)	96
2.2.1.8 Multiplikation von Matrizen (3)	97
2.2.2 Inverse und Transponierte	98
2.2.2.1 Transposition von Matrizen	98
2.2.2.2 Matrix Inverse 2x2	100
2.2.2.3 Matrix Inverse 3x3	101
2.2.2.4 Inverse einer Matrix mit reellem Parameter	102
2.2.2.5 Bildtransformation	103
2.2.3 Eigenwerte und Eigenvektoren	104
2.2.3.1 Charakteristisches Polynom 2x2	104
2.2.3.2 Eigenwerte 2x2	105
2.2.3.3 Eigenvektoren 2x2	106
2.2.3.4 Charakteristisches Polynom / Eigenwerte / Eigenvektoren 2x2	107
2.2.3.5 charakteristisches Polynom / Eigenwerte / Eigenvektoren 3x3	108



Dieser Textauszug stammt aus „Handreichung und Übersicht zu den Materialien des Projekts ‚diAM:INT‘“ von Hakim Günther (WH), Tim Inoue (WH), Dr. Michael Kubocz (RWTH), Dr. Benjamin Schulz-Rosenberger (RUB) und Emma van der Smagt (RUB) und steht unter der Lizenz *Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International (CC BY-SA 4.0)*. Die Lizenzbedingungen können unter <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de> eingesehen werden.



2.2.1 Rechnen mit Matrizen

2.2.1.1 Addition von Matrizen

Tags

Matrizen

Screenshot

(Stand 30.09.2024)

Gegeben sind die (2×4) -Matrizen A und B mit

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 5 & 2 \\ 5 & -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 4 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Summe $A + B$ der Matrizen A und B .

Es ist $A + B = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}.$

Autor

Hakim Günther (WH)

Idee

Hakim Günther

Lizenz

CC BY-SA 4.0

Thema

Gegeben sind zwei $n \times m$ -Matrix, welche addiert werden sollen.

Vorkenntnisse

Matrizen, Matrizenaddition

Randomisierung

Der Wertebereich der, einzelnen Elemente der Matrix, werden randomisiert, sowie die Größe n und m .

Anpassung

Der Wertebereich der Randomisierung kann variiert werden.

Sonderoption

Feedback unterdrücken: nein

2.2.1.2 Subtraktion von Matrizen

Tags

Matrizen

Screenshot

(Stand 30.09.2024)

Geben sind die Matrizen A und B mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & 2 \\ -5 & 3 & -4 \\ -3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

und

$$B = \begin{pmatrix} -4 & -3 & 3 \\ -3 & -3 & -5 \\ -4 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Differenz $A - B$ der Matrizen A und B .

Es ist $A - B = \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}.$

Autor

Hakim Günther (WH)

Idee

Hakim Günther

Lizenz

CC BY-SA 4.0

Thema

Gegeben sind zwei $n \times m$ -Matrix, welche subtrahiert werden sollen.

Vorkenntnisse

Matrizen, Matrizen subtraktion

Randomisierung

Der Wertebereich der, einzelnen Elemente der Matrix, werden randomisiert, sowie die Größe n und m .

Anpassung

Der Wertebereich der Randomisierung kann variiert werden.

Sonderoption

Feedback unterdrücken: nein

2.2.1.3 Matrix Koeffizient

Tags

Matrizen

Screenshot

(Stand 30.09.2024)

Für k sind die Matrizen A und B mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 6 & k \end{pmatrix}$$

gegeben.

Bestimmen Sie k sodass die Matrizen A und B die Bedingung $AB = BA$ erfüllen.Es ist $k =$.

Autor

Hakim Günther (WH)

Idee

Hakim Günther

Lizenz

CC BY-SA 4.0

Thema

Gegeben sind zwei 2×2 Matrizen, A und B . Hierbei soll $b_{2,2} = k$ bestimmt werden, sodass gilt $AB = BA$.

