# Übersicht

# 6. Quantendrähte

## 6.1 Nachweis des 1D-Charakters

### Elektrischer Transport ohne Stöße (Ballistik)

3D

$$J = -e \cdot n \cdot v \qquad E = \hbar\omega \qquad v = \partial\omega/\partial k$$

$$n = 2 \int_{bes.Zustände} \frac{dk}{(2\pi)^3} \qquad v = \frac{1}{\hbar}\mathrm{grad}_k E(k)$$

$$J = -2e \int_{bes.Zustände} \frac{dk}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{\hbar}\mathrm{grad}_k E(k)$$

1D

$$J = -2e \int_{bes.Zustände} \frac{dk}{2\pi} \cdot \frac{1}{\hbar}\frac{\partial E(k)}{\partial k}$$

# 6. Quantendrähte
## 6.1 Nachweis des 1D-Charakters

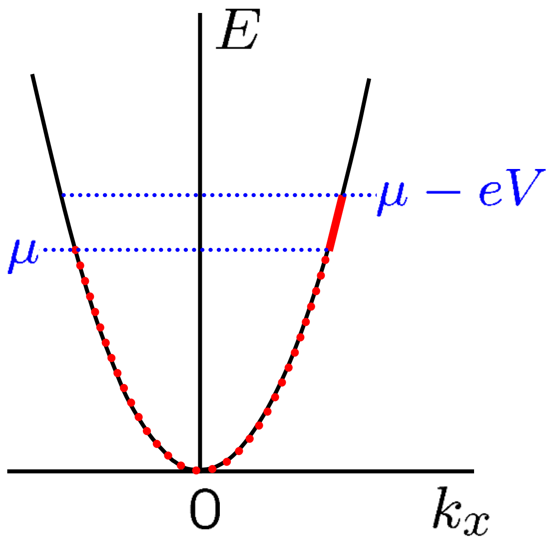
### Elektrischer Transport ohne Stöße (Ballistik)

In hochbeweglichen Quantendrähten mit glatten Wänden und einer Länge kleiner als die elastische freie Weglänge findet elektronische Wellenleitung statt: Der Impuls in x-Bewegungsrichtung bleibt erhalten und die Bewegung quer zum Draht ist quantisiert. Bei $T = 0$ ist der Beitrag der Mode $l$ zum Transport:

$$J_\mathrm{D} = -en_l v = -e \int_{(k)} \underbrace{2}_{\text{Spin}} \cdot \frac{dk}{2\pi} \cdot \frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dk}$$

$$= -\frac{2e}{h} \int_{\mu}^{\mu - eV_\mathrm{D}} dE = \frac{2e}{h} \cdot eV_\mathrm{D}$$

$$g_\mathrm{D} = \frac{2e^2}{h}$$




T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte

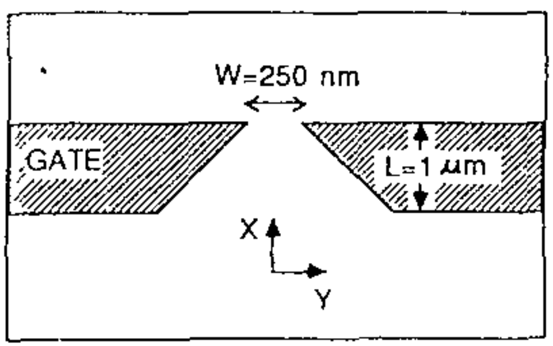
## 6.1 Nachweis des 1D-Charakters

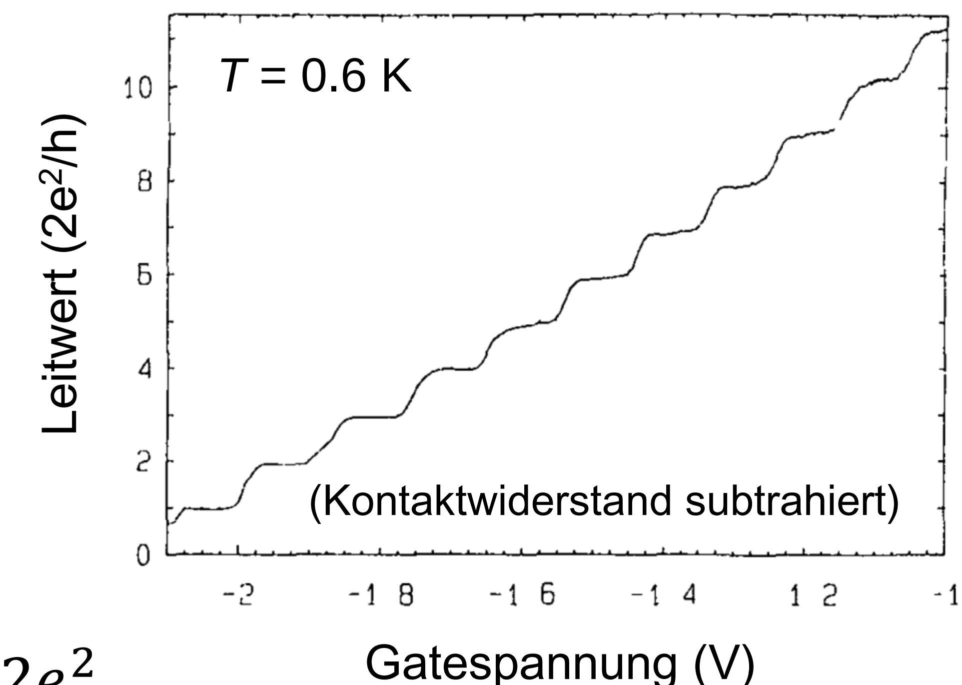
### Elektrischer Transport ohne Stöße (Ballistik)

**Ballistischer Transport im Quantendraht** ist realisierbar durch extrem kurzen 1D-Leiter:

GaAs/AlGaAs

**Quantenpunktkontakt**




**Quantisierter Leitwert: Stufen** $\dfrac{2e^2}{h}$

B. J. Van Wees *et al.*, Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988)

# 6. Quantendrähte

## 6.2 Subbandstruktur

### Einschränkungspotential

Im 1D-Elektronensystem gibt es nur einen Freiheitsgrad der Bewegung:

$$\psi_k(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{L_x}} \exp^{jkx} \cdot \phi_\alpha(y, z)$$

wobei $\phi_\alpha(y, z)$ eine Lösung der 2D-Schrödinger-Gleichung ist:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_y} \frac{d^2}{dy^2} - \frac{\hbar^2}{2m_z} \frac{d^2}{dz^2} + U(y) + V(z) \right] \phi_\alpha = E_\alpha \phi_\alpha$$

Nur in Spezialfällen gelingt die Separation der Einschränkungspotentiale und Eigenfunktionen. Dann sind die Eigenwerte durch zwei Quantenzahlen ($m, n$ ) darstellbar.

T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte

## 6.2 Subbandstruktur

### Einschränkungspotential

In **lateral strukturierten Quantenfilmen** ist die Separation eine gute Näherung, weil meistens gilt:

**Strukturbreite >> Quantenfilmdicke**

Näherung der Einschränkung durch harmonisches Potential:

$$V(y) = \frac{m_y \omega_0^2}{2} y^2$$

$$E = E_n + \hbar\omega_0 \left(l + \frac{1}{2}\right) + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x} \qquad l = 0, 1, 2, \ldots$$

$z$-Quantisierung

T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte

## 6.2 Subbandstruktur

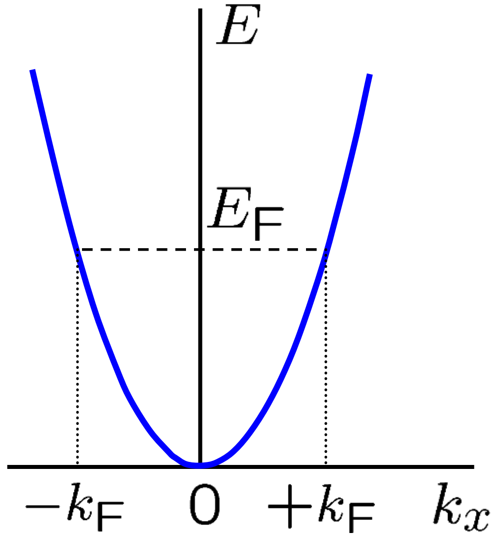
### Einschränkungspotential

Der $\mathbf{k}$-Raum schrumpft auf Zustände längs der $k_x$-Linie:

Dichte der verfügbaren Zustände im $l$-ten Subband, $|k| \leq k_\mathrm{F}$

$$dN_n = 2\frac{dk_x}{2\pi}$$

$$N_n = \frac{1}{\pi}\int_{-k_\mathrm{F}}^{+k_\mathrm{F}} dk = \frac{2}{\pi\hbar}\sqrt{2m_x}\sqrt{E_\mathrm{F} - E_n}$$




T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte

## 6.2 Subbandstruktur

### Einschränkungspotential

**Zustandsdichte** in jedem Subband: $$D_n = \frac{dN}{dE} = \frac{\sqrt{2m_x}}{\pi\hbar}\frac{1}{\sqrt{E_\mathrm{F} - E_n}}$$

Die Singularität an der Unterkante ist real stoßverbreitert, $\Delta E \approx \frac{\hbar}{\tau}$
die Fläche bleibt erhalten.

Allgemeine Darstellung von Zustandsdichte und Elektronendichte mit der Heavyside-Funktion $\Theta(E)$:

$$D_\mathrm{1D} = \frac{\sqrt{2m_x}}{\pi\hbar}\sum_\alpha (E - E_\alpha)^{-1/2} \cdot \Theta(E - E_\alpha)$$

$$N_\mathrm{1D} = 2\frac{\sqrt{2m_x}}{\pi\hbar}\sum_\alpha (E - E_\alpha)^{1/2} \cdot \Theta(E - E_\alpha)$$

T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte
## 6.2 Subbandstruktur

### Einschränkungspotential

$$\mathbf{B} = (0, 0, B)$$

Überlagerung des lateralen Einschlusspotentials mit dem magnetischen Vektorpotential führt auf ein **hybrides magneto-elektrisches Einschränkungspotential**:

für $\omega_c \gg \omega_0$ : 2D-Fall

$$E = E_n + \hbar\Omega\left(l + \frac{1}{2}\right) + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x(B)} \longrightarrow E_n + \hbar\omega_c\left(l + \frac{1}{2}\right)$$

mit: $$\Omega^2 = \omega_0^2 + \omega_c^2 \longrightarrow \omega_c^2$$

$$m_x(B) = m_x(0)\frac{\Omega^2}{\omega_0^2} = m_x(0)\left(1 + \frac{\omega_c^2}{\omega_0^2}\right) \longrightarrow \infty$$

$$\frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x(B)} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x(0)} \cdot \frac{\omega_0^2}{\omega_c^2 + \omega_0^2} \longrightarrow 0$$

T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte
## 6.2 Subbandstruktur

### Einschränkungspotential

Das Magnetfeld erzeugt einen Übergang 1D→0D bei $\omega_{\mathrm{C}} \approx \omega_0$

Landau-Kreisbahn passt in das Einschränkungspotential:

magnetisch: $$d_l = 2r_l = \left(\frac{4\hbar}{eB}(2l+1)\right)^{1/2} = \left(\frac{4\hbar}{m^*\omega_{\mathrm{C}}}(2l+1)\right)^{1/2}$$

elektrisch: $$V(y) = \frac{m^*\omega_0^2}{2}y^2, \quad E_{\mathrm{F}} = \frac{m^*\omega_0^2}{2}w_{\mathrm{F}}^2 = \hbar\omega_0\left(l+\frac{1}{2}\right)$$

$$2w_{\mathrm{F}} = w_l = \left(\frac{4\hbar}{m^*\omega_0}(2l+1)\right)^{1/2} = d_l \quad \text{für} \quad \omega_{\mathrm{C}} = \omega_0$$

$w_l$ ist der Abstand zwischen den klassischen Umkehrpunkten für ein Elektron im Quantenzustand $l$ (bei $E_{\mathrm{F}}$ ) für die transversale Mode.

T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte

## 6.2 Subbandstruktur

### Zustandsdichte

$$D(E) = \frac{\sqrt{2m^*(B)}}{\pi\hbar}\sum_l (E-E_l)^{-1/2} \qquad \frac{\Omega}{\omega_0} = \sqrt{1+\frac{\omega_c^2}{\omega_0^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi\hbar}\cdot\frac{\Omega}{\omega_0}\sum_l (E-E_l)^{-1/2} \qquad \propto \frac{\omega_c}{\omega_0} \propto B \qquad (\omega_c \gg \omega_0)$$

Der Beitrag des $(l-1)$-ten Subbands steigt bei $E_l$ schwächer an, weil $\hbar\Omega$ mit $B$ steigt und

$$D \propto 1/\sqrt{E} \qquad (\omega_c \gg \omega_0)$$

$$D_{l-1}(E_l) = \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi\hbar}\frac{\Omega}{\omega_0}\frac{1}{\sqrt{E_l - E_{l-1}}} = \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi\hbar}\frac{\Omega}{\omega_0}\frac{1}{\sqrt{\hbar\Omega}} \propto \sqrt{\Omega} \quad \propto \sqrt{B}$$

Nähert sich einer Serie von $\delta$-Funktionen an, vgl. 2D im Hochmagnetfeld.

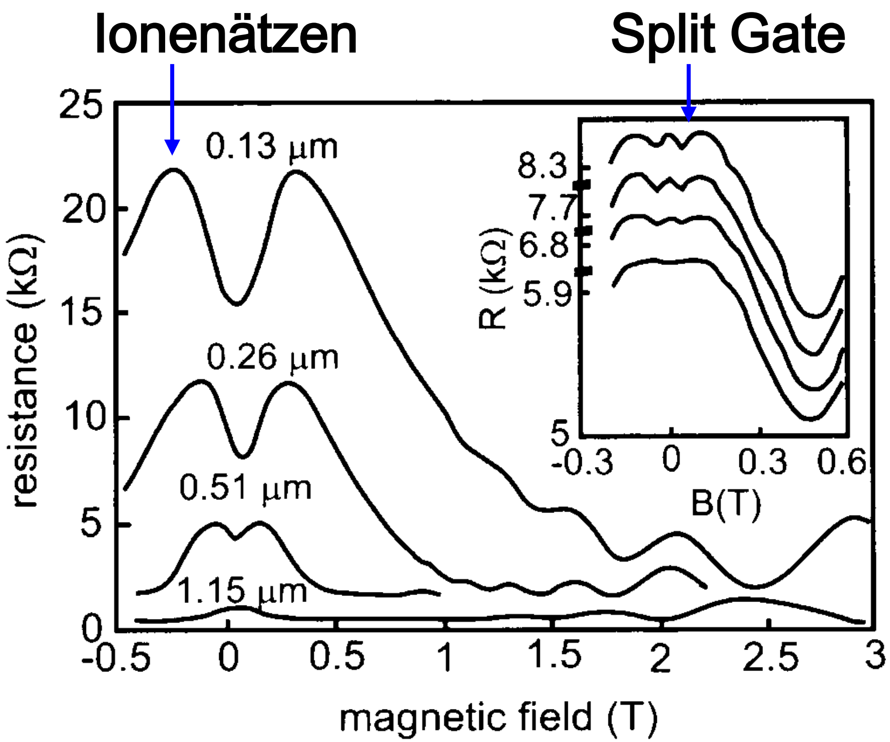
T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte

## 6.3 Magnetotransport

### Diffuser Transport $\omega_c \tau \approx 1$

In hochbeweglichen langen 1D-Systemen mit rauen Rändern werden die Elektronen bei tiefen Temperaturen nur am Rand diffus gestreut. Mit steigendem Magnetfeld wechselwirken die Trajektorien zunehmend mit dem Rand und der Widerstand steigt. Ein Maximum wird erreicht für:




$$w_{\mathrm{eff}} \frac{eB_{\mathrm{max}}}{h} \left( \frac{2\pi}{N_{\mathrm{2D}}} \right)^{1/2} \approx 0.55$$

Daraus ergibt sich die effektive Breite

$$w_{\mathrm{eff}}$$

T. J. Thornton *et al*., Phys. Rev.Lett. **63**, 2128 (1989

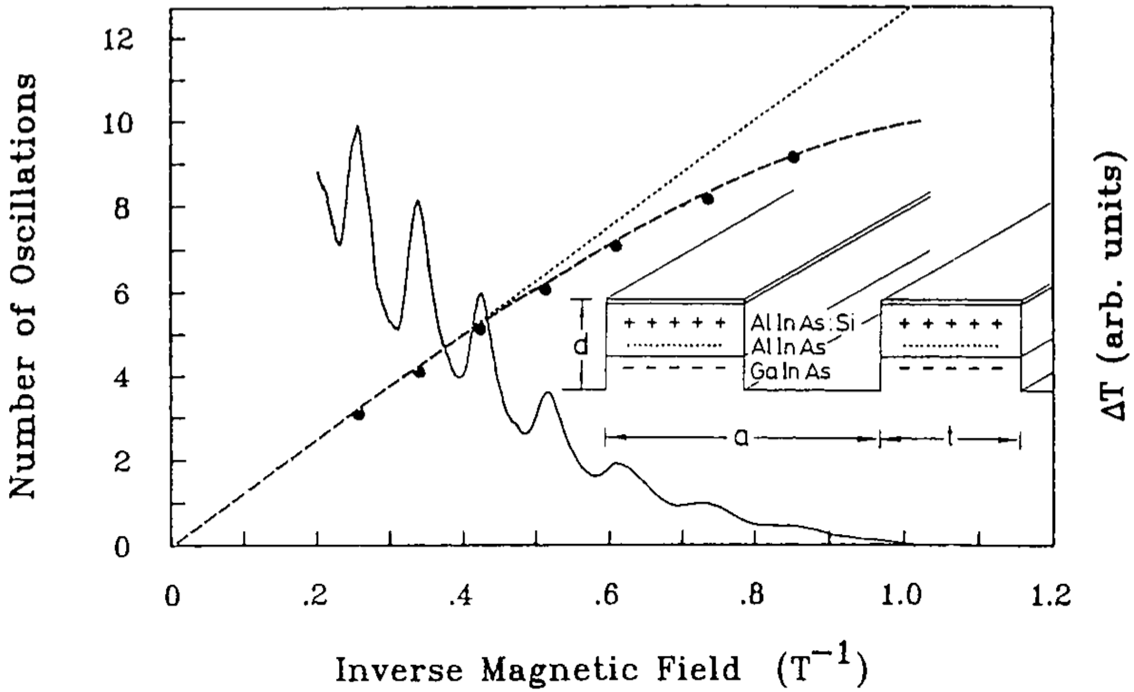
T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte

## 6.3 Magnetotransport

### Diffuser Transport $\omega_c \tau \approx 1$

Durch das laterale Einschlusspotential wird der **Schubnikov-de Haas-Effekt** modifiziert: Die 1D-Niveaus werden durch das steigende Magnetfeld entleert. Auftragung wie bei SdH als Quantenzahl ***n*** über **1/B**:




$$\hbar\omega_0 = 2.5 \text{ meV}$$

$$w_{\text{eff}} = 300 \text{ nm}$$

$$N_{1D} = 1.4 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$$

T. K. Kern *et al.*, Surf. Sci. **224**, 356 (1990)

T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte

## 6.3 Magnetotransport

### Diffuser Transport $\omega_c\tau \approx 1$

Die Analyse der SdH-Oszillationen startet mit der 1D-Dichte für ein System, in dem alle 1D-Subbänder von $l = 0$ bis $l = n$ besetzt sind:

$$N_{\mathrm{1D}} = 2\frac{\sqrt{2m_x(B)}}{\pi\hbar}\sum_{l=0}^{n}(E_{\mathrm{F}} - E_l)^{1/2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} E_{\mathrm{F}} - E_l &= \\ (n-l)&\cdot\hbar\Omega \\ &= \nu\cdot\hbar\Omega \end{aligned}}$$

Im $n$-ten Minimum von $\rho_{xx}$ ist das $n$-te Subband gerade entleert: $E_{\mathrm{F}} = E_n$

Einsetzen von $m_x(B)$ und $E_{\mathrm{F}} - E_l$ liefert: $N_{\mathrm{1D}} = \frac{2}{\pi}\frac{\sqrt{2m^*}}{\hbar}\frac{\Omega^{3/2}}{\omega_0}\sum_{\nu=1}^{n}\nu^{1/2}$

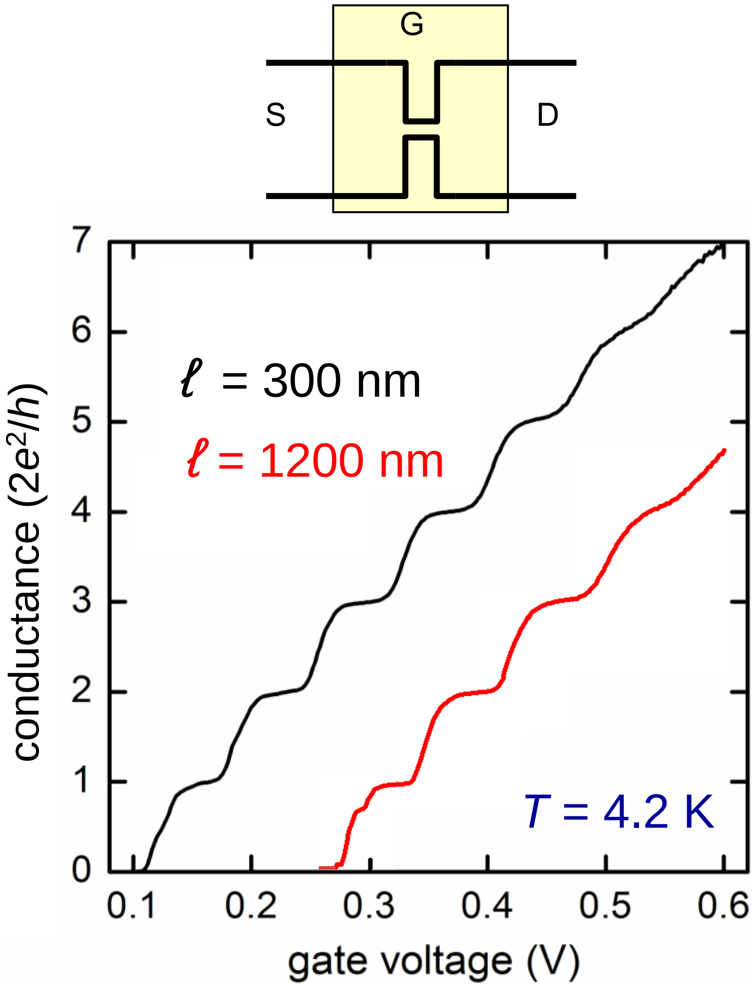
Anpassungsrechnung zu $n(B)$ liefert $\hbar\omega_0$ und $N_{\mathrm{1D}}$ bzw. $w_{\mathrm{eff}} = N_{\mathrm{1D}}/N_{\mathrm{2D}}$

