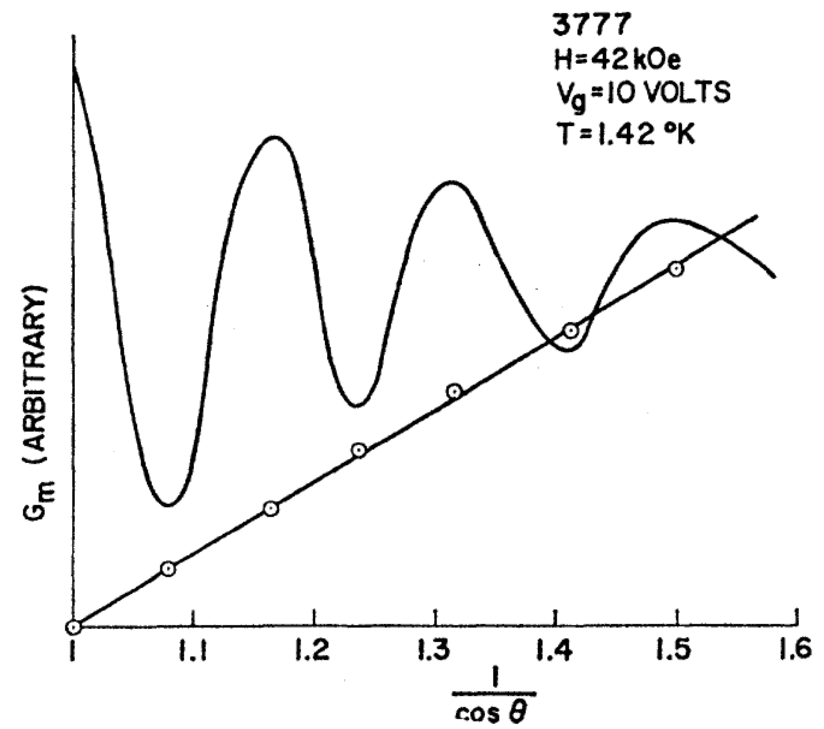
Übersicht

5. Quantenfilme
5.1 Nachweis des 2D-Charakters

Beobachtung im Magnetotransport

Elektronen in S-Inversionsschichten bewegen sich im Hochmagnetfeld auf Kreisbahnen senkrecht zur Magnetfeld-richtung. Dabei ist nur die **senkrechte Komponente des Magnetfelds** für die Landau-Quantisierung verantwortlich, weil die Kreisbahnen nicht aus der Ebene des 2DEGs kippen können.



Oszillationen von G_m periodisch über

$$\frac{1}{B_\perp} = \frac{1}{B\cos\Theta}$$

FIG. 2. The oscillatory behavior of the transconductance (or field-effect mobility) as a function of $1/\cos\theta$, where θ is the angle between the magnetic field and the normal to the surface for $H=42$ kOe and $V_g=10$ V. Uniform $(1/\cos\theta)$ periodicity is shown.

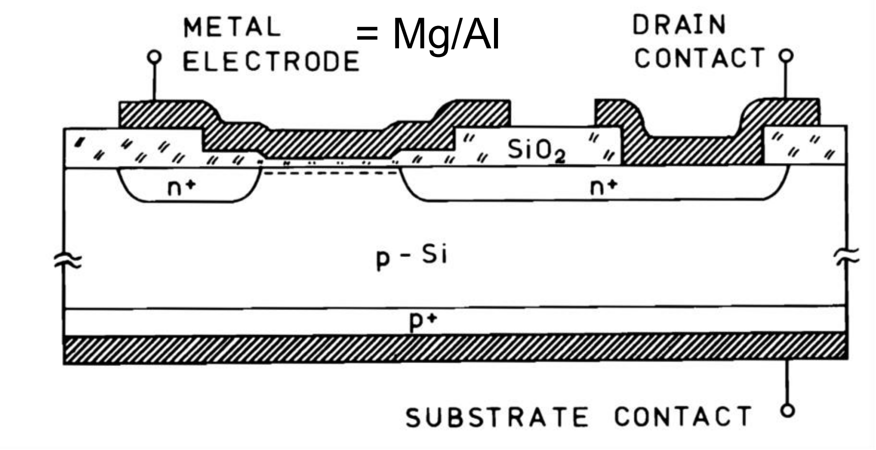
J. R. Schrieffer, in *Semiconductor Surface Physics*, ed. By R. H. Kingston, 1956, p. 55
F. F. Fang. and P. J. Stiles, Phys. Rev. **174**, 823 (1968)