Vorkenntnisse

Matrizen, Matrizenmultiplikation

Randomisierung

Werte der Matrizen

Anpassung

Wertebereich der Randomisierung kann variiert werden.

Sonderoption

Feedback unterdrücken: nein

2.2.1.4 Matrizen Rechenübung

Tags

Vektorrechnung, Betrag

Screenshot

(Stand 30.09.2024)

Gegeben sind die vier Matrizen

$$A = (1, 1)^T, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Matrix M mit $M = (A + B \cdot C) \cdot D$. Geben Sie die Einträge von M zeilenweise ein und trennen Sie dabei die Elemente einer jeden Zeile durch Leerzeichen.

Es ist $M = \begin{pmatrix} \text{ } & \text{ } \end{pmatrix}$

Autor

Emma van der Smagt (RUB)

Idee

Emma van der Smagt

Lizenz

CC BY-SA 4.0

Thema

In dieser Aufgabe sind vier Matrizen A , B , C und D unterschiedlicher Dimensionen explizit gegeben. Es sollen die Einträge der Matrix M mit

$$M = (A + B \cdot C) \cdot D$$

berechnet werden.

Vorkenntnisse

Matrizen, Matrixaddition, Matrixmultiplikation

Randomisierung

Die Einträge der Matrizen A , B , C und D werden zufällig als ganze Zahlen zwischen -9 und 9 gewählt.

Anpassung

Die Einträge der Matrizen A , B , C und D können beliebig als ganze Zahlen gewählt werden.

Sonderoption

Feedback unterdrücken: ja

2.2.1.5 Skalarmultiplikation einer Matrix

Tags

Matrizen

Screenshot

(Stand 30.09.2024)

Gegeben sind die Zahlen a und die (4×3) -Matrix B mit

$$a = 5$$

und

$$M = \begin{pmatrix} -5 & -3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie das skalare Vielfache $a M$ von M .

Es ist $a M = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}.$

Autor

Hakim Günther (WH)

Idee

Hakim Günther

Lizenz

CC BY-SA 4.0

Thema

Gegeben ist zwei $n \times m$ -Matrix, welche mit einem Skalar multipliziert werden soll.

Vorkenntnisse

Matrizen, Matrixmultiplikation

Randomisierung

Der Wertebereich der, einzelnen Elemente der Matrix, die Größe n und m und das Skalar a werden randomisiert.

Anpassung

Der Wertebereich der Randomisierung kann variiert werden.

Sonderoption

Feedback unterdrücken: nein

2.2.1.6 Multiplikation von Matrizen (1)

Tags	Matrix, Matrixmultiplikation
Screenshot	(Stand 30.09.2024) Gegeben sind zwei (2×2)-Matrizen A und B mit $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}.$ (a) Berechnen Sie das Produkt AB. Es ist $AB = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$ (b) Geben Sie zwei (2×2)-Matrizen C und D mit $CD \neq DC$ an. Es ist $C = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$ Es ist $D = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$
Autor	Tim Inoue (Uni-DUE)
Idee	Tim Inoue
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	In dieser Aufgabe sind zwei (2×2)-Matrizen A und B gegeben. In Aufgabenteil (a) soll das Produkt AB der Matrizen A und B berechnet und angegeben werden. In Aufgabenteil (b) sollen zwei Matrizen $C, D \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ gefunden werden, sodass $CD \neq DC$ gilt.
Vorkenntnisse	Multiplikation von Matrizen
Randomisierung	Die Matrizen A und B sind randomisiert.
Anpassung	Die Matrizen A und B können beliebig angepasst werden.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: ja

2.2.1.7 Multiplikation von Matrizen (2)

Tags

Matrix, Matrixmultiplikation

Screenshot

(Stand 30.09.2024)

Gegeben sind die zwei (3×3) -Matrizen A und B mit

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 3 \\ -3 & -1 & -2 \\ -5 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

und

$$B = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 3 \\ 5 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Produkt AB .