K.-F. Berggren *et al.* Phys. Rev. B **37**, 10118 (1988)
T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

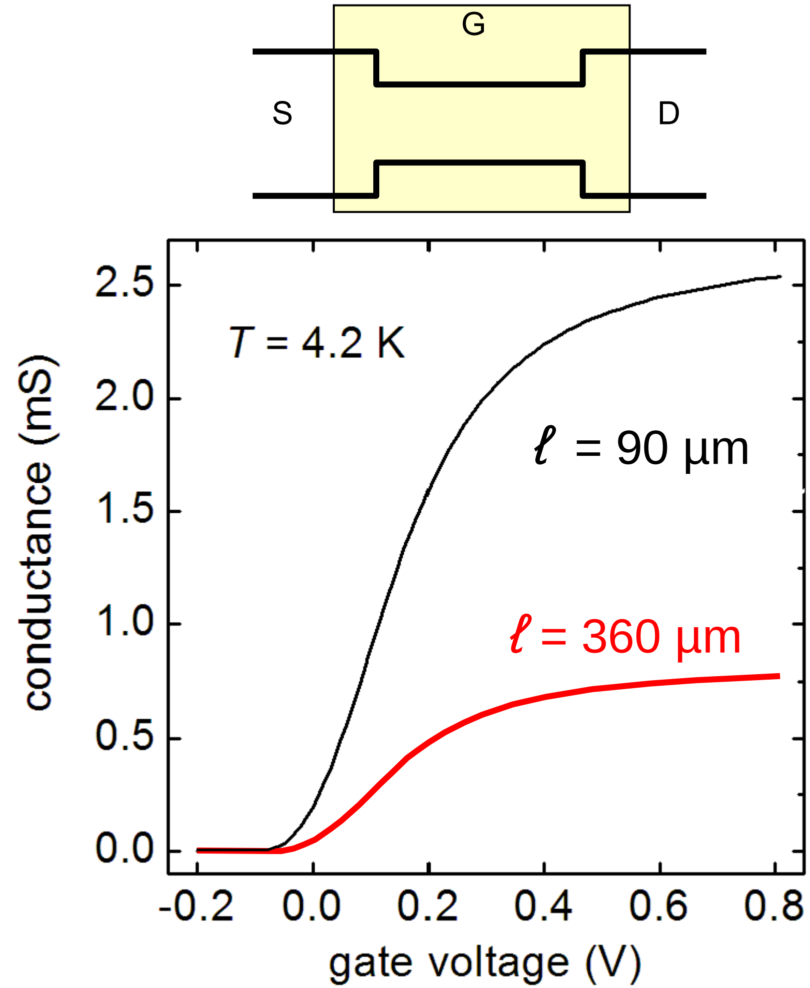
# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

**Quantendraht: *w* = 150 nm**



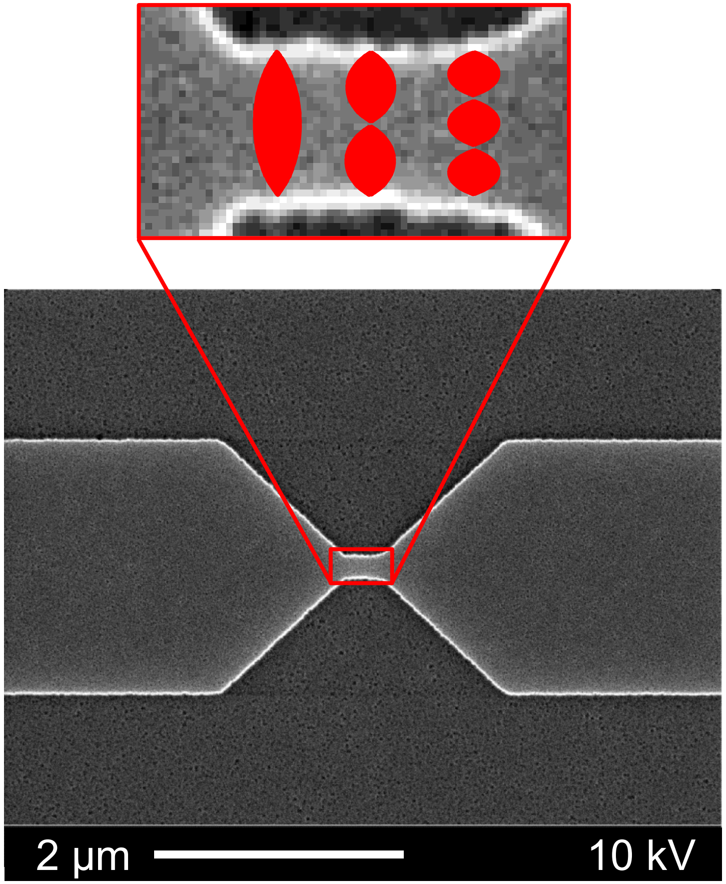

**Vgl. MODFET, *w* = 15 µm**




M. Knop *et al*. Semicond. Sci. Technol. **20**, 814 (2005)

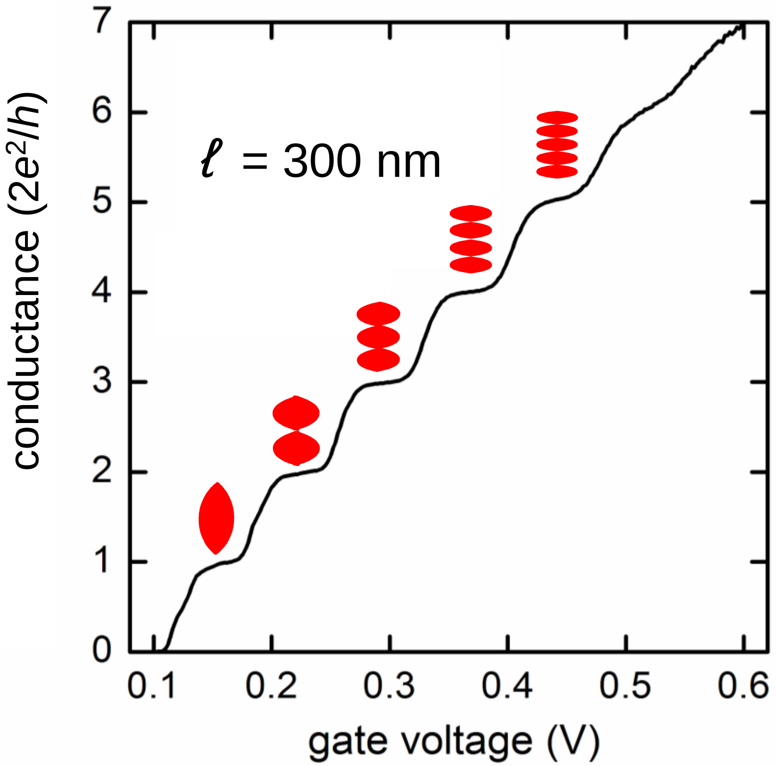
# 6. Quantendrähte
## 6.4 Quantenleitwert

… ist beobachtbar, wenn $w \approx \lambda_e$




$\ell$ = 300 nm, $w$ = 150 nm

**Quantisierter Leitwert** $(n \cdot 2e^2/h)$
durch einzelne Transportmoden



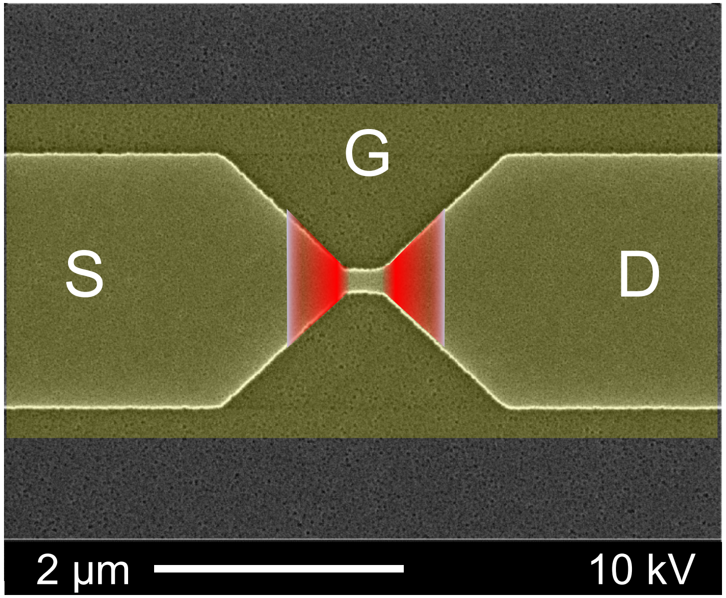

M. Knop *et al*. Semicond. Sci. Technol. **20**, 814 (2005)

# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

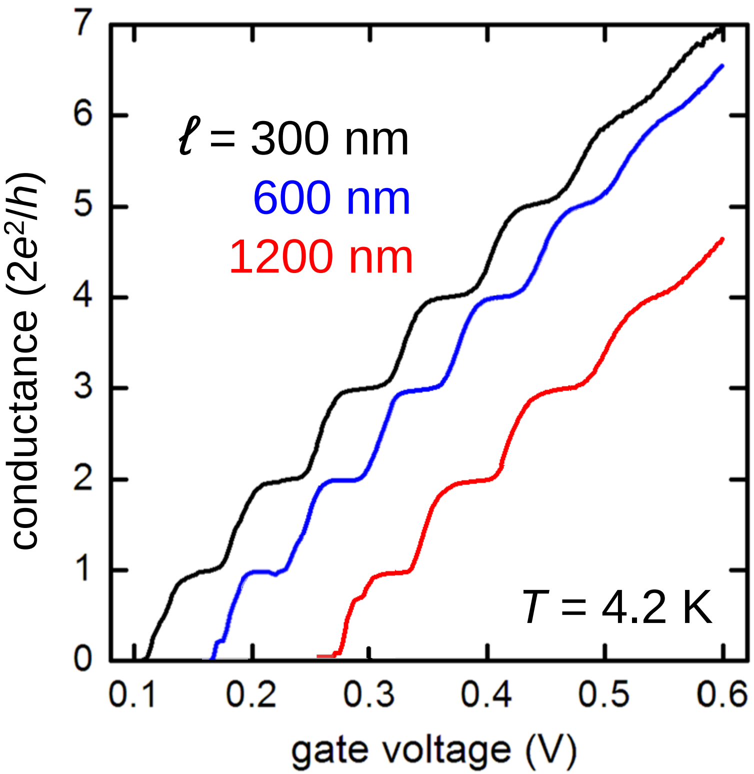
### Wo entsteht der Widerstand?

Quantenwiderstand durch Anpassung der Moden in den Streubereichen




$\ell$ = 300 nm, $w$ = 150 nm

Quantenwiderstand ist unabhängig von der Länge, im "Wellenleiter" gilt $\boldsymbol{R}_{\mathbf{innen}}$= **0**



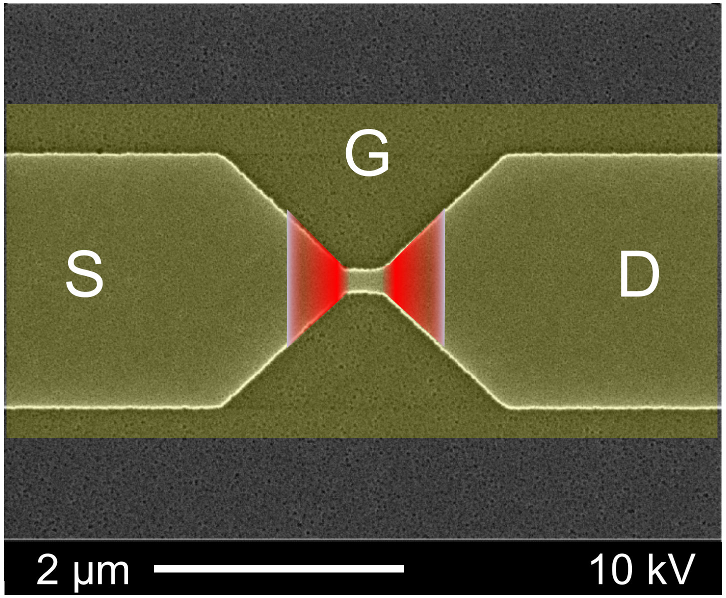

M. Knop *et al*. Semicond. Sci. Technol. **20**, 814 (2005)

# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

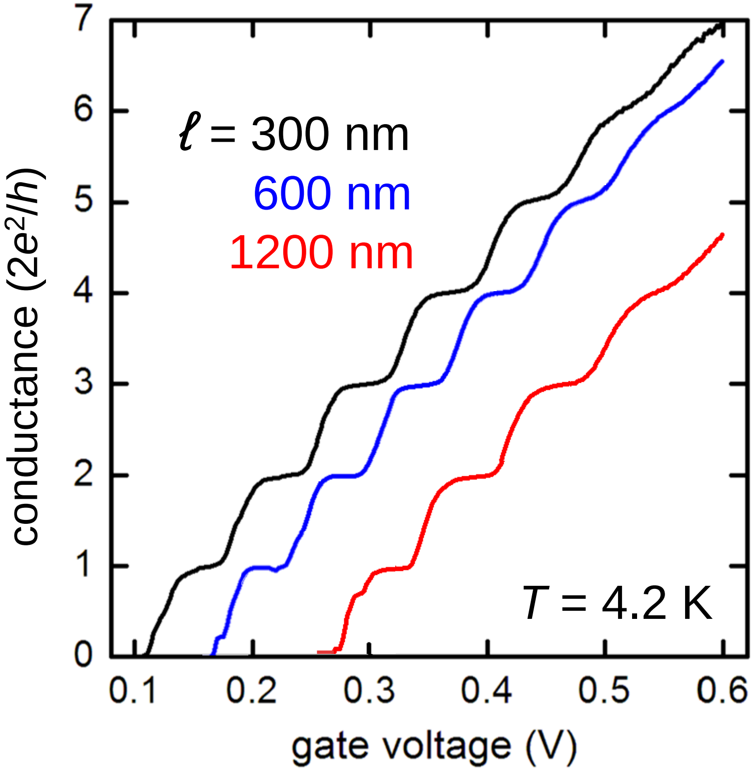
### Wo entsteht der Widerstand?

$$\left[\frac{2e^2}{h}\right] = \frac{e^2}{e\mathrm{Vs}} = \frac{e}{\mathrm{Vs}} = \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vs}} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V}}$$




$\ell$ = 300 nm, $w$ = 150 nm

Quantenwiderstand ist unabhängig von der Länge, im "Wellenleiter" gilt $\boldsymbol{R}_{\mathbf{innen}}$ **= 0**



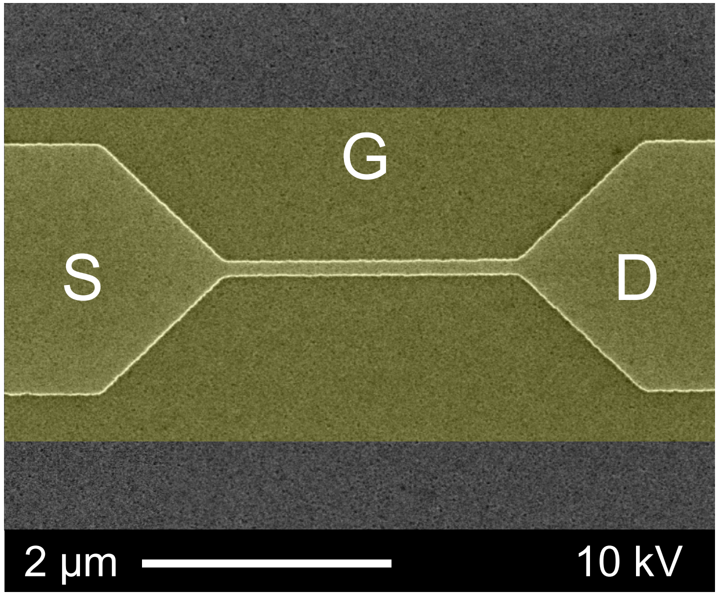

M. Knop *et al*. Semicond. Sci. Technol. **20**, 814 (2005)

# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

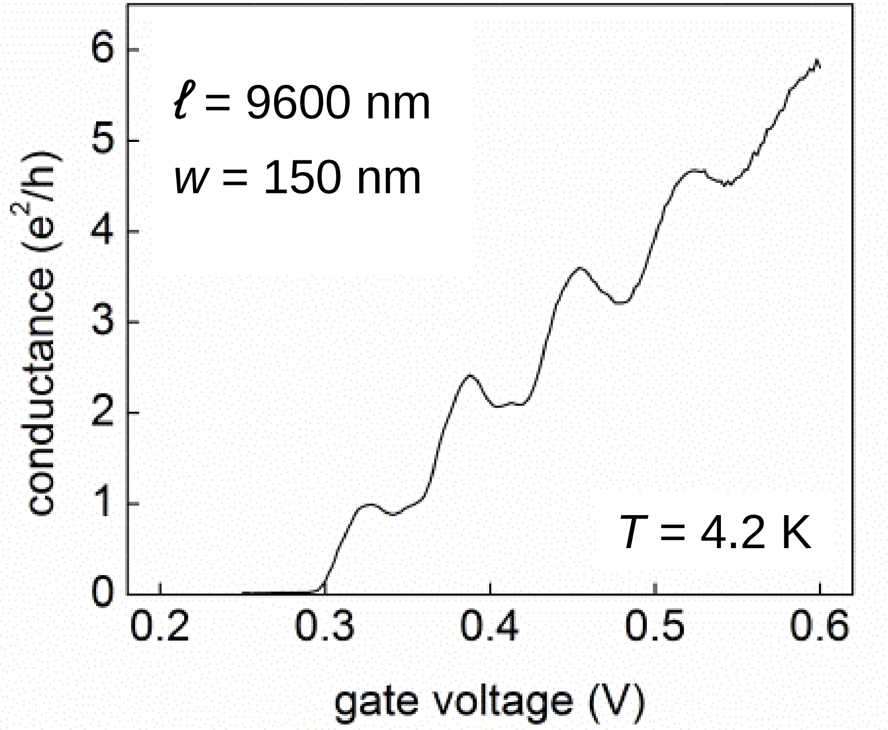
**Beobachtbar, wenn:**
$$\begin{cases} \ell \ll \ell_e & \text{(Wellenleiter)} \\ k_B T \ll \Delta E_{n,n+1} & \text{(tiefe Temperatur)} \end{cases}$$

langer Quantendraht




$\ell$ = 2400 nm, $w$ = 100 nm

Widerstand oszilliert, wenn $\ell \approx \ell_e$

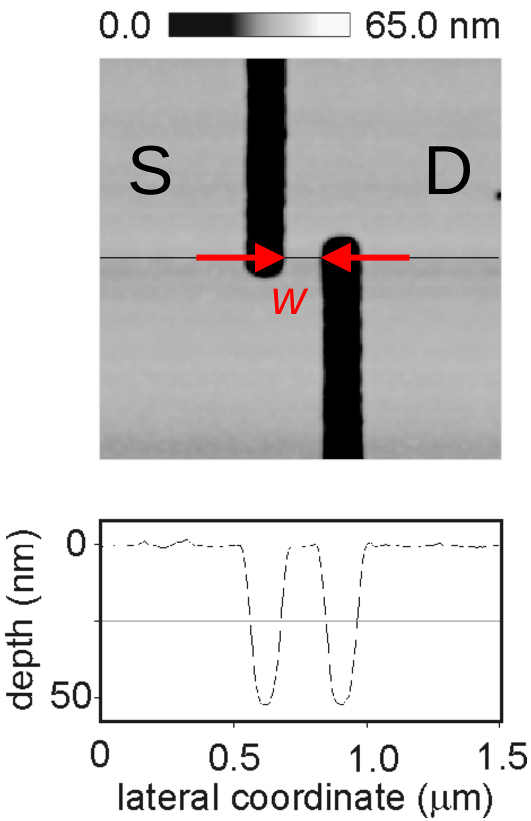


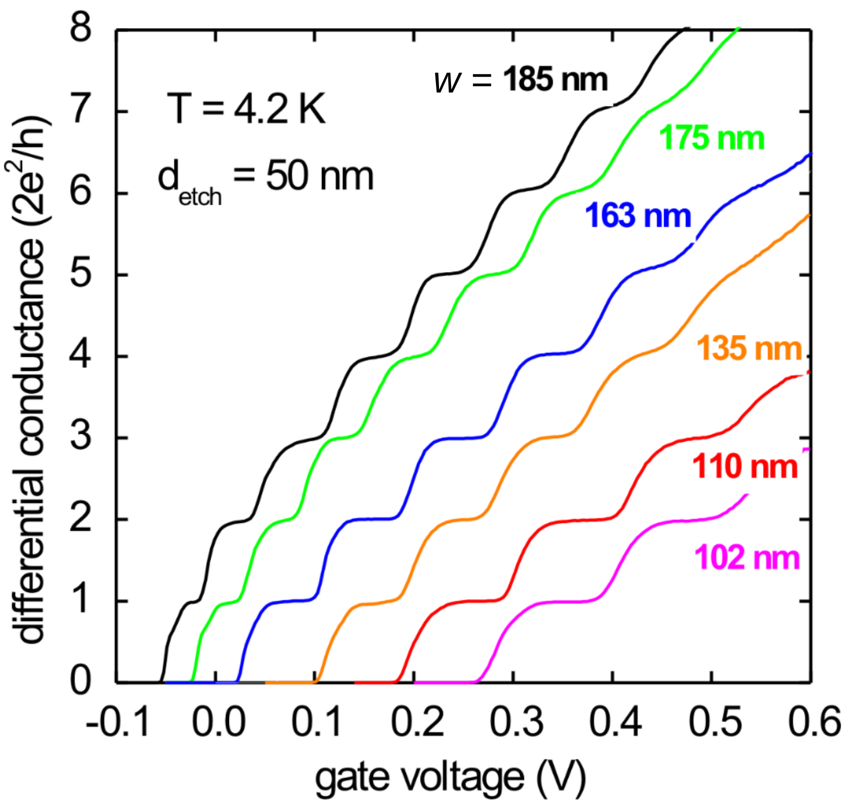

M. Knop *et al*. Semicond. Sci. Technol. **20**, 814 (2005)

# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

### Quantenpunktkontakt




G. Apetrii *et al.*, Semicond. Sci. Technol. **17**, 735-739 (2002)

# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

### Quantenleitwert

Der Quantenwert des Leitwerts durch einen elektronischen Wellenleiter gilt nur näherungsweise: An den Kontaktstellen zwischen 2D-Reservoir und 1D-Kanal findet eine **quantenmechanische Reflexion** statt, die um so stärker ist, je abrupter der Übergang in die Einschränkung erfolgt. Weitere Einflüsse sind **Tunneleffekt**, die **Kopplung von Moden**, Streuung im 1D-System, $e - e$ -Wechselwirkung, ein äußerer Serienwiderstand $R_\mathrm{S}$ sowie thermische Verschmierung.