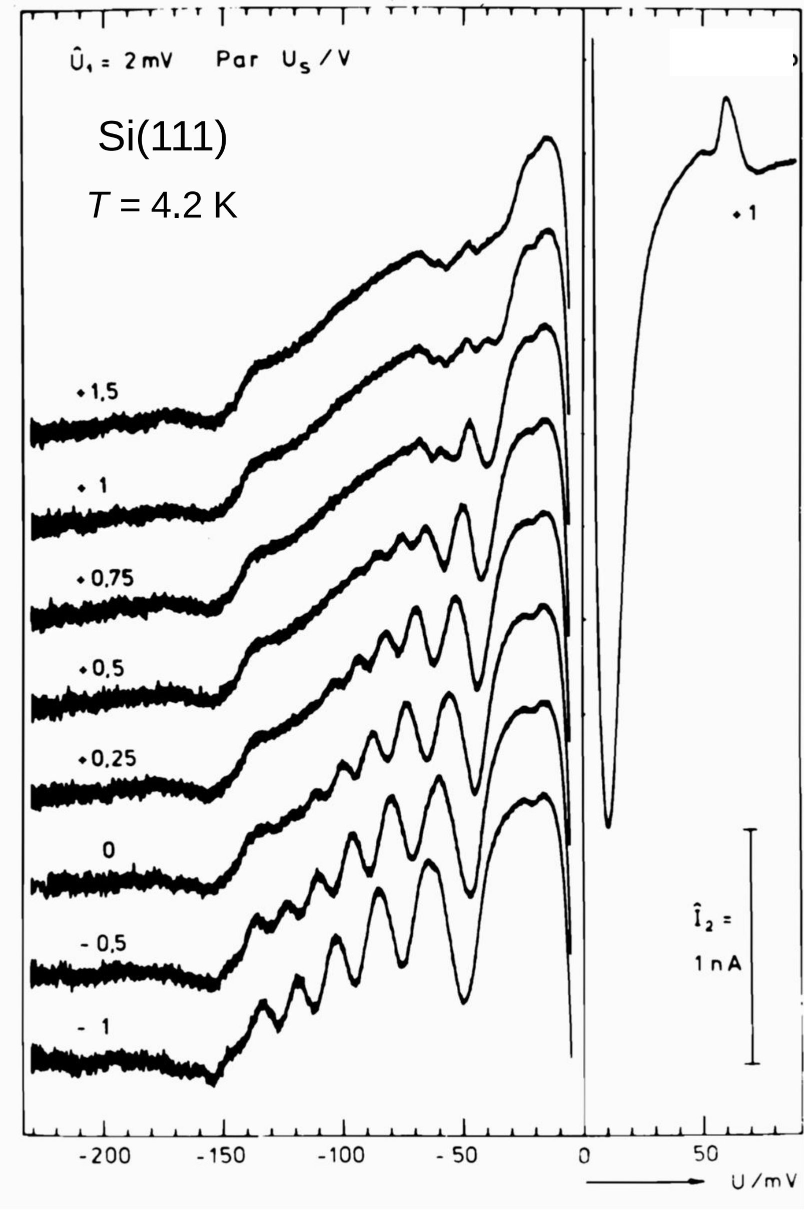
5. Quantenfilme

5.1 Nachweis des 2D-Charakters

Beobachtung in der Tunnelspektroskopie

Die Tunnelspektroskopie an einem Si-MOS-System liefert ein Abbild der quantisierten Energiebandstruktur im Si so, wie es die Theorie vorhergesagt hat.





U. Kunze, G. Lautz, Surf. Sci. 113, 55 (1982)
U. Kunze, G. Lautz, Solid State Commun. 42, 27 (1982)
U. Kunze, J. Phys. C: Solid State Phys. 17, 5677 (1984)

5. Quantenfilme

5.2 Subbandstruktur

Einschränkungspotential

Hartree-Potential

durch Beiträge zum Potentialverlauf senkrecht zur Filmebene

• Bandkanten-Sprung	Dipolschicht	Heterostruktur
• Knick, Feldsprung	Flächenladung	δ-Dotierung
• Krümmung	Raumladung	(inhomogene) Dotierung, Elektronenverteilung (Wellenfunktion)