Es ist $AB = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}.$

Autor

Tim Inoue (Uni-DUE)

Idee

Tim Inoue

Lizenz

CC BY-SA 4.0

Thema

In dieser Aufgabe sind zwei (3×3) -Matrizen A und B gegeben. Es soll das Produkt

$$AB$$

korrekt berechnet und angegeben werden.

Vorkenntnisse

Multiplikation von Matrizen

Randomisierung

Die Matrizen A und B sind randomisiert.

Anpassung

Die Matrizen A und B können beliebig angepasst werden.

Sonderoption

Feedback unterdrücken: ja

2.2.1.8 Multiplikation von Matrizen (3)

Tags

Matrix, Matrixmultiplikation

Screenshot

(Stand 30.09.2024)

Eine $n \times n$ -Matrix A heißt nilpotent, falls eine natürliche Zahl $k \leq n$ existiert, sodass

$$A^k = 0$$

ist. Die Nullmatrix 0 (triviale Matrix) ist nilpotent mit $0^1 = 0$. Untersuchen Sie im Folgenden den Begriff 'nilpotent' am Beispiel nicht-trivialer Matrizen.

(a) Die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

ist nilpotent. Bestimmen Sie die kleinste natürliche Zahl k , sodass $A^k = 0$ ist

Es ist $k =$.

(b) Geben Sie eine nicht-triviale 3×3 -Matrix B an, die nilpotent ist.

Es ist $B =$

Autor

Tim Inoue (Uni-DUE)

Idee

Tim Inoue

Lizenz

CC BY-SA 4.0

Thema

In Aufgabenteil (a) soll der Nilpotenzgrad einer reellen 4×4 -Matrix A bestimmt werden. In Aufgabenteil (b) soll eine nicht-triviale Matrix $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ angegeben werden, die nilpotent ist. Der Begriff nicht-trivial bedeutet ungleich der Nullmatrix und wird im Spoiler der Aufgabe erklärt.

Vorkenntnisse

Multiplikation von Matrizen, nilpotente Matrizen

Randomisierung

Die Matrix A in Aufgabenteil (a) ist randomisiert.

Anpassung

Die Matrix A kann in der Dimension angepasst werden.

Sonderoption

Feedback unterdrücken: ja

2.2.2 Inverse und Transponierte

2.2.2.1 Transposition von Matrizen

Tags

Matrix, Transposition, symmetrisch, orthogonal

Screenshot

(Stand 30.09.2024)

Für eine $(n \times m)$ -Matrix A mit ij -tem Eintrag a_{ij} ist die ist die Transponierte A^T von A (oder die transponierte Matrix A^T von A) die $m \times n$ -Matrix mit ij -tem Eintrag a_{ji} . So ist beispielsweise für die Matrix M mit

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

die zugehörige Transponierte

$$M^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

(a) Gegeben sei die (2×4) -Matrix A mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 & -5 \\ -5 & -5 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Transponierte A^T von A . Schreiben Sie jede Zeile der Matrix in eine eigene Zeile und trennen Sie die Einträge durch ein Leerzeichen.

Es ist $A^T = \left(\begin{array}{cccc} \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{array} \right)$

(b) Geben Sie eine (3×3) -Matrix B mit $B^T = B$ an.

Es ist $B = \left(\begin{array}{ccc} \text{ } & \text{ } & \text{ } \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{array} \right)$.

(c) Bestimmen Sie eine invertierbare (3×3) -Matrix C mit $C^T = C^{-1}$ an, die nicht die Einheitsmatrix ist.

Es ist $C = \left(\begin{array}{ccc} \text{ } & \text{ } & \text{ } \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{array} \right)$.