Allgemeiner Leitwert für eine Transmissionsamplitude $t_{m,n}$ zwischen der eintretenden Mode $m$ und der austretenden $n$:

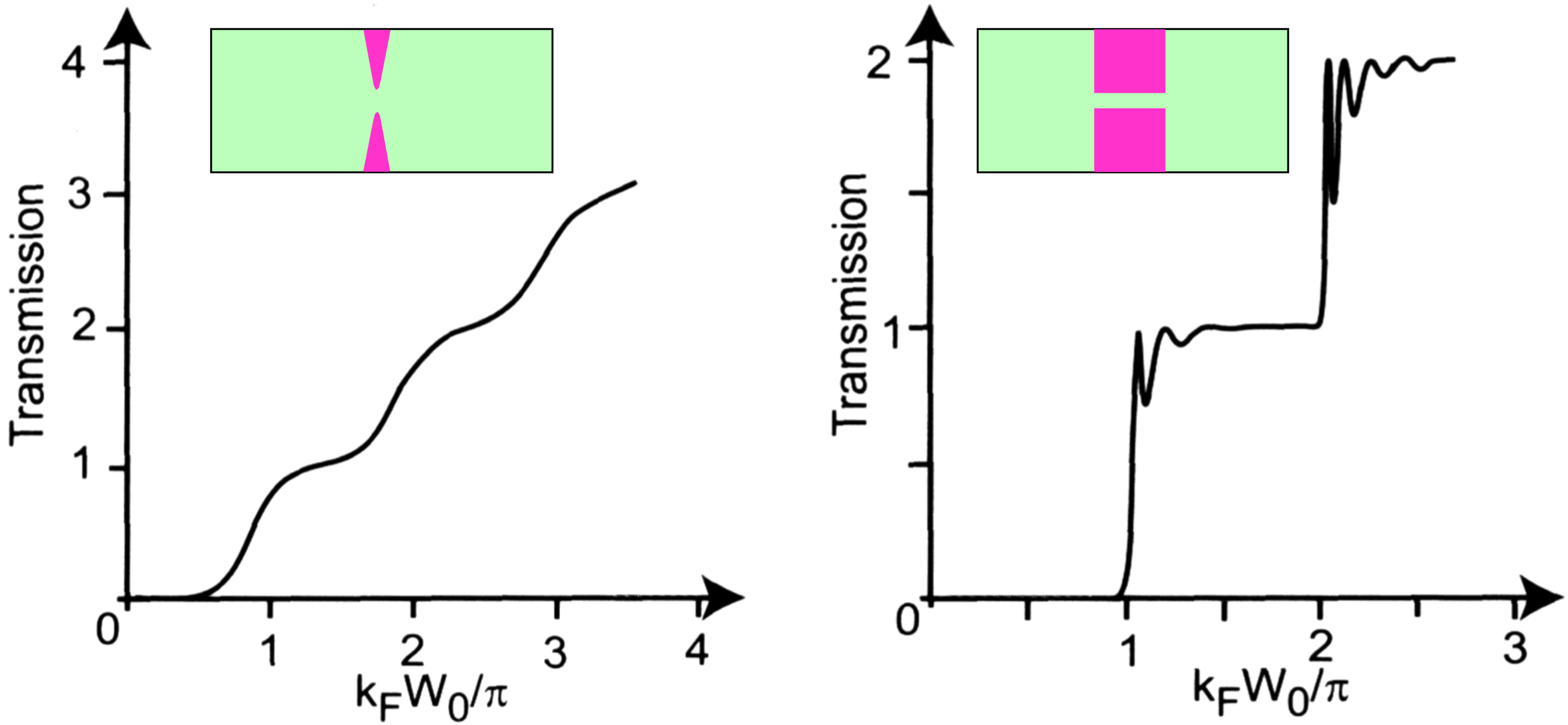
$$g_\mathrm{D} = \frac{2e^2}{h} \sum_{(m,n)} |t_{m,n}|^2 \approx N \cdot \frac{2e^2}{h}$$

M. Büttiker *et al.*, Phys. Rev. B **41**, 7906 (1990)
T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte
## 6.4 Quantenleitwert

### Quantenleitwert

Einfluss der Geometrie auf die Quantisierung: **Tunneleffekt, Längsresonanz**




M. Büttiker *et al.*, Phys. Rev. B **41**, 7906 (1990)
T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte
## 6.4 Quantenleitwert

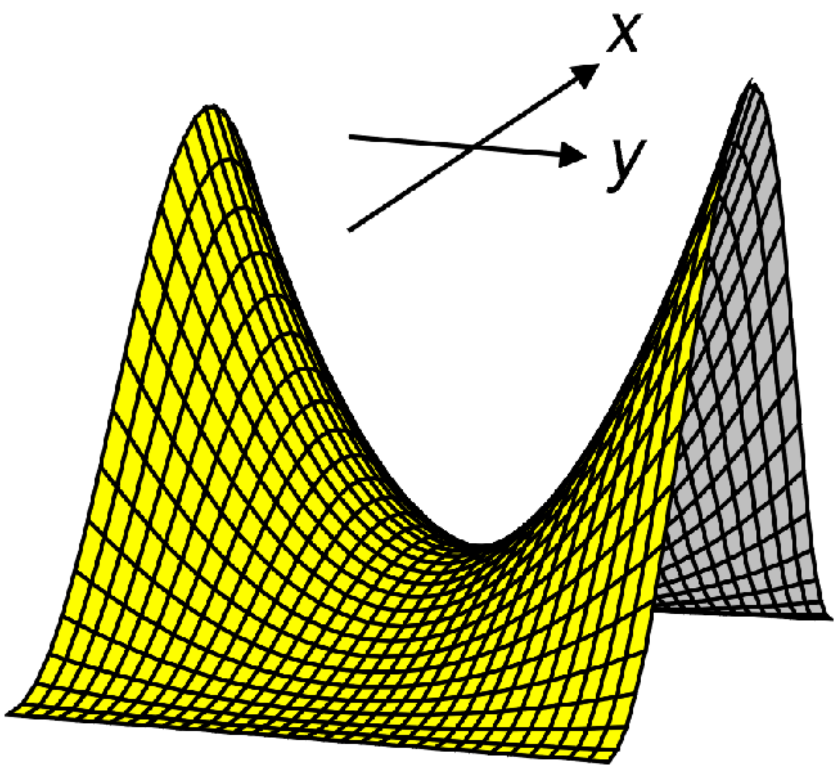
### Quantenpunktkontakt

Einfluss der Form des Sattelpotentials auf die Quantisierung

Beschreibung der Sattelform durch:

$$V(x,y) =$$

$$V_0 + \frac{1}{2} m^* \left( \omega_y^2 y^2 - \omega_x^2 x^2 \right)$$




M. Büttiker *et al.*, Phys. Rev. B **41**, 7906 (1990)
T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

### Quantenpunktkontakt

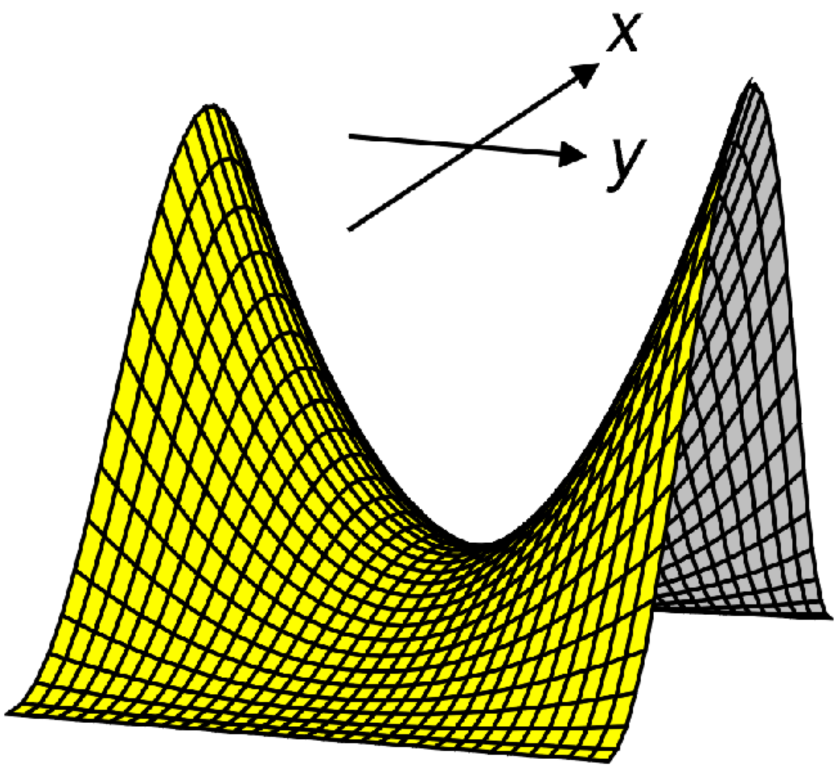
Einfluss der Form des Sattelpotentials auf die Quantisierung:

Ausgeprägte Plateaus
werden erwartet für :

$$\omega_y \gg \omega_x$$

Tunneleffekt dominiert für

$$\omega_y < \omega_x$$




M. Büttiker *et al.*, Phys. Rev. B **41**, 7906 (1990)
T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

### Quantenpunktkontakt

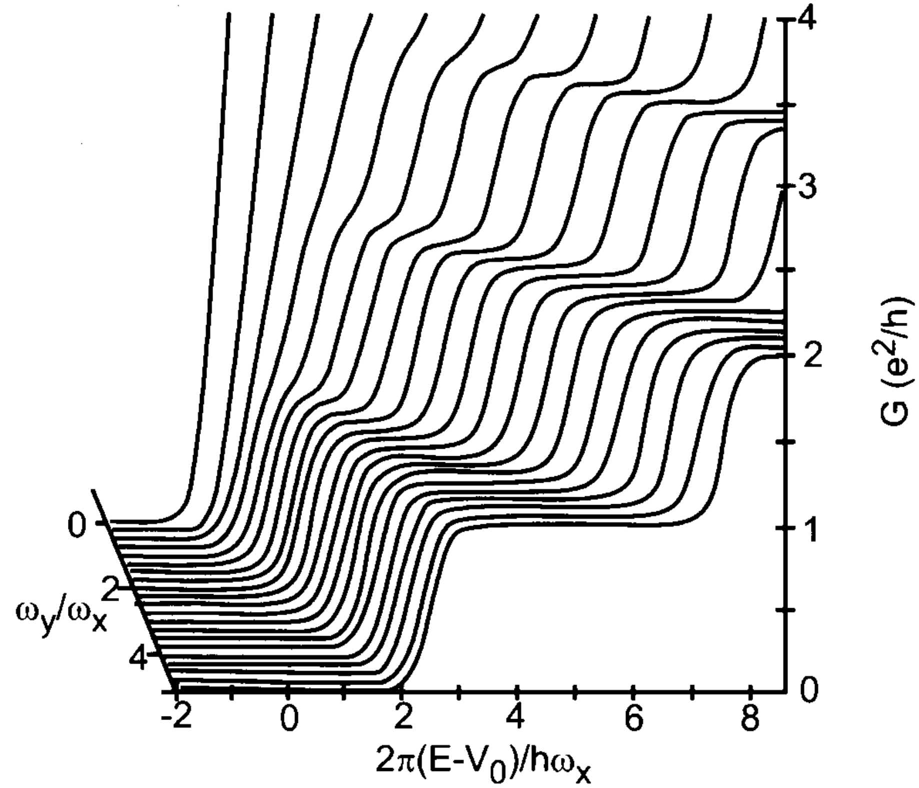
Einfluss der Form des Sattelpotentials auf die Quantisierung:

Ausgeprägte Plateaus werden erwartet für :

$$\omega_y \gg \omega_x$$

Tunneleffekt dominiert für

$$\omega_y < \omega_x$$

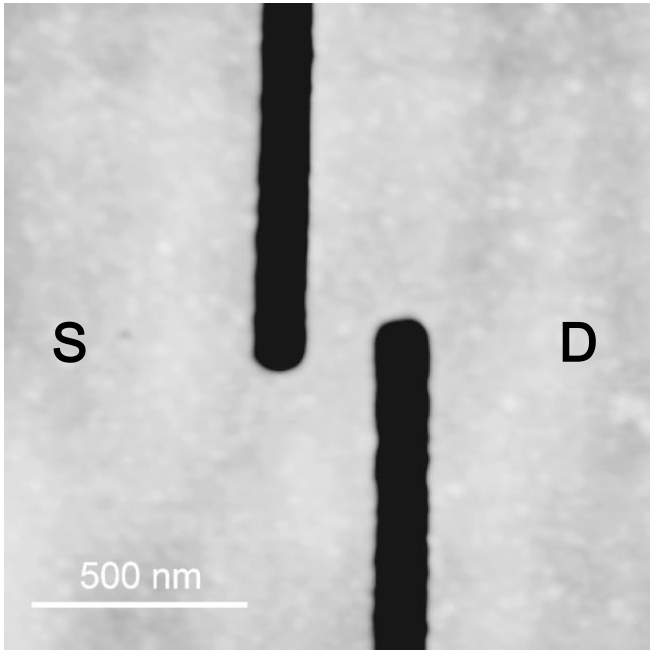



M. Büttiker *et al.*, Phys. Rev. B **41**, 7906 (1990)
T. Heinzel: Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

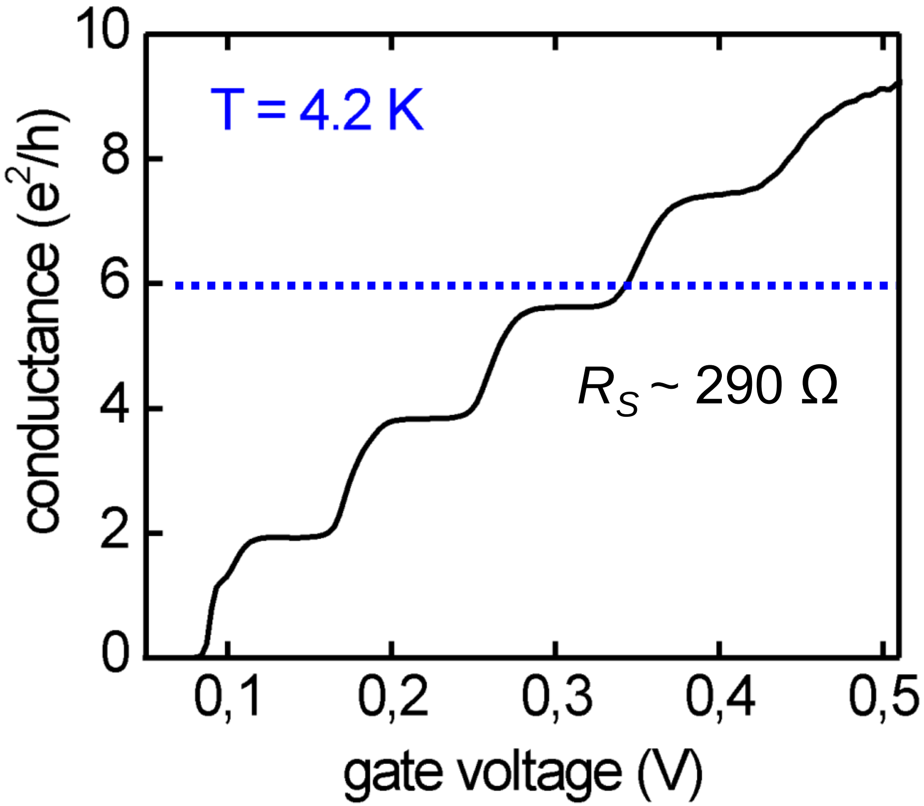
# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

### Quantenpunktkontakt




Serienwiderstand

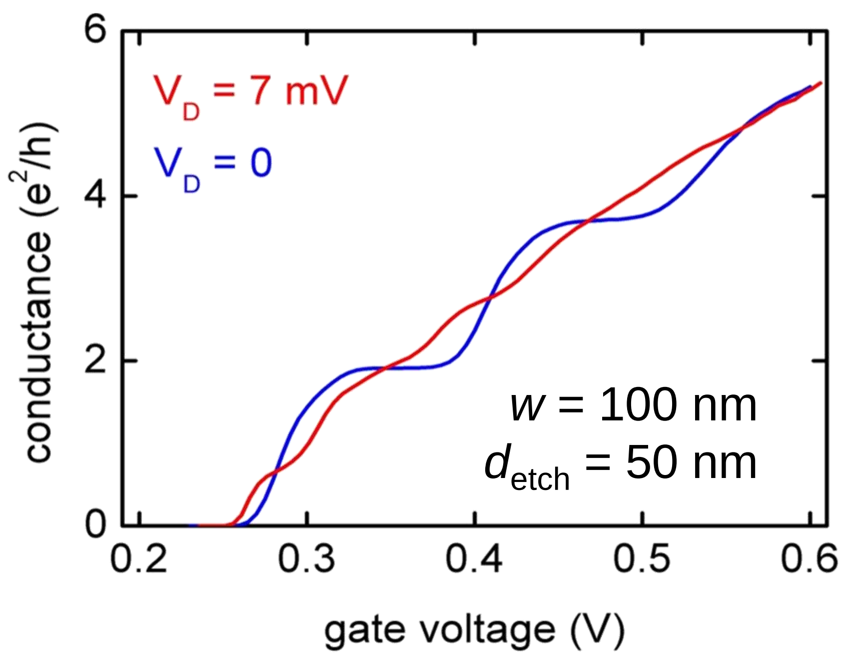


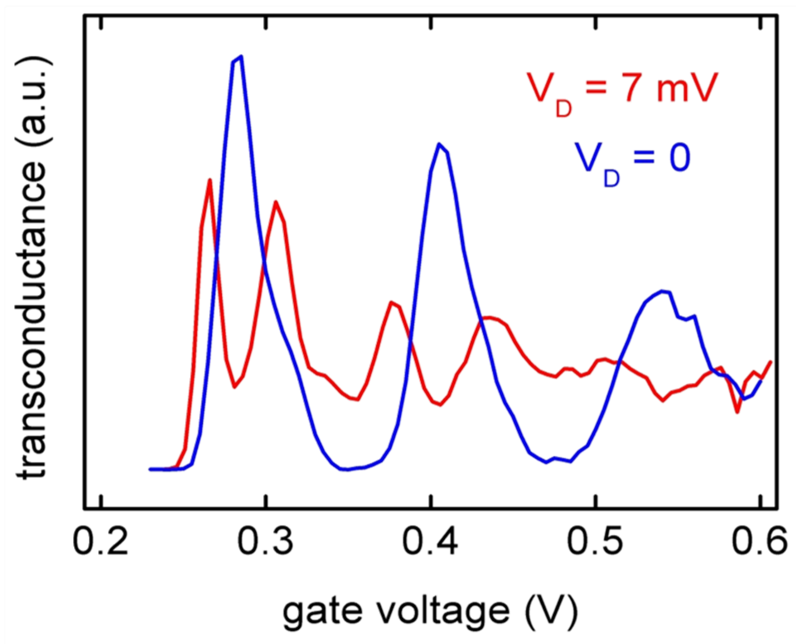

G. Apetrii *et al.*, Semicond. Sci. Technol. **17**, 735-739 (2002)

# 6. Quantendrähte
## 6.4 Quantenleitwert

### Quantenpunktkontakt

Differentieller Leitwert $g_\mathrm{D} = dI_\mathrm{D}/dV_\mathrm{D}$ und Steilheit $g_\mathrm{m} = dg_\mathrm{D}/dV_\mathrm{G}$
unter endlicher Gleichvorspannung: Entwicklung von Halbplateaus