Autor

Tim Inoue (Uni-DUE)

Idee

Tim Inoue

Lizenz

CC BY-SA 4.0

Thema

In dieser Aufgabe geht es um die Transposition von reellwertigen Matrizen. In Aufgabenteil (a) ist eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ mit $m \in \{1, 2, 3\}$ und $n \in \{1, \dots, 5\}$ gegeben, die transponiert werden soll. In Aufgabenteil (b) Soll eine Matrix $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ angegeben werden, für die

$$B = B^T$$

gilt. In Aufgabenteil (c) soll eine invertierbare Matrix $C \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gefunden und angegeben werden, die

$$C^T = C^{-1}$$

erfüllt.

Vorkenntnisse	Symmetrische Matrizen, Orthogonale Matrizen, Invertierbarkeit von Matrizen
Randomisierung	Die Matrix A in Aufgabenteil (a) ist randomisiert.
Anpassung	Die Matrizen in allen Aufgabenteilen können angepasst werden.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: ja

2.2.2.2 Matrix Inverse 2x2

Tags Determinante, Matrix, Inverse

Screenshot (Stand 30.09.2024)

Gegeben ist die (2×2) -Matrix M mit

$$M = \begin{pmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Inverse M^{-1} von M .

Es ist $M^{-1} = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}.$

Idee Hakim Günther

Autor [Hakim Günther](#) (WH)

Lizenz [CC BY-SA 4.0](#)

Thema Gegeben ist eine 2×2 -Matrix. Für diese Matrix soll die Inverse bestimmt werden.

Vorkenntnisse Berechnung der Determinante, Formel für die Inverse einer 2×2 -Matrix.

Randomisierung Eine 2×2 -Matrix wird durch Multiplikation von Dreiecksmatrizen und einer Diagonalmatrix mit zufälligen Einträgen erzeugt.

Anpassung Wertebereich der zufälligen Einträge kann angepasst werden.

Sonderoption Feedback unterdrücken: nein

2.2.2.3 Matrix Inverse 3x3

Tags Determinante, Matrix, Inverse

Screenshot (Stand 30.09.2024)

Gegeben ist die (3×3) -Matrix M mit

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 10 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Inverse M^{-1} von M .

Es ist $M^{-1} = \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}.$

Idee Hakim Günther

Autor [Hakim Günther](#) (WH)

Lizenz [CC BY-SA 4.0](#)

Thema Gegeben ist eine 3×3 -Matrix. Für diese Matrix soll die Inverse bestimmt werden.

Vorkenntnisse Berechnung der Determinante, Berechnung der Adjunkten, Formel für die Inverse einer 3×3 -Matrix.

Randomisierung Eine 3×3 -Matrix wird durch Multiplikation von zwei Dreiecksmatrizen und einer Diagonalmatrix mit zufälligen Einträgen erzeugt.

Anpassung Wertebereich der zufälligen Einträge kann angepasst werden. Aktuell sind die Werte zwischen -3 und 3 für die Dreiecksmatrizen und zwischen -1 und 1 (ohne 0) für die Diagonalmatrix.

Sonderoption Feedback unterdrücken: nein

2.2.2.4 Inverse einer Matrix mit reellem Parameter

Tags Matrix, Inverse, Parameter

Screenshot (Stand 30.09.2024)

Gegeben sei die (3×3) -Matrix A mit

$$A = \begin{pmatrix} t-4 & -2 & 4t-18 \\ 0 & t & 0 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

und dem Parameter $t \in \mathbb{R}$.

Bestimmen Sie die Menge M aller $t \in \mathbb{R}$, sodass A nicht invertierbar ist. Geben Sie dazu die Lösung über $\{r, \dots\}$ ein, wobei r eine reelle Zahl darstellt. Lösungen für t sollen durch ein Komma getrennt werden. Verwenden Sie gegebenenfalls echte Brüche anstelle von Dezimalbrüche.

Es ist $M =$.

Autor [Tim Inoue](#) (Uni-DUE)

Idee Tim Inoue

Lizenz [CC BY-SA 4.0](#)

Thema Eine (3×3) -Matrix A wird mit einem Parameter $t \in \mathbb{R}$ versehen. In dieser Aufgabe soll die Menge aller $t \in \mathbb{R}$ berechnet, für die die Matrix A invertierbar wird.

Vorkenntnisse Determinante einer Matrix, Gauß-Algorithmus, Invertierbarkeit von Matrizen

Randomisierung Matrix ist in Teilen randomisiert.

Anpassung Die Parameter können angepasst und an anderen Stellen in der Matrix gesetzt werden.

Sonderoption Feedback unterdrücken: ja

2.2.2.5 Bildtransformation

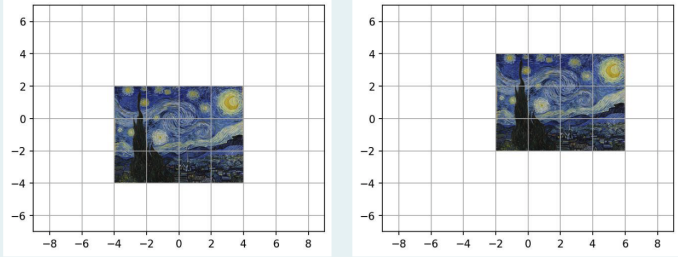
Tags

Matrizen

Screenshot

(Stand 23.03.2024)

Die folgenden Abbildungen zeigen das Bild "Sternennacht" von Vincent van Gogh jeweils als Teilmenge des $\mathbb{R}^2$ (oder eines zweidimensionalen Koordinatensystems). Die linke Abbildung zeigt das Bild und die rechte Abbildung zeigt das Bild unter einer linearen Transformation mit Transformationsmatrix A / nach Anwendung einer Transformationsmatrix A .



Bestimmen Sie A .

Es ist A :

Autor

Hakim Günther (WH)

Idee

Hakim Günther

Lizenz

CC BY-SA 4.0

Thema

Gegeben sind zwei Bilder in einem Koordinatensystem. Links ist das Bild in Ausgangslage und rechts eine Translation des Bildes. Hierzu soll die Translationsmatrix angegeben werden.

Vorkenntnisse

Matrizen, Translation

Randomisierung

kein

Anpassung

keine

Sonderoption

Feedback unterdrücken: nein

2.2.3 Eigenwerte und Eigenvektoren

2.2.3.1 Charakteristisches Polynom 2x2

Tags	Eigenwerte, Eigenvektoren, Determinante
Screenshot	(Stand 30.09.2024) Gegeben ist die (2×2)-Matrix M mit $M = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$ Bestimmen Sie das charakteristische Polynom $P(x)$ der Matrix M. Es ist $P(x) =$.
Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	Gegeben ist eine 2x2-Matrix. Für diese Matrix soll das charakteristische Polynom bestimmt werden.
Vorkenntnisse	Bestimmung der Determinante.
Randomisierung	Der Wertebereich der, einzelnen Elemente der Matrix, werden randomisiert.
Anpassung	Der Wertebereich der Randomisierung kann variiert werden.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

2.2.3.2 Eigenwerte 2x2

Tags	Eigenwerte, Eigenvektoren, Determinante, Nullstellen
Screenshot	(Stand 30.09.2024) Gegeben ist die 2×2-Matrix M mit $M = \begin{pmatrix} 18 & 0 \\ -54 & 36 \end{pmatrix}.$ Berechnen Sie die Eigenwerte λ_1, λ_2 von M und geben Sie diese als Menge $E = \{\lambda_1, \lambda_2\}$ an, z.B. $\{2,3\}$. Es ist $E = \{ \}$
Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	Gegeben ist eine 2×2 -Matrix. Für diese Matrix sollen die Eigenwerte bestimmt werden.
Vorkenntnisse	Bestimmung der Determinante.
Randomisierung	Eine 2×2 -Matrix wird initialisiert und mit einem zufälligen Faktor skaliert.
Anpassung	Möglicher Wertebereich des Skalierungsfaktor kann variiert werden.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