G. Apetrii *et al.*, Semicond. Sci. Technol. **17**, 735-739 (2002)
N. K. Patel *et al.* Phys. Rev. B **44**, 13549 (1991)

# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

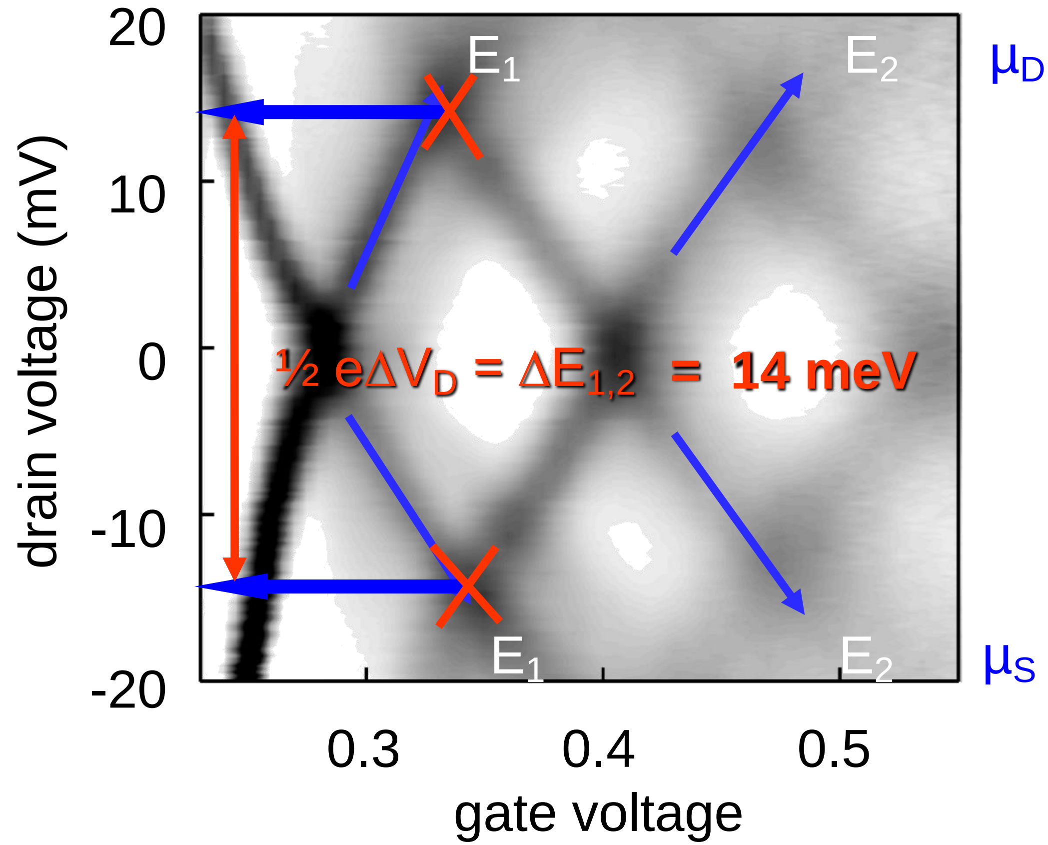
### Quantenpunktkontakt

Niveau-Koinzidenz mit:

Auftragung von $g_\mathrm{m}$ als Graustufen über $V_\mathrm{D}$ und $V_\mathrm{G}$, Bestimmung der Subbandabstände:

$$\Delta E_{n,n+1}$$

$w$ = 100 nm
$d_\mathrm{etch}$ = 50 nm

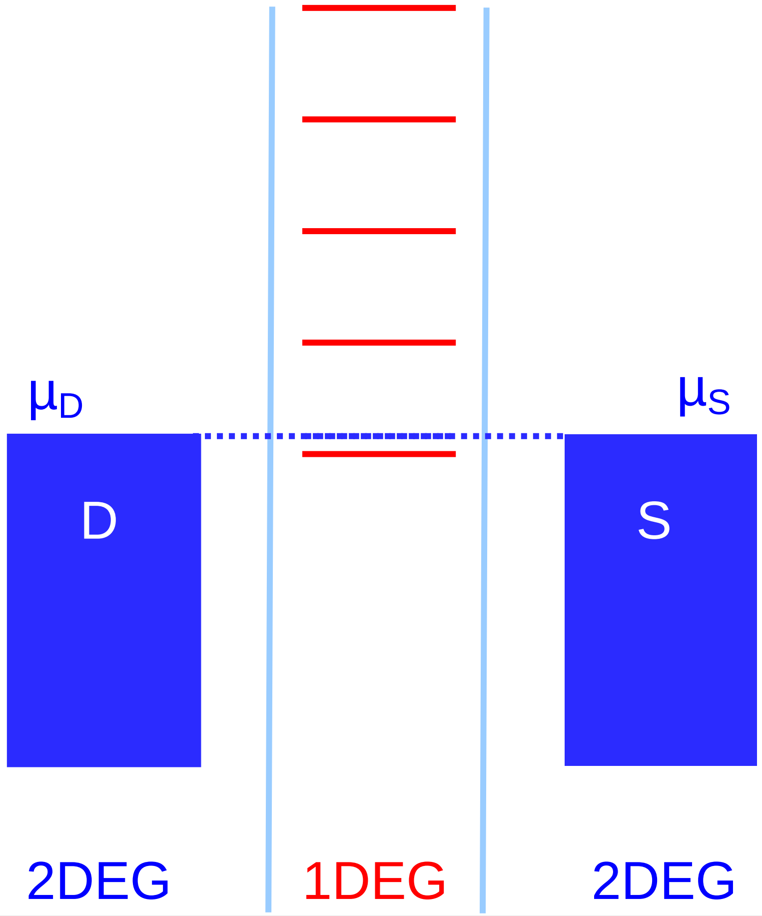



G. Apetrii *et al.*, Semicond. Sci. Technol. **17**, 735-739 (2002)
K. J. Thomas *et al.* Appl. Phys. Lett. **67**, 109 (1995)

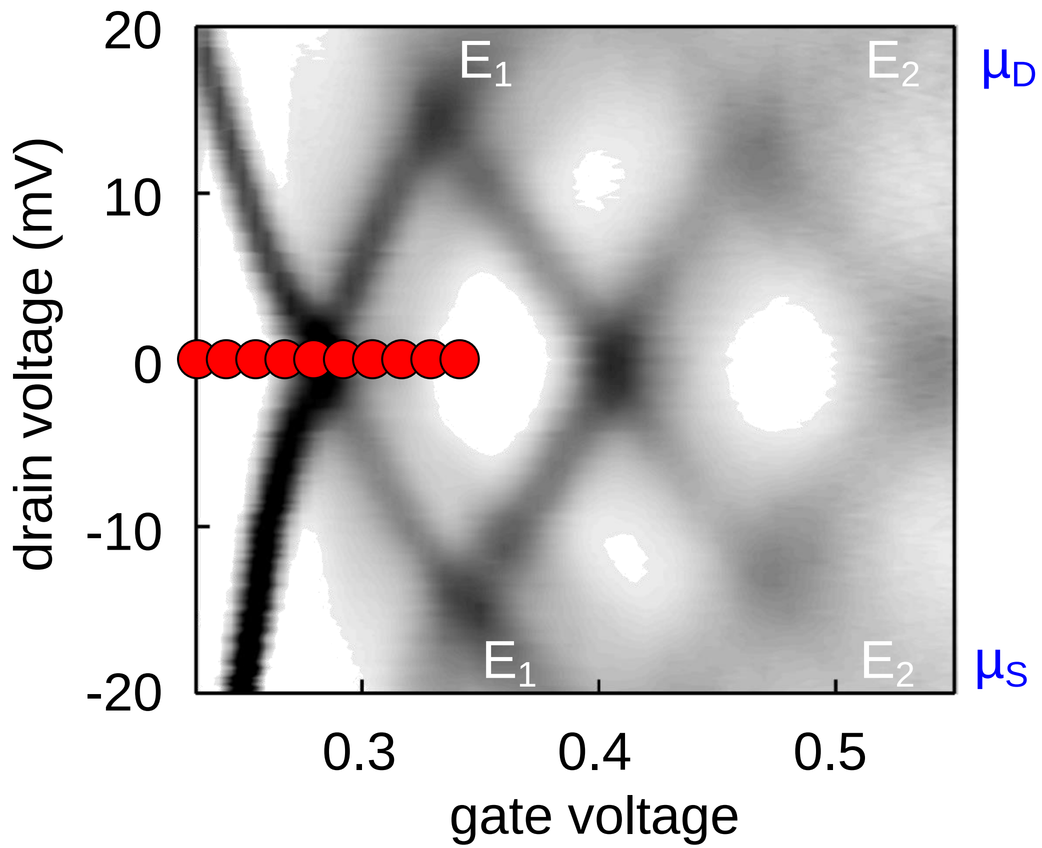
# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

### Quantenpunktkontakt



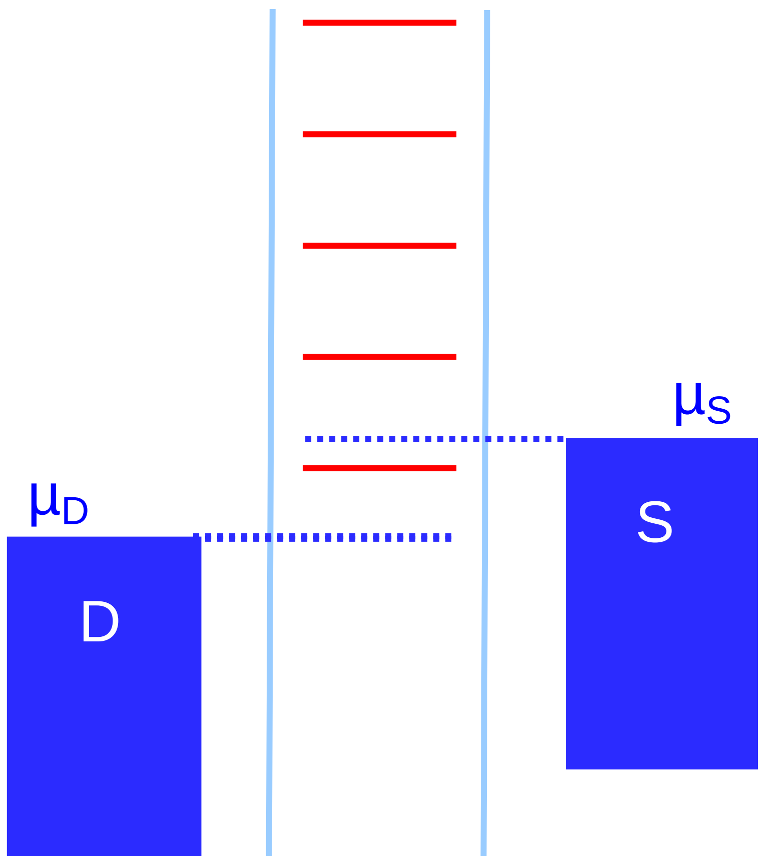

Bestimmung der Subbandabstände:
Gatespannung



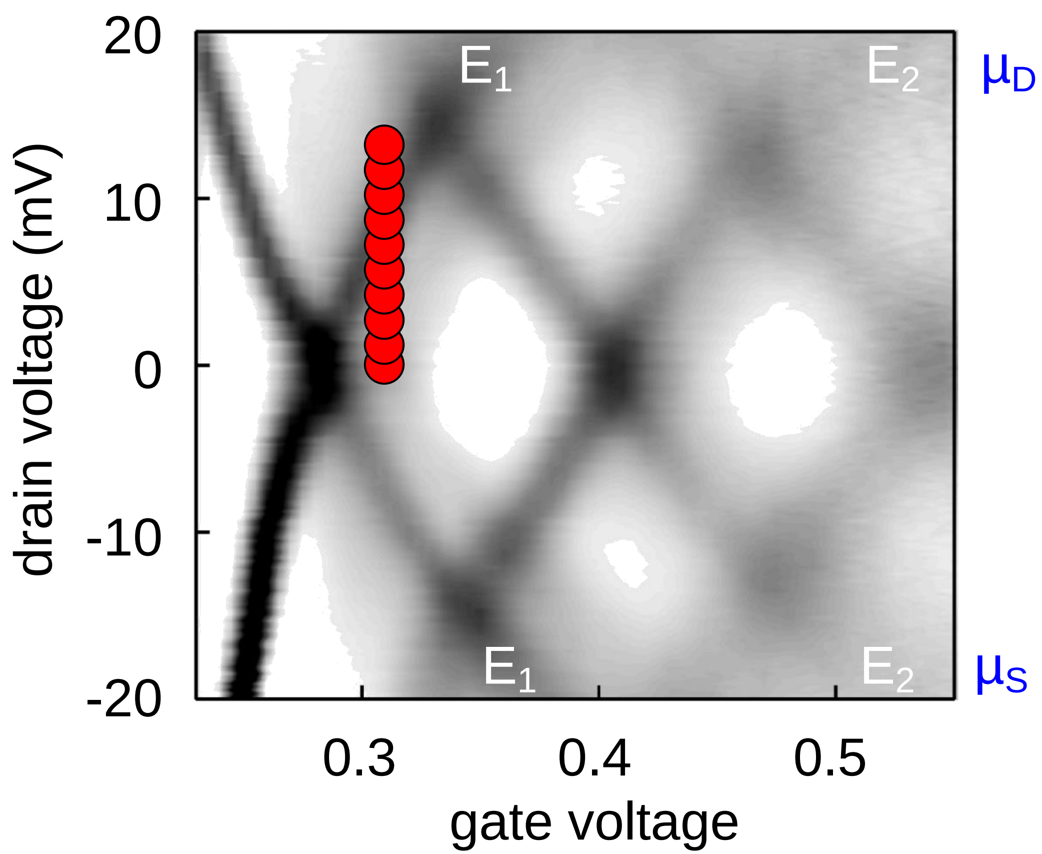
# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

### Quantenpunktkontakt




Bestimmung der Subbandabstände:
Drainspannung (+)

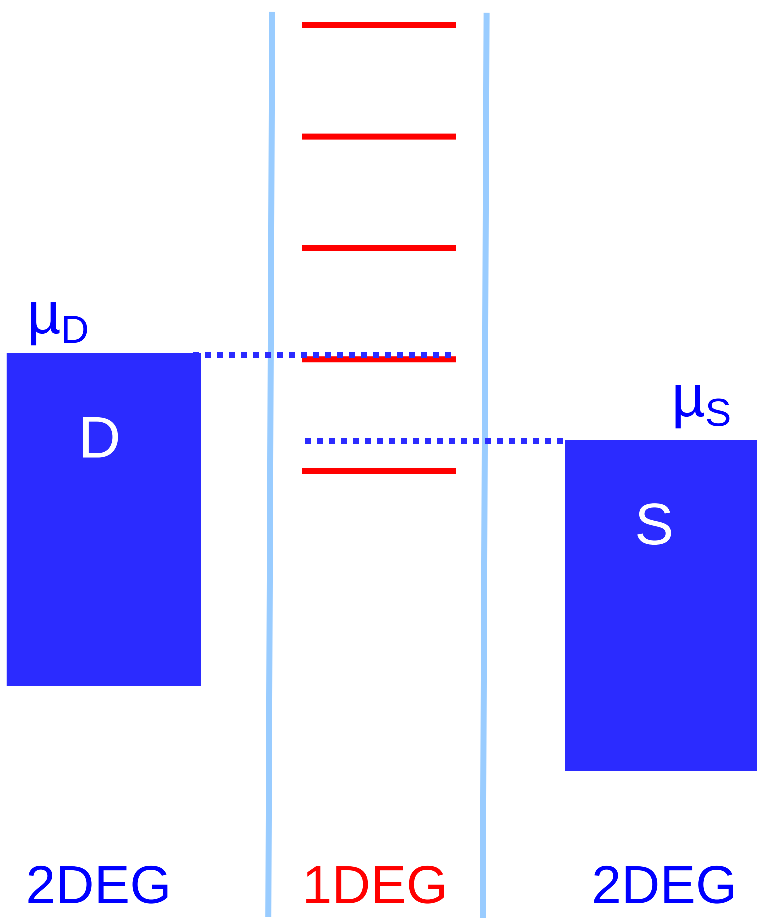


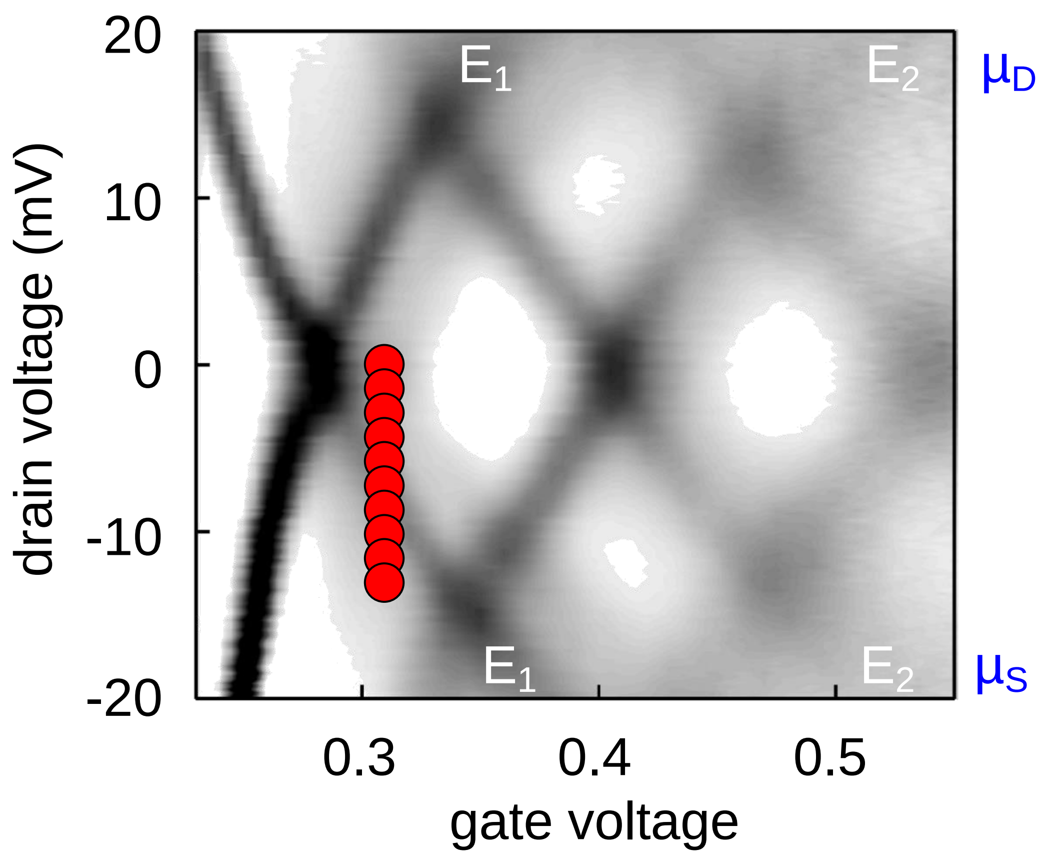
# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

### Quantenpunktkontakt

Bestimmung der Subbandabstände:
Drainspannung (–)



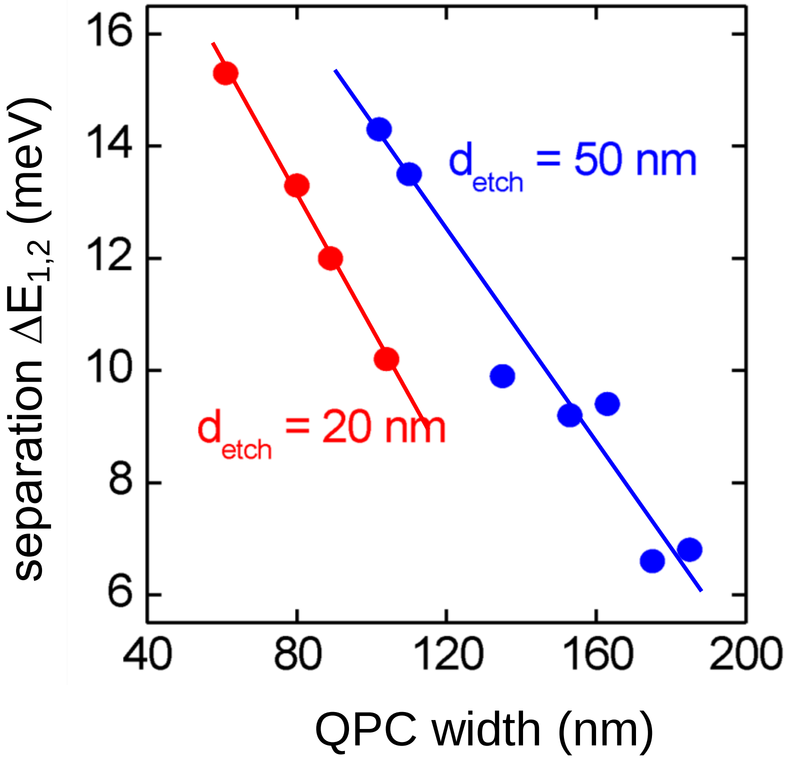
# 6. Quantendrähte

## 6.4 Quantenleitwert

### Quantenpunktkontakt

Bestimmung der Subbandabstände:

$$\Delta E_{n,n+1} = f(w, d_{\text{etch}})$$




G. Apetrii *et al.*, Semicond. Sci. Technol. **17**, 735-739 (2002)

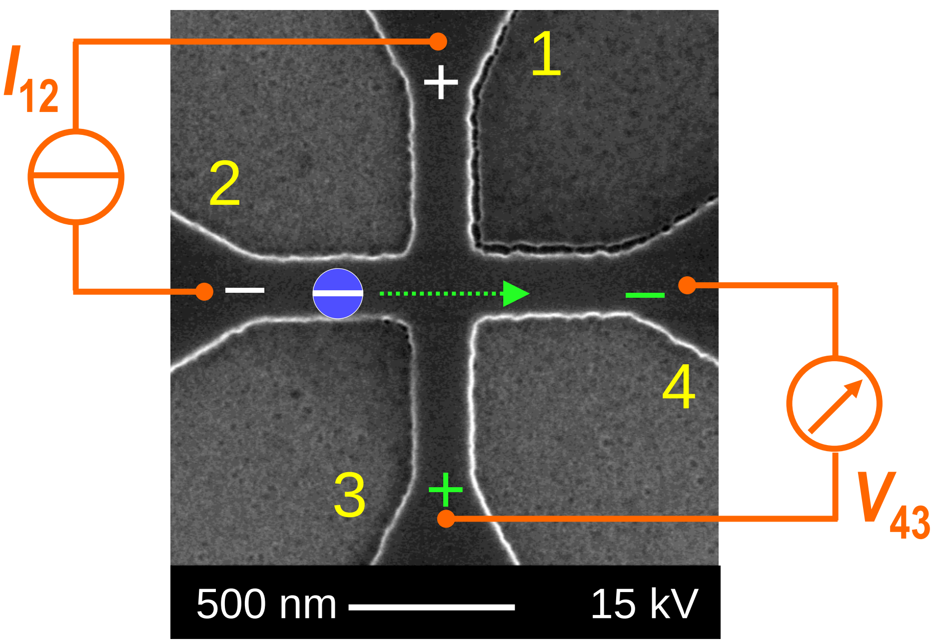
# 6. Quantendrähte

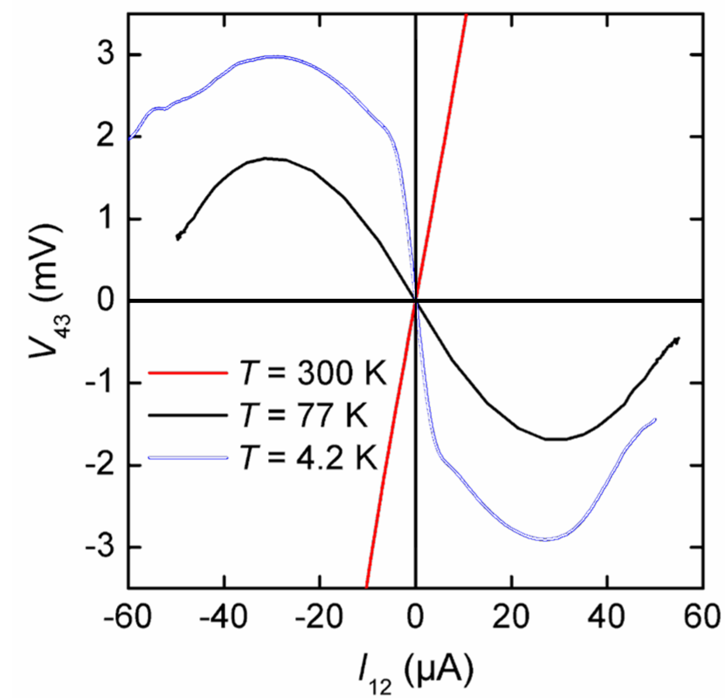
## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

### Bend Resistance: GaAs/AlGaAs

Die **Trägheit** der Elektronen mit ihrer endlichen Masse liefert den **nichtlokalen Bend Resistance**.

GaAs/AlGaAs Nanokreuz



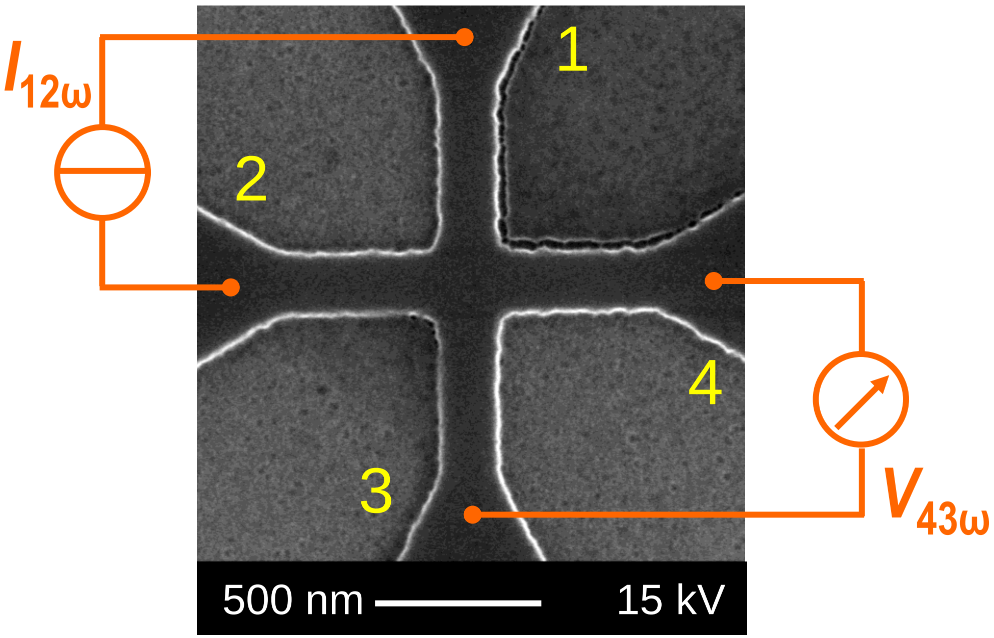

Y. Takagaki *et al*. Solid State Commun. **71**, 809 (1989)
U. Wieser *et al*. Phase Transitions **79**, 755 (2006)

# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

### Bend Resistance: GaAs/AlGaAs

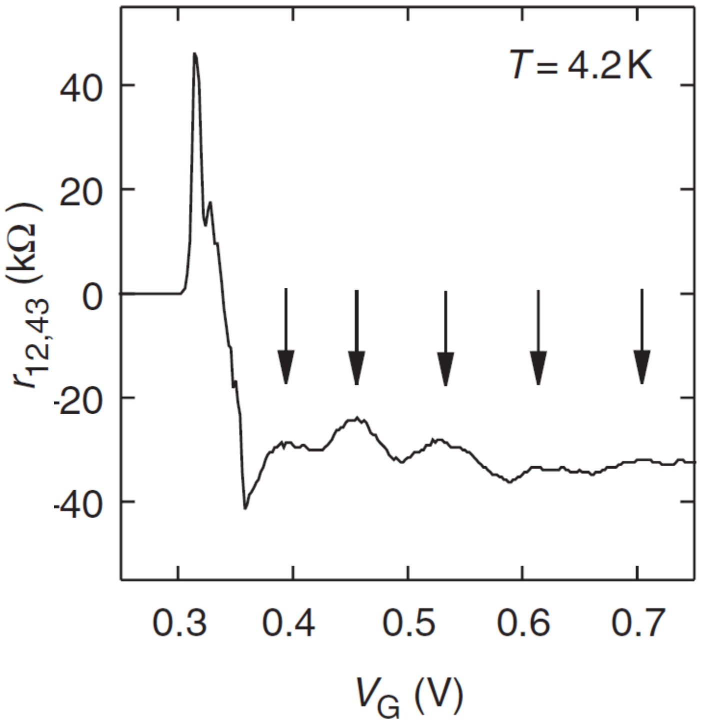
GaAs/AlGaAs Nanokreuz




Die Steigung im Nullpunkt

$$r_{12,34} = V_{34}/I_{12}$$

zeigt Signaturen der **Modenbesetzung**.

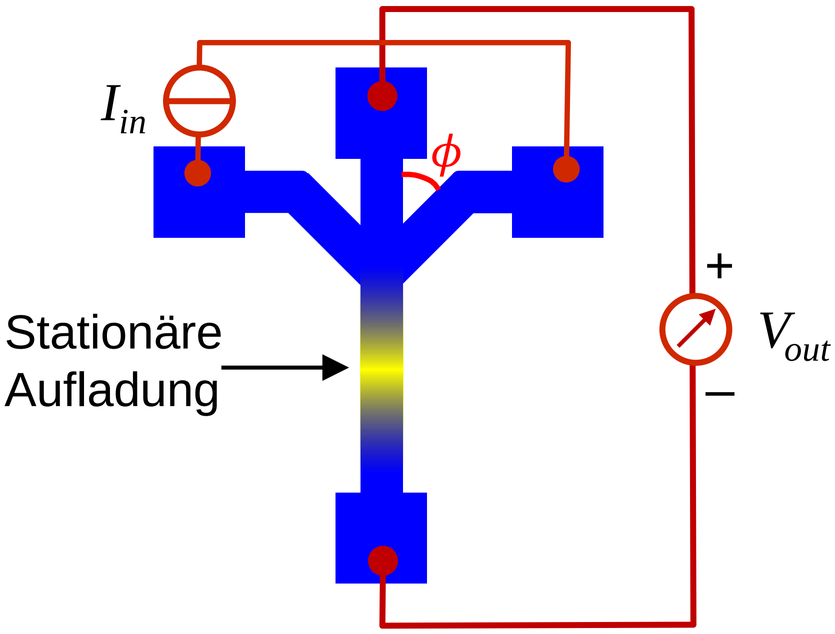



T. Kakuta *et al*., Phys. Rev. B **43**, 14321 (1991)
U. Wieser *et al*., Phase Transitions **79**, 755 (2006)

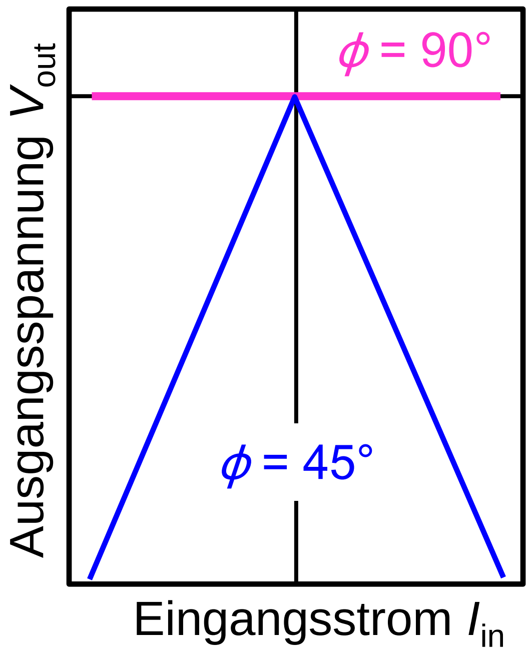
# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

### Ballistische Gleichrichtung




Kontrolle der Trajektorien
durch asymmetrisches Kreuz




**Lineare Charakteristik wie beim Bend Resistance?**

Keine Einsatzspannung!

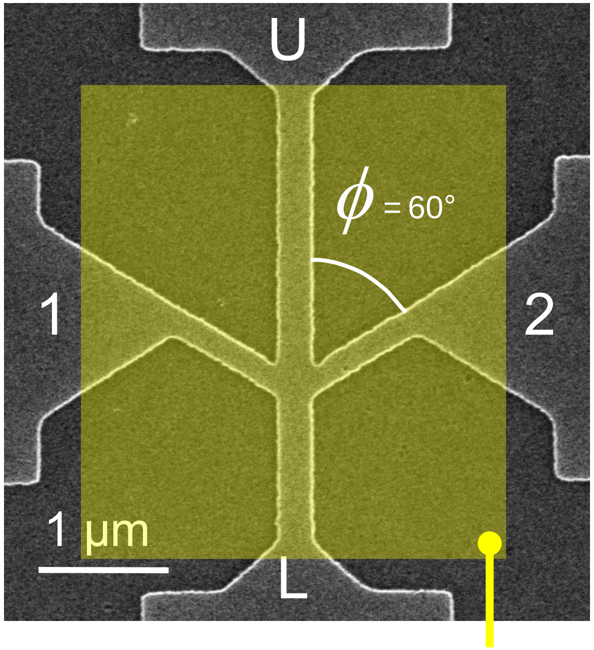
# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

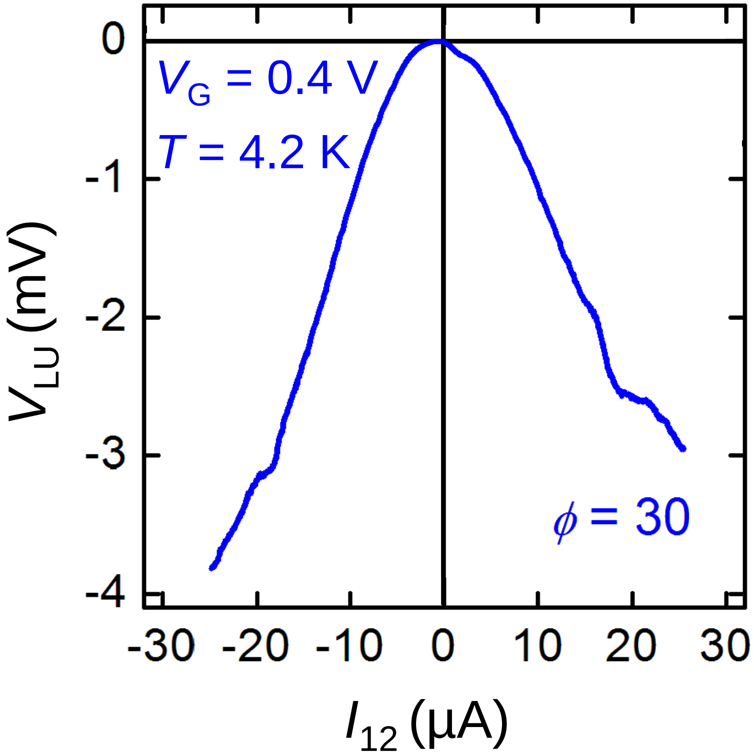
### Ballistische Gleichrichtung: GaAsIAlGaAs

Transferwiderstand

$R_T(10\ \mu A) \sim 110\ \Omega$




globales *top gate*




experimentelles Ergebnis: Parabel

M. Knop *et al.*, Appl. Phys. Lett. **88**, 082110 (2006)

# 6. Quantendrähte

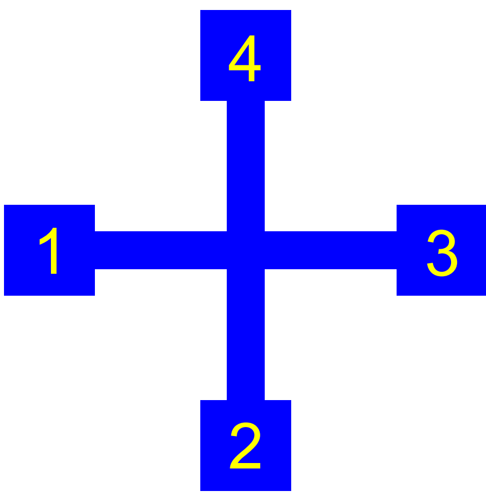
## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

### Vergleich: Orthogonalkreuz und ballistischer Gleichrichter

Vierpolwiderstand im **linearen** Transport: Reziprozitätstheorem

(Widerstand ist invariant gegen Vertauschung von **Strom**- und **Spannungs**kontakten)

$$R_{mn,kl} = R_{kl,mn}$$

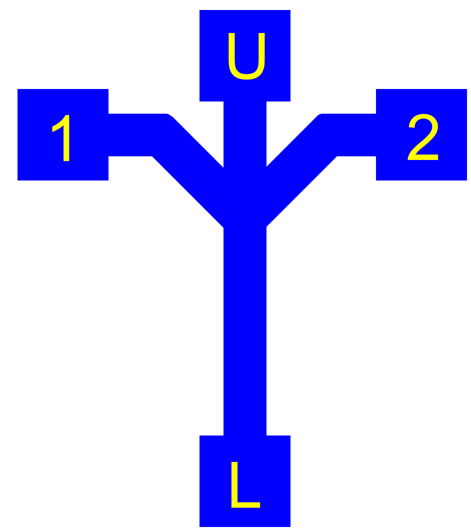



$$R_{34,12} = \frac{V_{12}}{I_{34}} \neq 0$$

$$R_{12,34} = \frac{V_{34}}{I_{12}} \neq 0$$

$$R_{UL,12} = \frac{V_{12}}{I_{UL}} = 0$$

$$R_{12,UL} = \frac{V_{UL}}{I_{12}} = 0$$




M. Büttiker, IBM J. Res. Develop. **32**, 317 (1988)

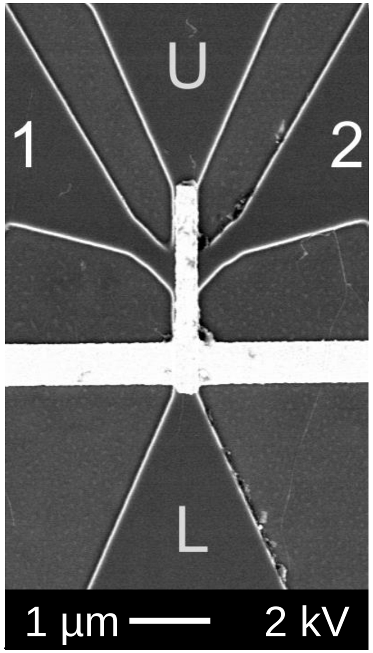
# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

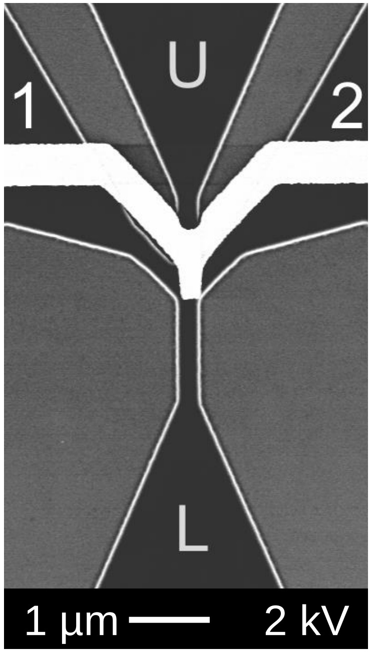
**Ballistische Gleichrichtung: Si/SiGe**

Einfluss der Position der Gate-Elektrode

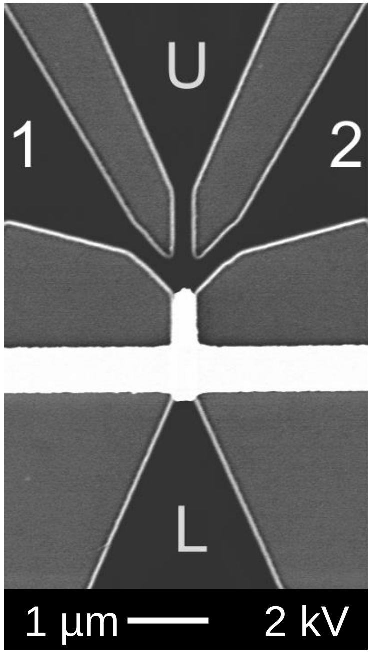
ganzer Stamm




oberer Stamm




unterer Stamm




D. Salloch *et al.* Appl. Phys. Lett. **94**, 203503 (2009)

# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

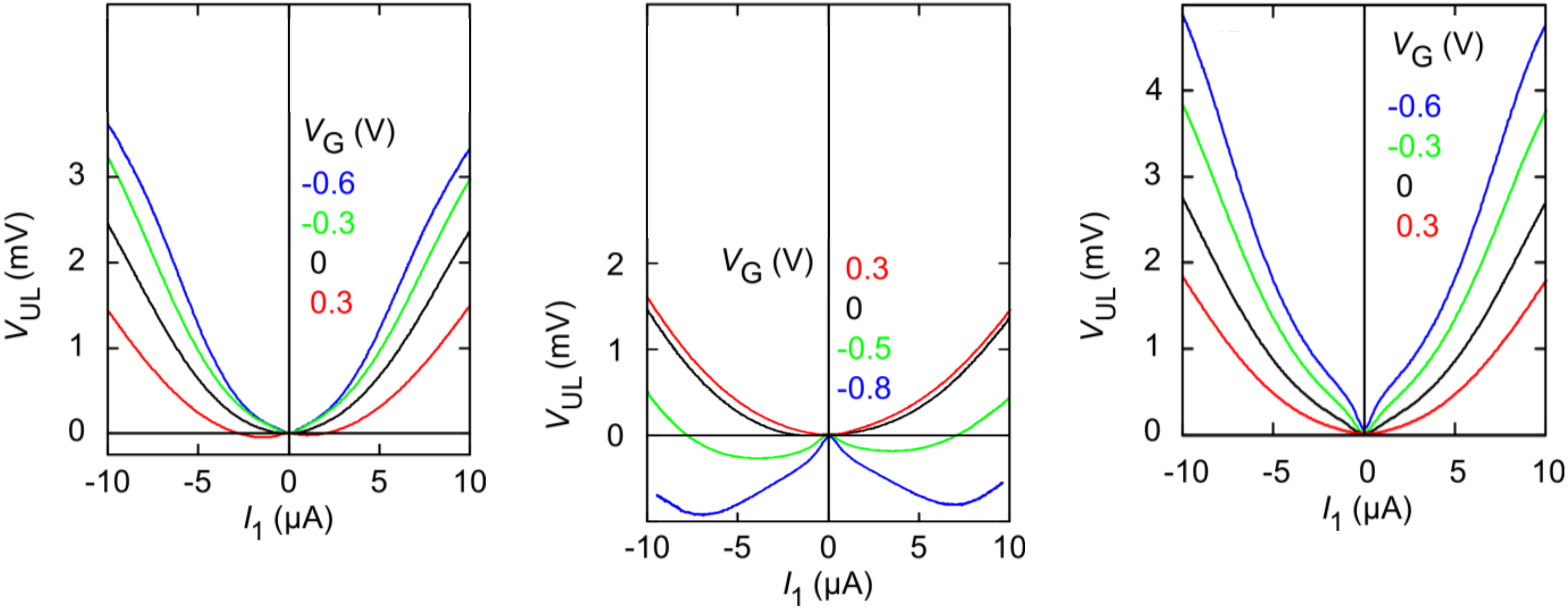
**Ballistische Gleichrichtung: Si/SiGe**