2.2.3.3 Eigenvektoren 2x2

Tags	Eigenwerte, Eigenvektoren, Determinante, Nullstellen
Screenshot	(Stand 30.09.2024) Gegeben ist die (2×2)-Matrix M mit $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}.$ Bestimmen Sie zwei linear unabhängige Eigenvektoren v_1 und v_2 von M und geben Sie diese als Menge $N = \{v_1, v_2\}$ an, z.B. $\{[2,3],[1,1]\}$. Es ist $N = \{ \}$.
Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	Gegeben ist eine 2×2 -Matrix. Für diese Matrix sollen die Eigenvektoren bestimmt werden.
Vorkenntnisse	Bestimmung der Determinante.
Randomisierung	Eine 2×2 -Matrix wird initialisiert und mit einem zufälligen Faktor skaliert.
Anpassung	Möglicher Wertebereich des Skalierungsfaktor kann variiert werden.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

2.2.3.4 Charakteristisches Polynom / Eigenwerte / Eigenvektoren 2x2

Tags	Eigenwerte, Eigenvektoren, Determinante, Nullstellen
Screenshot	(Stand 30.09.2024) Gegeben ist die (2×2)-Matrix M mit $M = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$ Berechnen Sie die Eigenwerte λ_1, λ_2 von M und geben Sie diese als Menge $E = \{\lambda_1, \lambda_2\}$ an, z.B. $\{2,3\}$. Es ist $E = \{ \}$.
Autor	Hakim Günther (WH)
Idee	Hakim Günther
Lizenz	CC BY-SA 4.0
Thema	Gegeben ist eine 2×2 -Matrix. Für diese Matrix soll das charakteristische Polynom, die Eigenwerte und die Eigenvektoren bestimmt werden.
Vorkenntnisse	Bestimmung der Determinante.
Randomisierung	Der Wertebereich der, einzelnen Elemente der Matrix, werden randomisiert.
Anpassung	Der Wertebereich der Randomisierung kann variiert werden.
Sonderoption	Feedback unterdrücken: nein

2.2.3.5 charakteristisches Polynom / Eigenwerte / Eigenvektoren 3x3

Tags

Eigenwerte, Eigenvektoren, Determinante, Nullstellen

Screenshot

(Stand 30.09.2024)

Gegeben ist die (3×3) -Matrix M mit

$$M = \begin{pmatrix} 12 & 12 & 11 \\ 1 & 1 & 1 \\ -16 & -18 & -15 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom $P(x)$ von M .Es ist $P(x) =$.(b) Berechnen Sie die Eigenwerte $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ von M und geben Sie diese als Menge $E = \{\lambda_1, \lambda_2\}$ an, z.B. $\{1,1,2\}$.Es ist $E = \{ \}$.(c) Berechnen Sie die Eigenvektoren v_1 und v_2 zu den Eigenwerten λ_1, λ_2 und geben Sie diese als Menge $N = \{v_1, v_2\}$ an, z.B. $\{[2,3],[2,3],[1,1]\}$.Es ist $N = \{ \}$.

Autor

Hakim Günther (WH)

Idee

Hakim Günther

Lizenz

CC BY-SA 4.0

Thema

Gegeben ist eine 3×3 -Matrix. Für diese Matrix soll das charakteristische Polynom, die Eigenwerte und die Eigenvektoren bestimmt werden.

Vorkenntnisse

Bestimmung der Determinante.

Randomisierung

Aus einer Liste von vorinitialisierten Matrizen wird eine ausgewählt. Diese wird dann mit einem Skalierungsfaktor multipliziert

Anpassung

Möglicher Wertebereich des Skalierungsfaktor kann variiert werden.

Sonderoption

Feedback unterdrücken: nein