**Einfluss der Position der Gate-Elektrode**

**ganzer Stamm** $R_T(10\ \mu\text{A}) \sim 340\ \Omega$

**oberer Stamm** $R_T(10\ \mu\text{A}) \sim 150\ \Omega$

**unterer Stamm** $R_T(10\ \mu\text{A}) \sim 480\ \Omega$




**Überlagerung mit Thermospannung heißer Elektronen!**

D. Salloch *et al.* Appl. Phys. Lett. **94**, 203503 (2009)

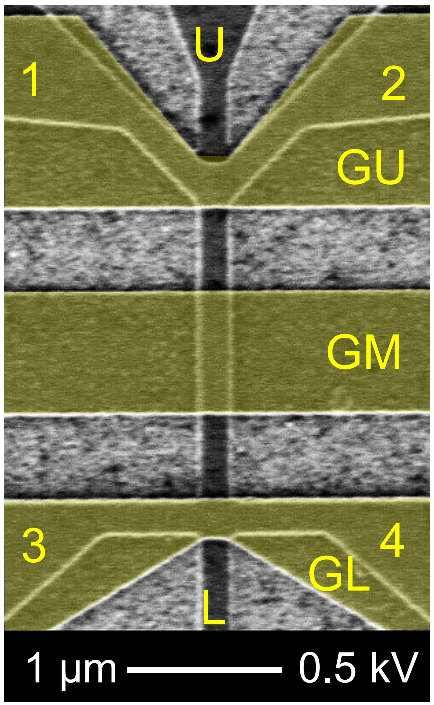
# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

**Ballistische Gleichrichtung: Si/SiGe**

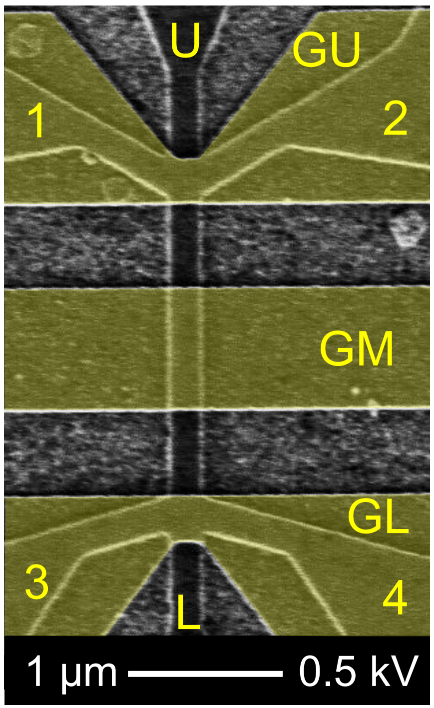
**Einfluss des Injektionswinkels**

**$\phi$ = 45°**




**$\phi$ = 90°**

**$\phi$ = 60°**




**$\phi$ = 75°**

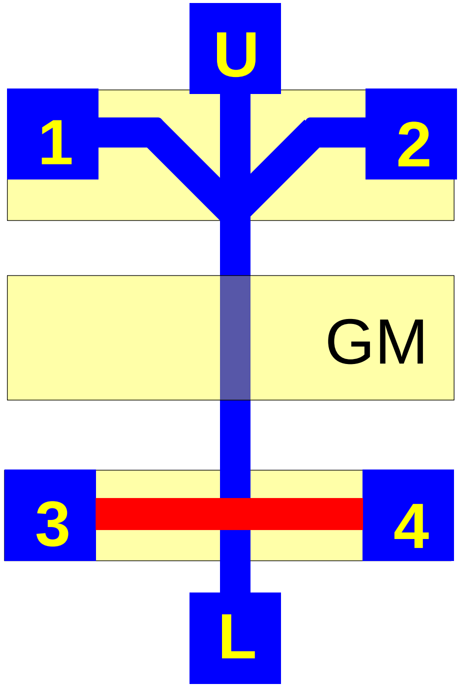
J. F. von Pock *et al.*, J. Appl. Phys. **121**, 014304 (2017)

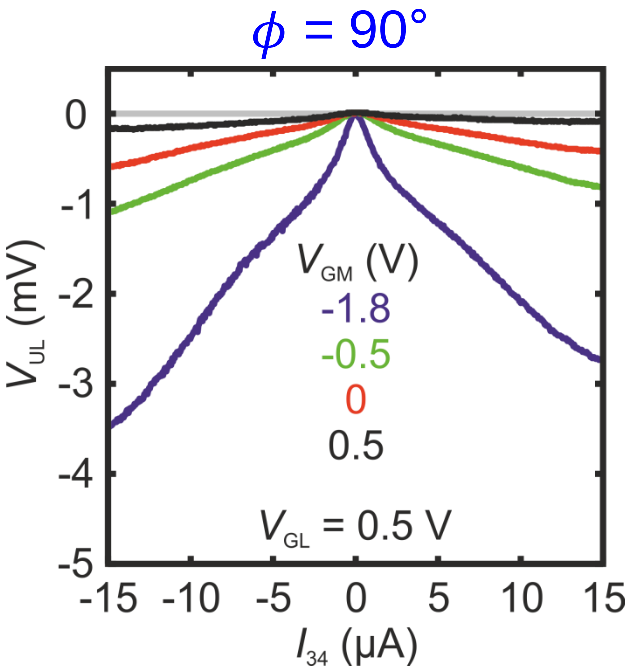
# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

**Ballistische Gleichrichtung: Si/SiGe**

**Trennung von $V_{HET}$ und $V_{ball}$**



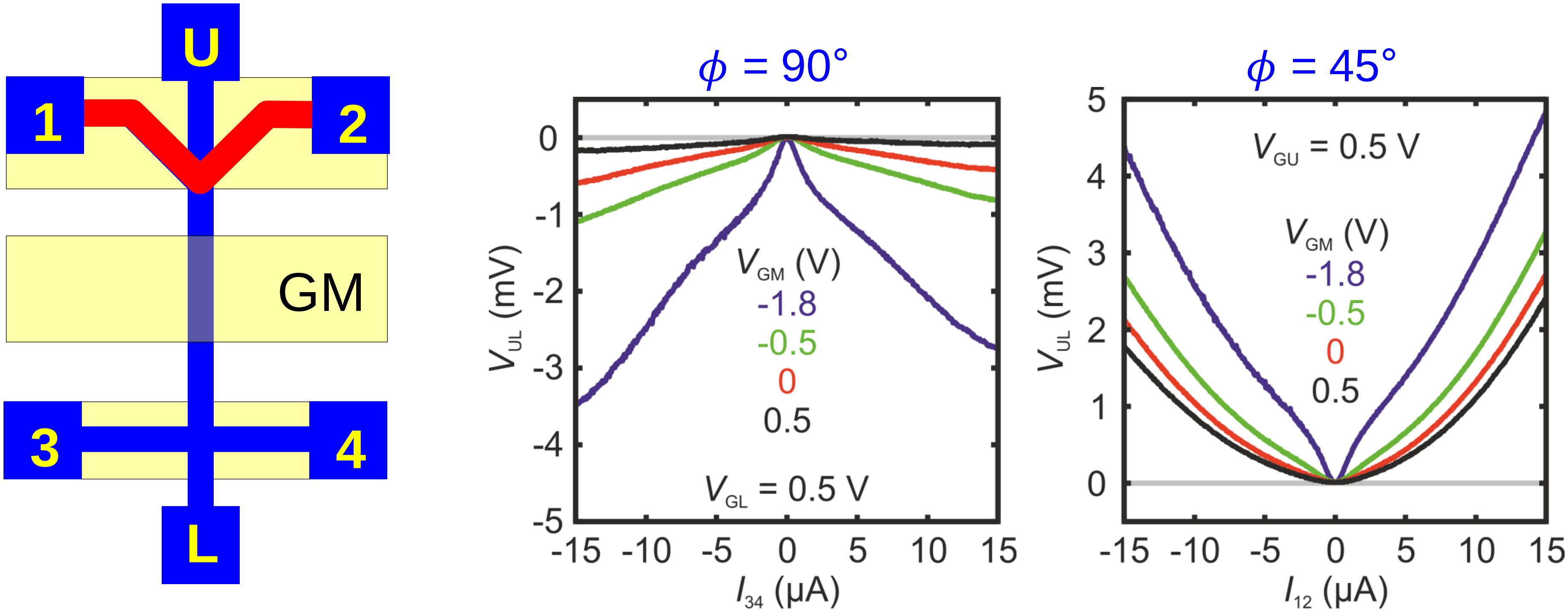

J. F. von Pock *et al.*, J. Appl. Phys. **121**, 014304 (2017)

# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

**Ballistische Gleichrichtung: Si/SiGe**

**Trennung von $V_{HET}$ und $V_{ball}$**



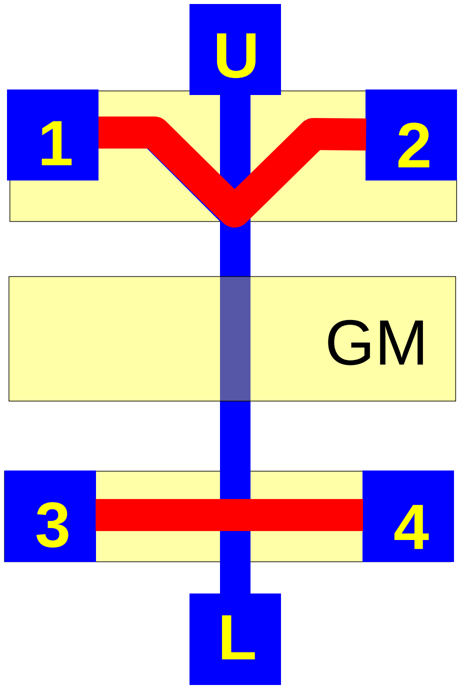

J. F. von Pock *et al.*, J. Appl. Phys. **121**, 014304 (2017)

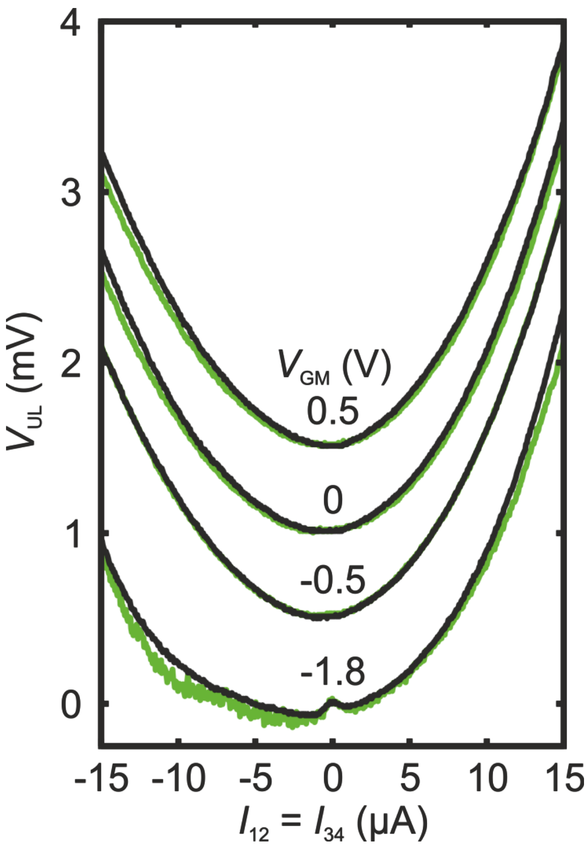
# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

**Ballistische Gleichrichtung: Si/SiGe**

**Trennung von $V_{HET}$ und $V_{ball}$**




$V_{UL}(I_{12}) + V_{UL}(I_{34})$

$V_{UL}(I_{12} = I_{34})$

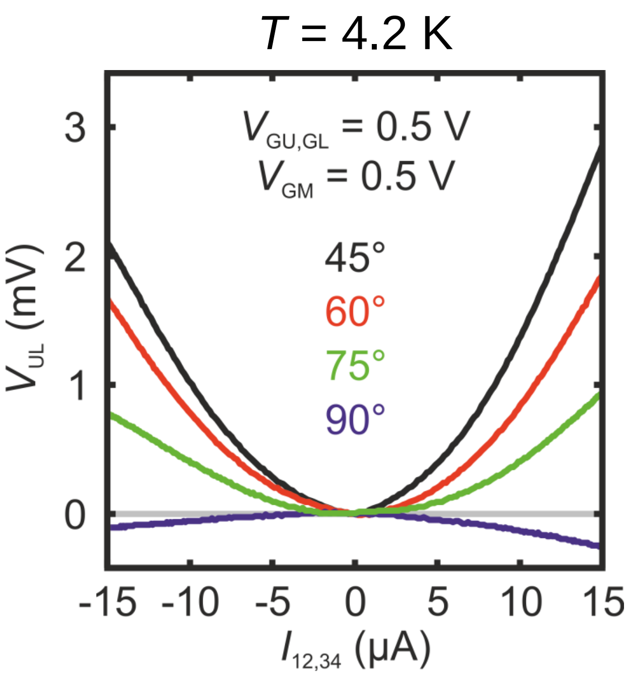
J. F. von Pock *et al.*, J. Appl. Phys. **121**, 014304 (2017)

# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

### Ballistische Gleichrichtung: Si/SiGe

### Einfluss des Injektionswinkels



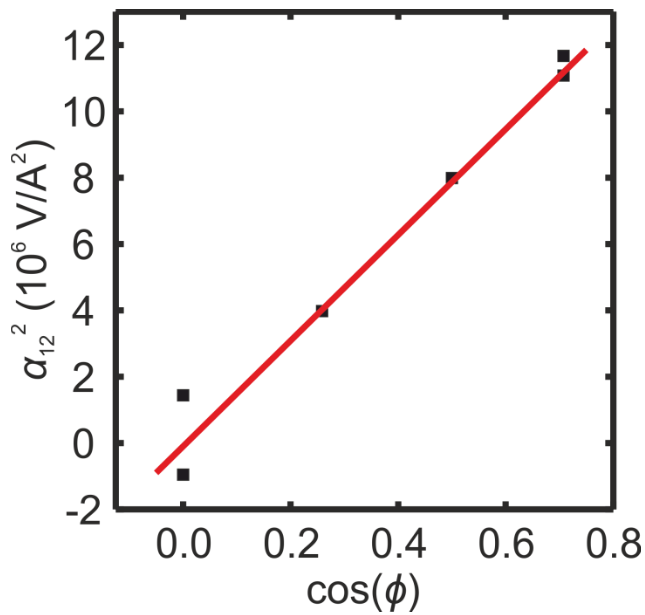

$$V_{UL} = (\alpha_{12} I_{12})^2$$

$$V_{UL} \propto t_{ball}$$

$$t_{ball} = l_{ball} \cos\phi$$

$$\boldsymbol{\alpha_{12}^2 \propto \cos\phi}$$

Krümmung

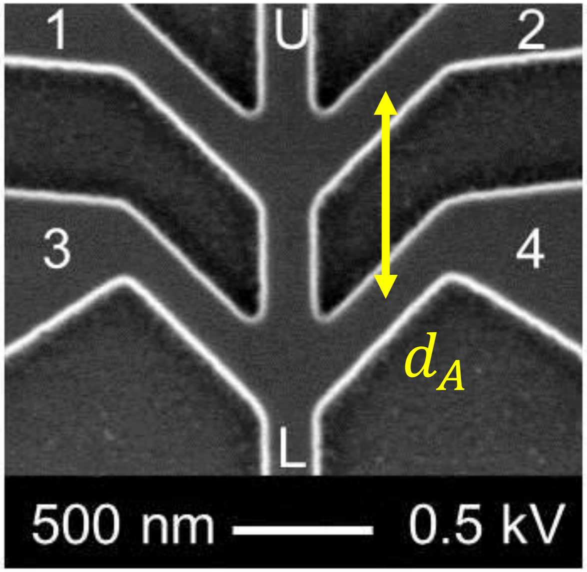



J. F. von Pock *et al.*, J. Appl. Phys. **121**, 014304 (2017)

# 6. Quantendrähte
## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

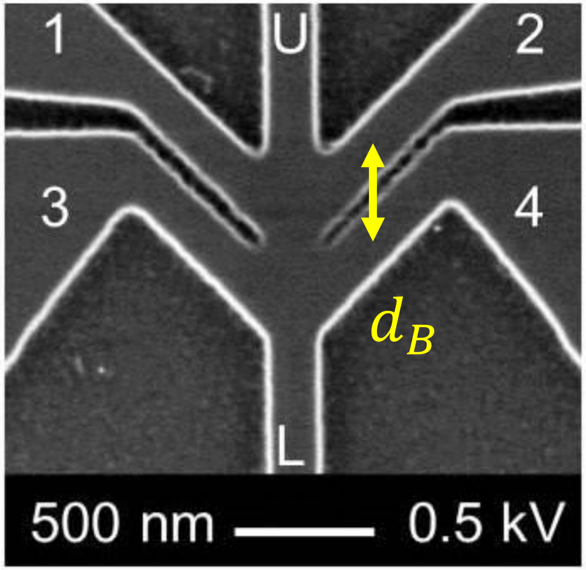
### Zweistufige ballistische Gleichrichter: Si/SiGe

$d_A \sim 740\ nm$




Probe A

$d_B \sim 340\ nm$




Probe B

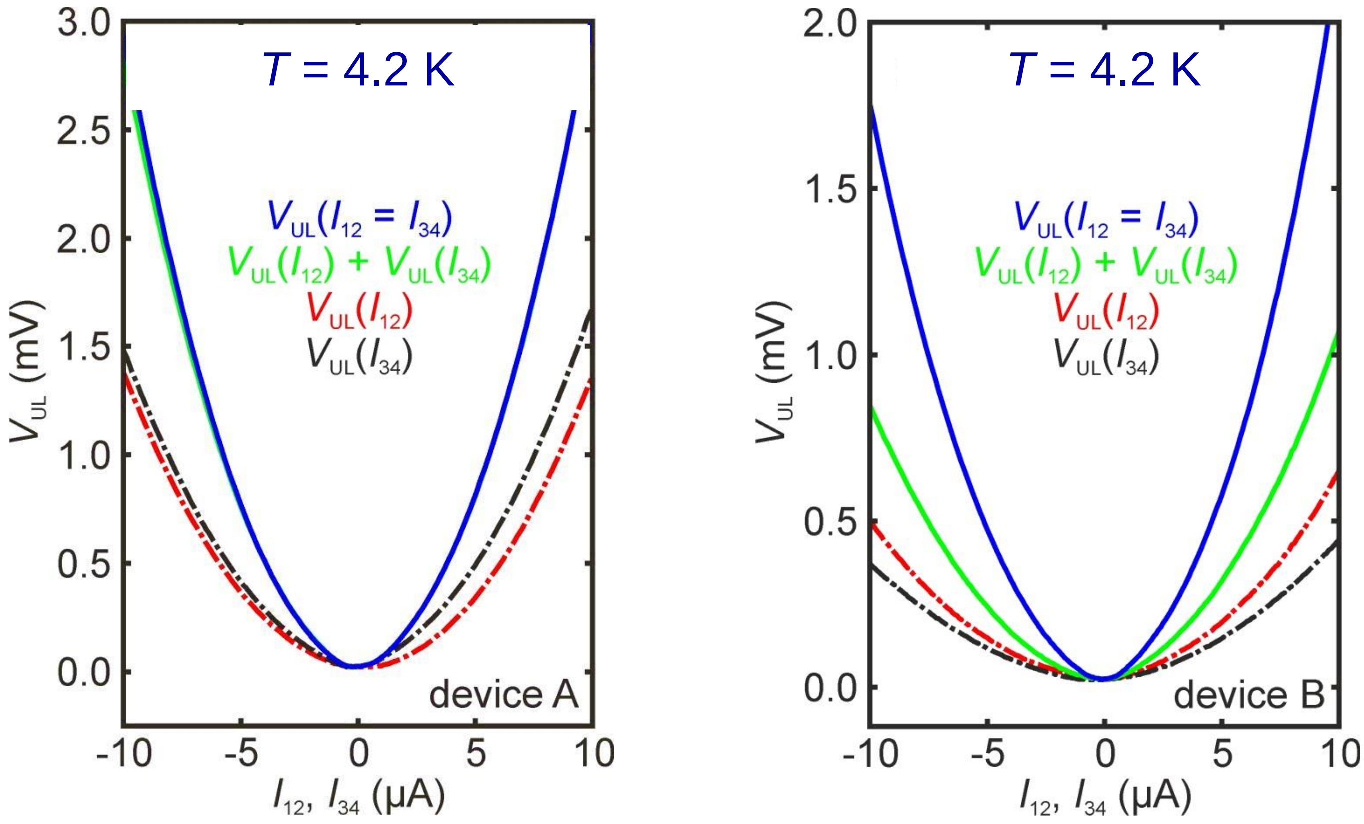
J. F. von Pock, U. Wieser, U. Kunze, Phys. Rev. Appl. **7**, 044023 *(*2017)

# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

### Zweistufige ballistische Gleichrichter: Si/SiGe

**Signaladdition**




Probe A (740 nm) Probe B (340 nm)

J. F. von Pock, U. Wieser, U. Kunze, Phys. Rev. Appl. **7**, 044023 *(*2017)

# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

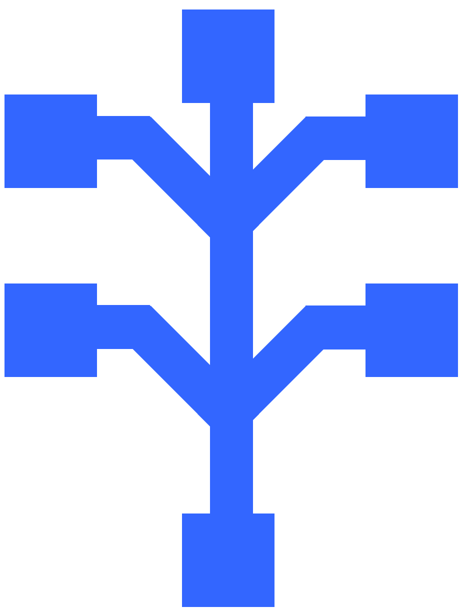
### Zweistufige ballistische Gleichrichter: Si/SiGe    Signaladdition

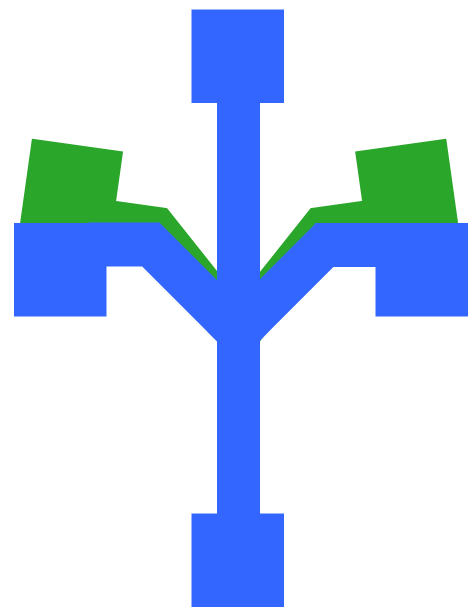
$$V_{UL} = \alpha_{12}^2 I_{12}^2 + \alpha_{34}^2 I_{34}^2$$

(Spannungsaddition)

$$V_{UL} = (\alpha_{12}^2 I_{12}^2 + \alpha_{34}^2 I_{34}^2)^2 + \underbrace{2\alpha_{12}\alpha_{34} I_{12} I_{34}}_{\text{Überschuss}}$$

(Stromaddition)





J. F. von Pock, U. Wieser, U. Kunze, Phys. Rev. Appl. **7**, 044023 *(*2017)

# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

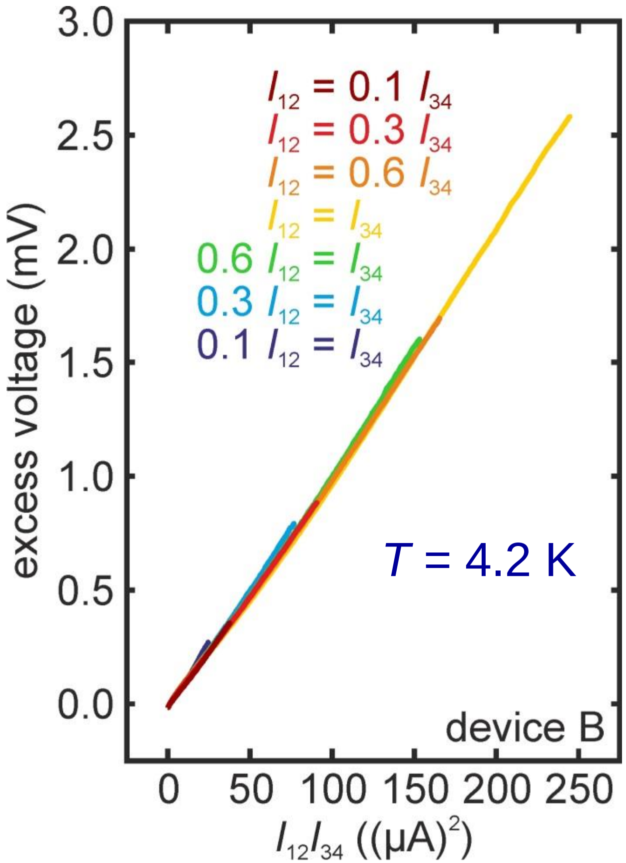
**Zweistufige ballistische Gleichrichter: Si/SiGe** **Signaladdition: Überschuss = f($I_{12}I_{34}$)**

$$V_{UL} = \alpha_{12}^2 I_{12}^2 + \alpha_{34}^2 I_{34}^2 + V_{UL}^{exc}$$

$$V_{UL}^{exc} = 2\alpha_{12}\alpha_{34} I_{12} I_{34}$$

Produkt der Ströme

Probe B (340 nm)




J. F. von Pock, U. Wieser, U. Kunze, Phys. Rev. Appl. **7**, 044023 *(*2017)

# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

### Zweistufige ballistische Gleichrichter: Si/SiGe

Device A
(740 nm)

$V_{UL} =$

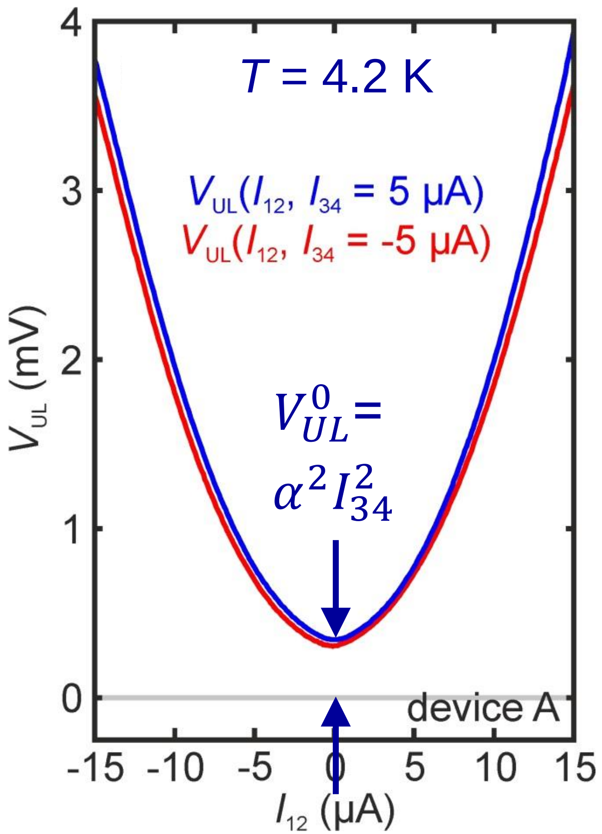
$\alpha^2(I_{12}^2 + I_{34}^2)$

Device B
(340 nm)

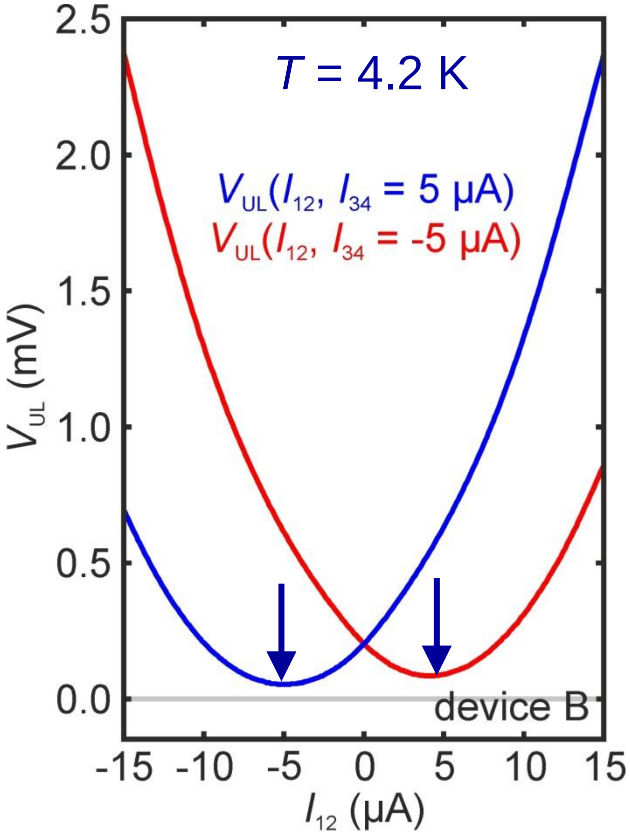
$V_{UL} =$

$\alpha^2(I_{12} + I_{34})^2$

### Signaladdition: $I_{34}$ = ±5 µA




$$V_{UL} = V_{UL}^0 + \alpha^2 I_{12}^2$$




$$I_{12} + I_{34} = 0$$

J. F. von Pock, U. Wieser, U. Kunze, Phys. Rev. Appl. **7**, 044023 *(2017)*

# 6. Quantendrähte

## 6.5 Ballistischer Transport heißer Elektronen

### Zweistufige ballistische Gleichrichter: Si/SiGe

**Signaladdition: $I_{12}$ = -$I_{34}$**

Device A

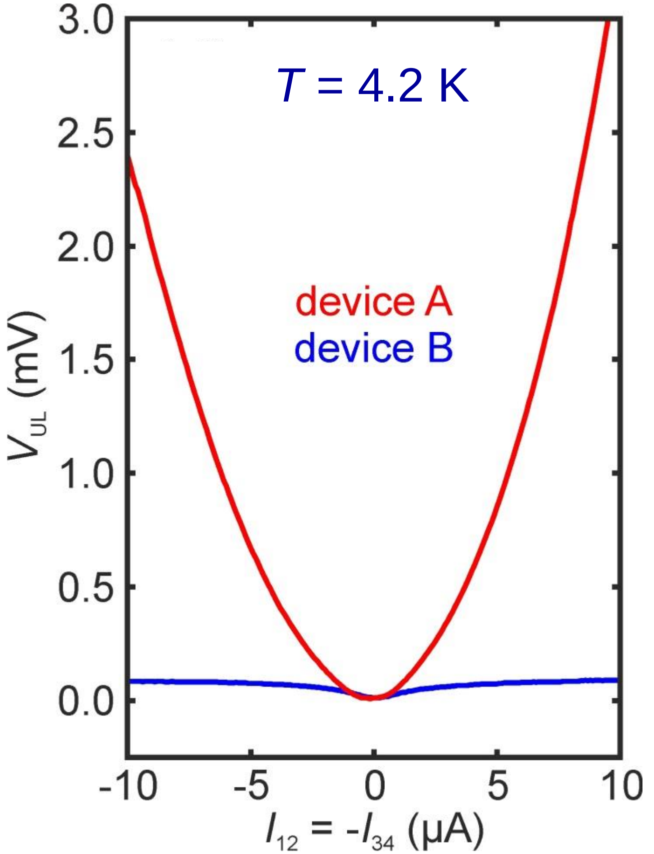
$$V_{UL} = \alpha^2(I_{12}^2 + I_{34}^2) \sim 2\alpha^2 I_{12}^2$$

(Spannungsaddition)

Device B

$$V_{UL} = \alpha^2(I_{12} + I_{34})^2 \sim 0$$

(Stromkompensation)

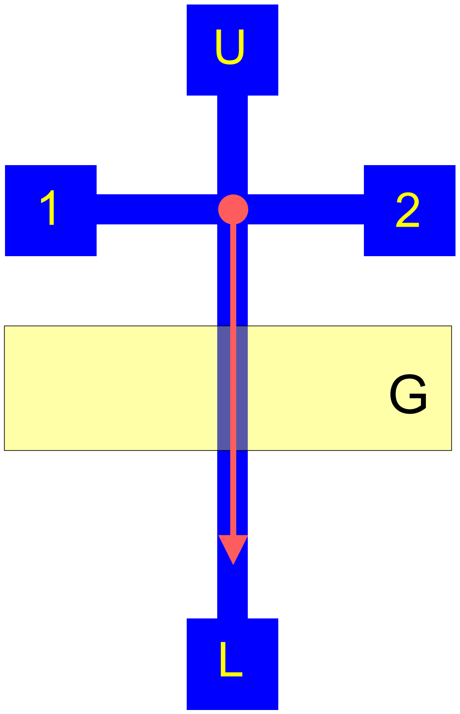



J. F. von Pock, U. Wieser, U. Kunze, Phys. Rev. Appl. **7**, 044023 *(*2017)

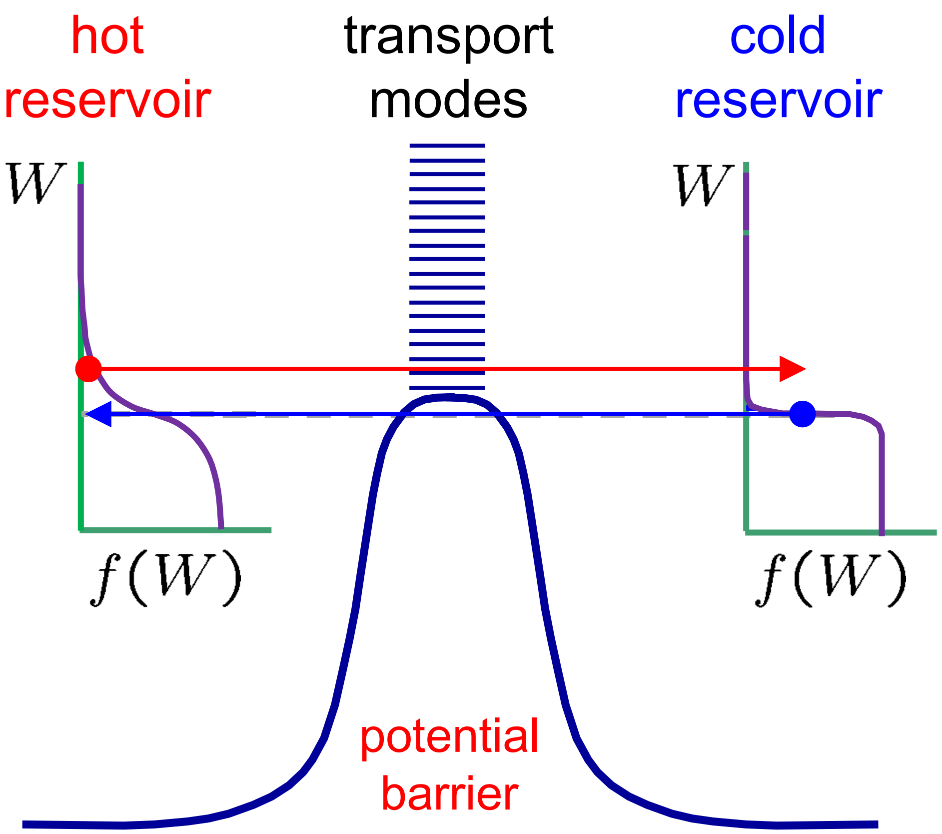
# 6. Quantendrähte

## 6.6 Thermospannung heißer Elektronen

### Erzeugung über lokale Barriere




### Transport durch Diffusion



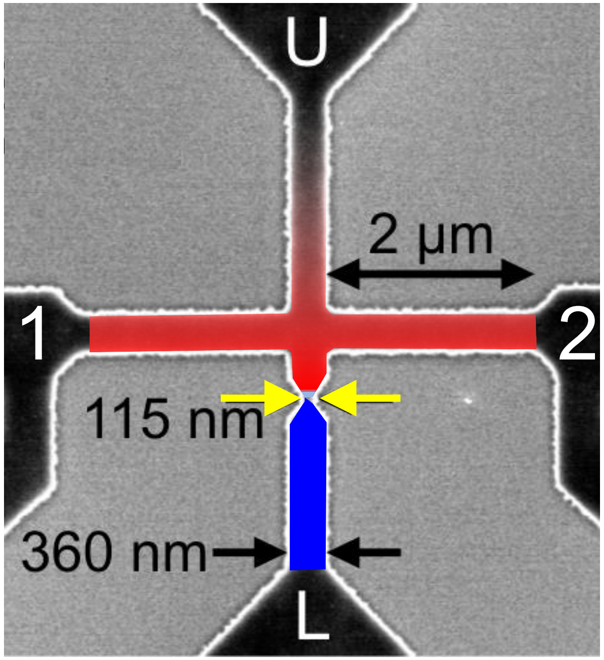

L. W. Molenkamp *et al.*, Phys. Rev. Lett. **65**, 1052 (1990)

# 6. Quantendrähte

## 6.6 Thermospannung heißer Elektronen

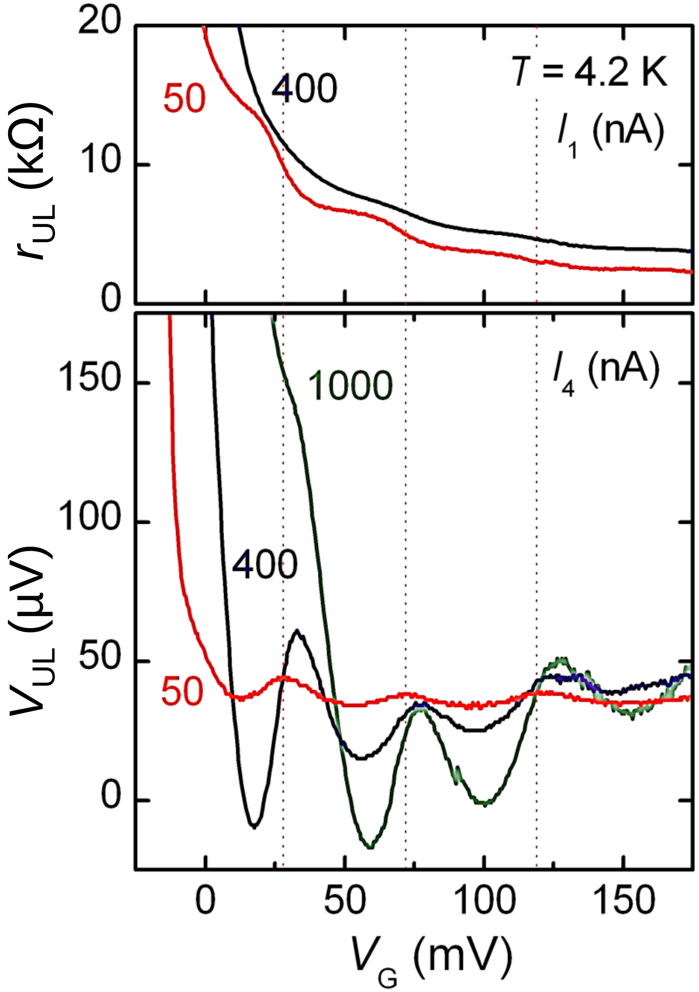
### Erzeugung über lokale Barriere

globales *top gate*




GaAs/AlGaAs

**Barriere durch Quantenpunktkontakt**

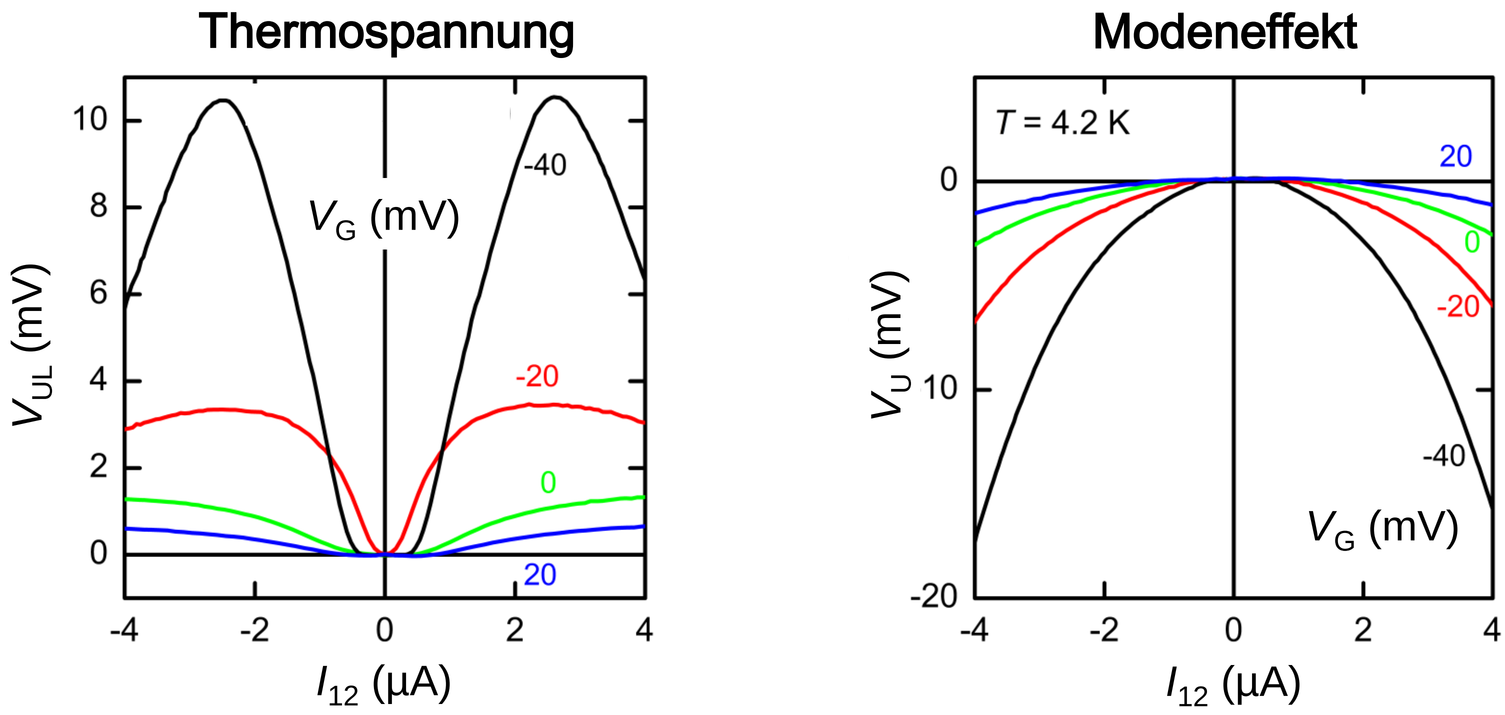



M. Wiemann *et al.*, Appl. Phys. Lett. **97**, 062112 (2010)

# 6. Quantendrähte

## 6.6 Thermospannung heißer Elektronen

### Erzeugung über lokale Barriere



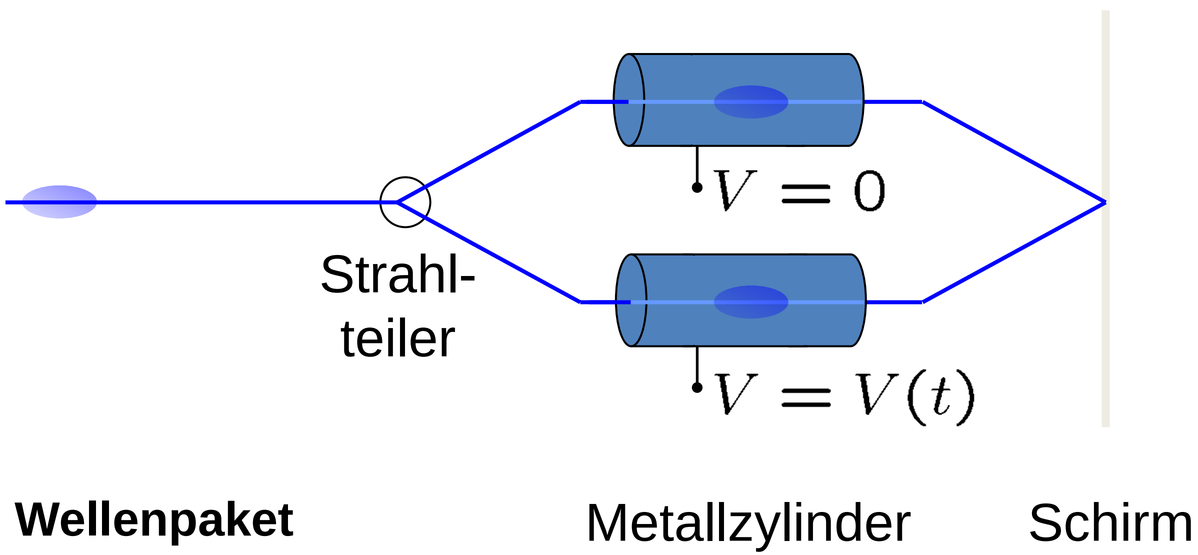

M. Wiemann *et al.*, Appl. Phys. Lett. **97**, 062112 (2010)

# 6. Quantendrähte

## 6.7 Quanteninterferenz

### Aharonov-Bohm-Effekt

Kohärente Elektronenwellen können bei Überlagerung interferieren. Eine Steuerung der Teilphasen erfolgt im **elektrischen Aharonov-Bohm-Effekt** durch elektrische Potentiale. Betrachte Elektronenstrahlen im freien Raum:



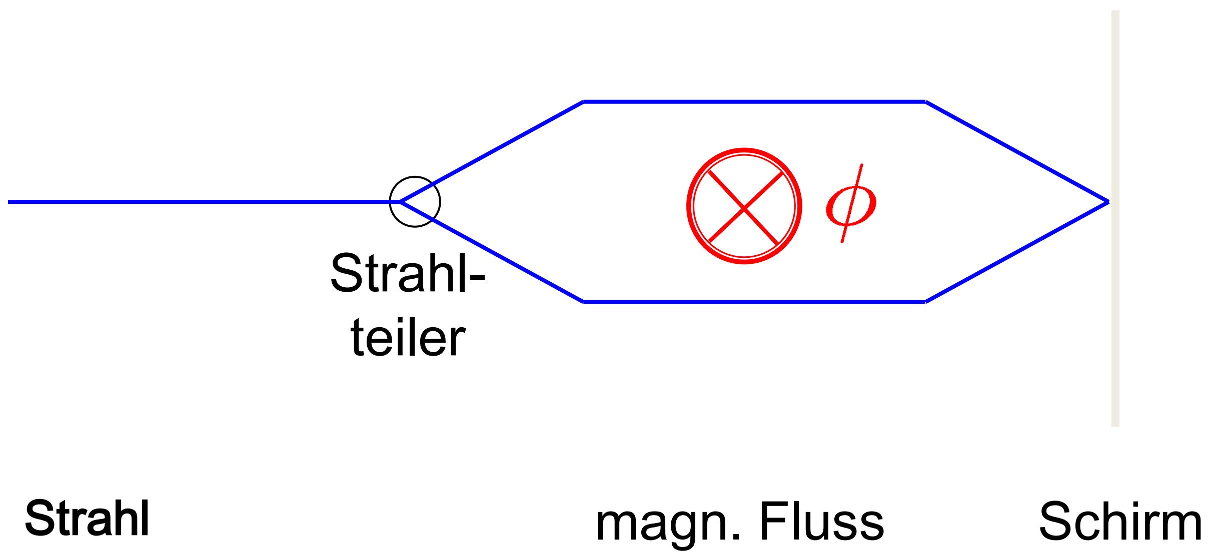

Pulsspannung $V(t)$ so schalten, dass keine Feldkräfte auf die Wellenpakete wirken.

Y. Aharonov, D. Bohm Phys. Rev. **115**, 485-491 (1959)

# 6. Quantendrähte
## 6.7 Quanteninterferenz

### Aharonov-Bohm-Effekt

Im **magnetischen Aharonov-Bohm-Effekt** erfolgt die Steuerung der Interferenz durch das magnetische Vektorpotential. Betrachtung von Elektronenstrahlen im freien Raum:




Magnetischen Fluss $\phi$ so auf begrenzten Raum abschirmen, dass keine Lorentzkräfte auf die Elektronenstrahlen wirken.

Y. Aharonov, D. Bohm Phys. Rev. **115**, 485-491 (1959)

# 6. Quantendrähte

## 6.7 Quanteninterferenz

### Aharonov-Bohm-Effekt

Elektrischer und magnetischer **Aharonov-Bohm-Effekt** sind äquivalent:

Allgemeines Feld: $\mathbf{F} + \dot{\mathbf{A}} = -\mathrm{grad}\ V,$ feldfrei: $\mathbf{F} = 0$ (1)

Phase: $\phi = \frac{E(t)}{\hbar}t - \mathbf{kr}$ $\dot{\phi} = \frac{E(t)}{\hbar} = \frac{eV(t)}{\hbar}$ (2)

Phasendifferenz im Ruhsystem: $\Delta\phi = \frac{e}{\hbar}\{\int\limits_{-\infty}^{\infty} V(\mathbf{r}_l, t)dt - \int\limits_{-\infty}^{\infty} V(\mathbf{r}_r, t)dt\}$ (3)

nach (1) gilt: $\mathbf{A}ds = -V dt$

damit folgt aus (3): $\Delta\phi = \frac{e}{\hbar}\oint \mathbf{A}ds = 2\pi\frac{\phi}{\phi_0}$

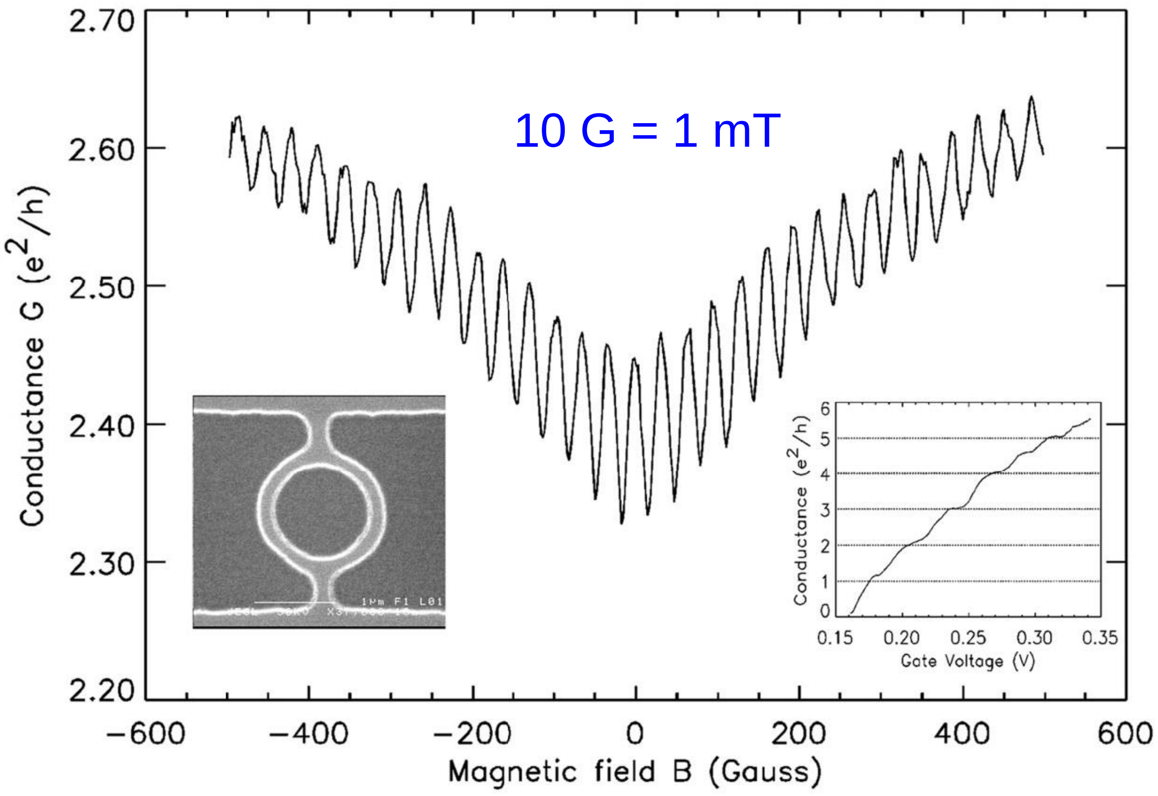
Y. Aharonov, D. Bohm Phys. Rev. **115**, 485-491 (1959)

# 6. Quantendrähte

## 6.7 Quanteninterferenz

### Aharonov-Bohm-Effekt

Der magnetische **Aharonov-Bohm-Effekt** ist im Festkörper gut anzunähern:




Ringdurchmesser: 1.3 µm

Periode experimentell:

**$\Delta B$ = 3.2 mT**

Periode theoretisch:

$\Delta B = \Phi_0/A$

$\Phi_0 = 4.1 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{Vs}$

$A = 1.3 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}^2$

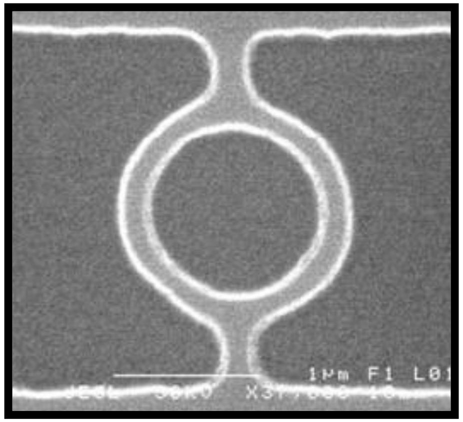
**$\Delta B$ = 3.2 mT**

S. Pedersen *et al.*, Phys. Rev. B **61**, 5457-5460 (2000)

# 6. Quantendrähte

## 6.7 Quanteninterferenz

### Aharonov-Bohm-Effekt

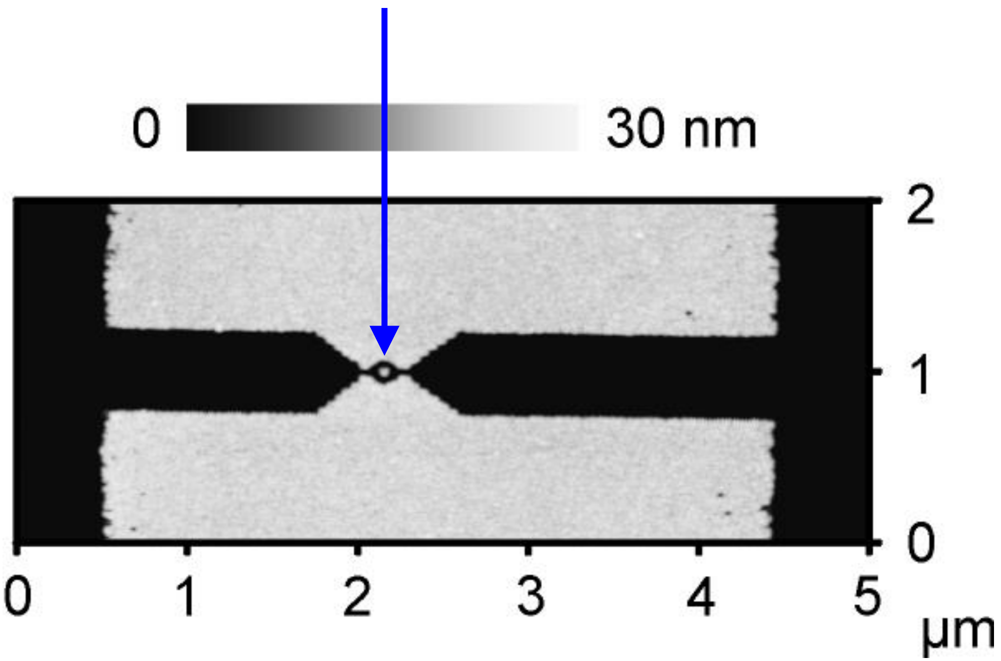


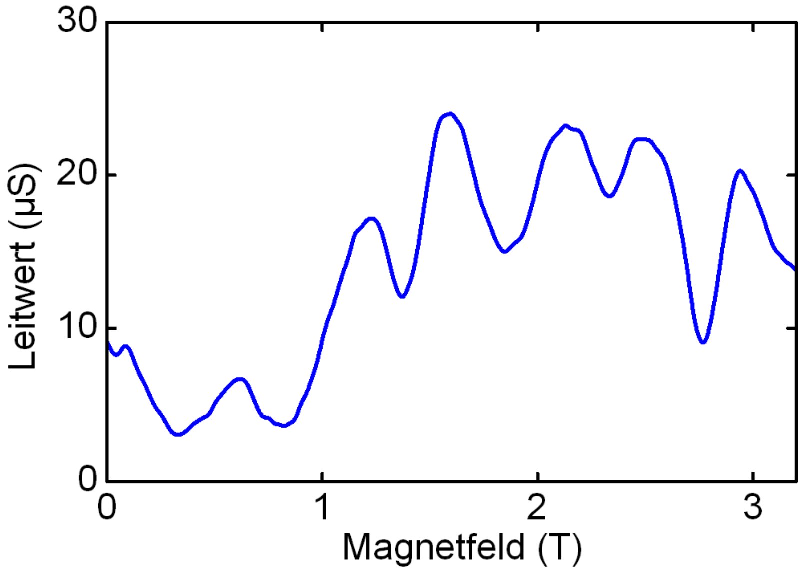
**gleicher Maßstab**
des 1.3-µm-Rings

Die **Aharonov-Bohm-Periode** ist umgekehrt proportional zur Fläche:

**Ringdurchmesser: ≈ 110 nm** ➡ **Periode th.: $\Delta B$ = 0.44 T**

**Periode exp.: $\Delta B$ = 0.48 T**



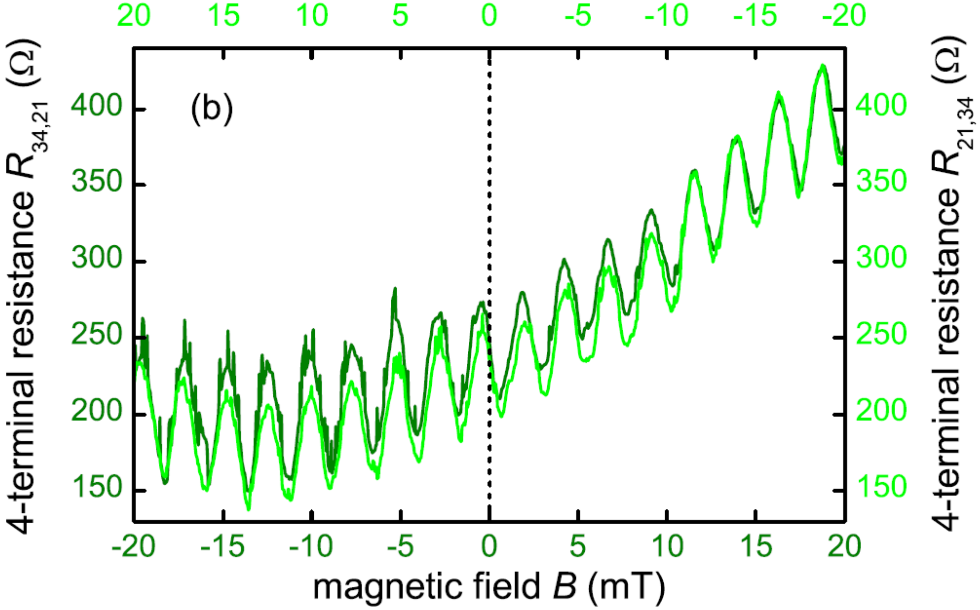




D. Kähler *et al.*; Physica E **17**, 284 (2003)
D. Kähler, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum 2003

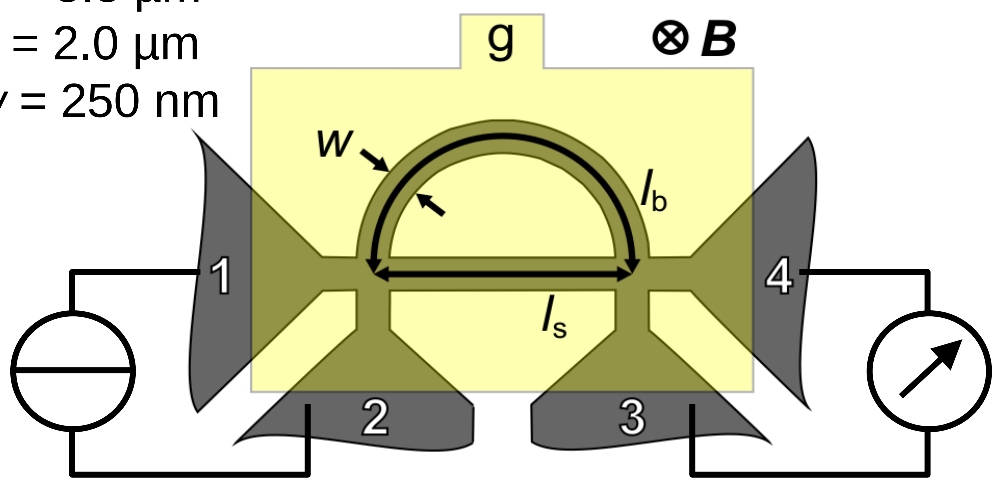
# 6. Quantendrähte
## 6.7 Quanteninterferenz

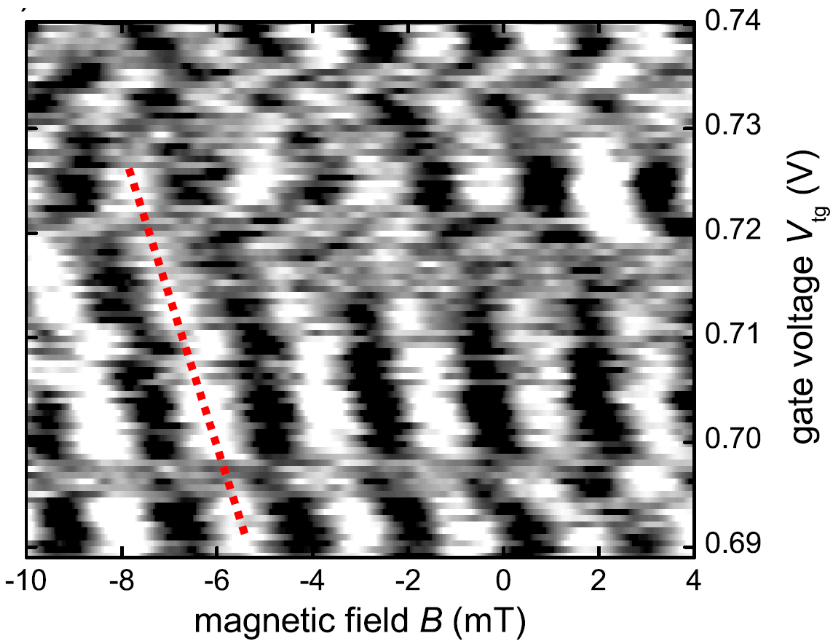
### Aharonov-Bohm-Effekt

Der **elektrostatische Aharonov-Bohm-Effekt** wurde mit einem Ring angenähert, der unterschiedlich lange Pfade enthält.




$l_b$ = 3.3 µm
$l_s$ = 2.0 µm
$w$ = 250 nm




$$R_{AB}(V_{TG}) \propto \cos[k_F(V_{TG}) \cdot \Delta s]$$

S. Buchholz *et al.*, Phys. Rev. B **82**, 045432 (2010)