Korrekturen

• Bildkraft	Grenzfläche zwischen Medien unterschiedlicher Polarisierbarkeit, Teil des Hartree-Potentials
• Vielteilcheneffekte	Austauschenergie, Korrelation – e-e-WW
• Nichtparabolizität	Einfluss weiterer Bänder

5. Quantenfilme

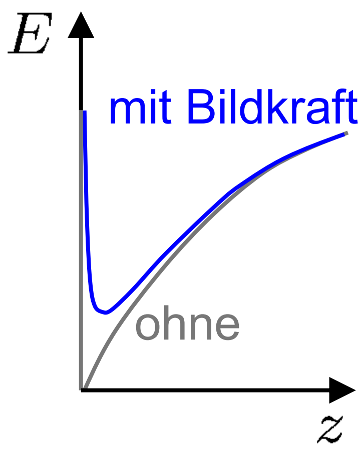
5.2 Subbandstruktur

Einschränkungspotential

Hartree-Potential

Anmerkung zur Bildkraft:

$$V_{\mathrm{im}} = \frac{e}{16\pi\epsilon_{\mathrm{S}} z} \cdot \frac{\epsilon_{\mathrm{S}} - \epsilon_{\mathrm{OX}}}{\epsilon_{\mathrm{S}} + \epsilon_{\mathrm{OX}}}$$



Potential V_{im} ist an der Si/SiO_2-Grenzfläche im Si **repulsiv.**

Berechnungsgrundlage ist meistens die "Effektive Masse-Näherung". Hierbei wird ein

Bandelektron mit $m^*(E(\mathbf{k}))$

verwendet, um die mikroskopische Struktur (Gitterpotential, Grenzflächen) zu eliminieren. Das ist sinnvoll, solange gilt: Quantentopfbreite >> Gitterkonstante

5. Quantenfilme

5.2 Subbandstruktur

Berechnung der Subbandstruktur

Potential

Poisson-Gl.: $$-\frac{\rho(z)}{\epsilon} = \Delta V(z) = \frac{d^2V}{dz^2} \qquad \rho(z) = \rho_{\mathrm{e}}(z) + \rho_{\mathrm{depl}}(z)$$

Niveaustruktur

Schrödinger-Gl.: $$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + eV(\mathbf{r})\right]\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r})$$

Produktansatz: (n = 1, 2, 3, ….)

$\psi_n(\mathbf{r}) =$ (Bloch-Funktion) · (Einhüllende $\zeta_n(z)$) · (ebene Welle $\phi(x,y)$)

Vereinfachte Schrödinger-Gl.: $$-\frac{\hbar^2}{2m_z}\cdot\frac{d^2}{dz^2}\zeta_n + (eV(z) - E_n)\,\zeta_n = 0$$

5. Quantenfilme

5.2 Subbandstruktur

Berechnung der Subbandstruktur

Lösungen

Die Einhüllende $\zeta_n(z)$ der Wellenfunktion $\psi_{\mathrm{n}}(\mathbf{r})$ $\quad n = 1, 2, 3, \ldots$

Daraus Ladungsverteilung: $\rho_n(z) = -eN_n \cdot |\zeta_n(z)|^2 \quad \rho_{\mathrm{e}}(z) = \sum_{\mathrm{n}} \rho_n(z)$

Selbstkonsistente Berechnung:

Poisson-Gleichung: $V(z)$

Schrödinger-Gl.: $\zeta_n(z)$ und $\rho_n(z)$

Subbandstruktur E_n liefert Besetzung N_n

F. Stern, W. E, Howard, Phys. Rev. **163**, 816 (1967); T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern: Rev. Mod. Physics **54**, 437 (1982).

5. Quantenfilme

5.2 Subbandstruktur

Näherungslösung

Startpotential

Dreieckstopf mit unendlich hohen Wänden: $V(z) = F \cdot z \quad (z > 0)$

Schrödinger-Gl. wird zur Airy-DGl., Lösungen sind Airy-Funktionen (Ai):

$$\zeta_n(z) = \mathrm{Ai}\left[\left(\frac{2m_z eF}{\hbar^2}\right)^{1/3}\left(z - \frac{E_n}{eF}\right)\right]$$

$$E_n \approx \left(\frac{\hbar^2}{2m_z}\right)^{1/3}\left[\frac{3\pi}{2}eF\left(n + \frac{3}{4}\right)\right]^{2/3}$$

5. Quantenfilme

5.2 Subbandstruktur

Näherungslösung

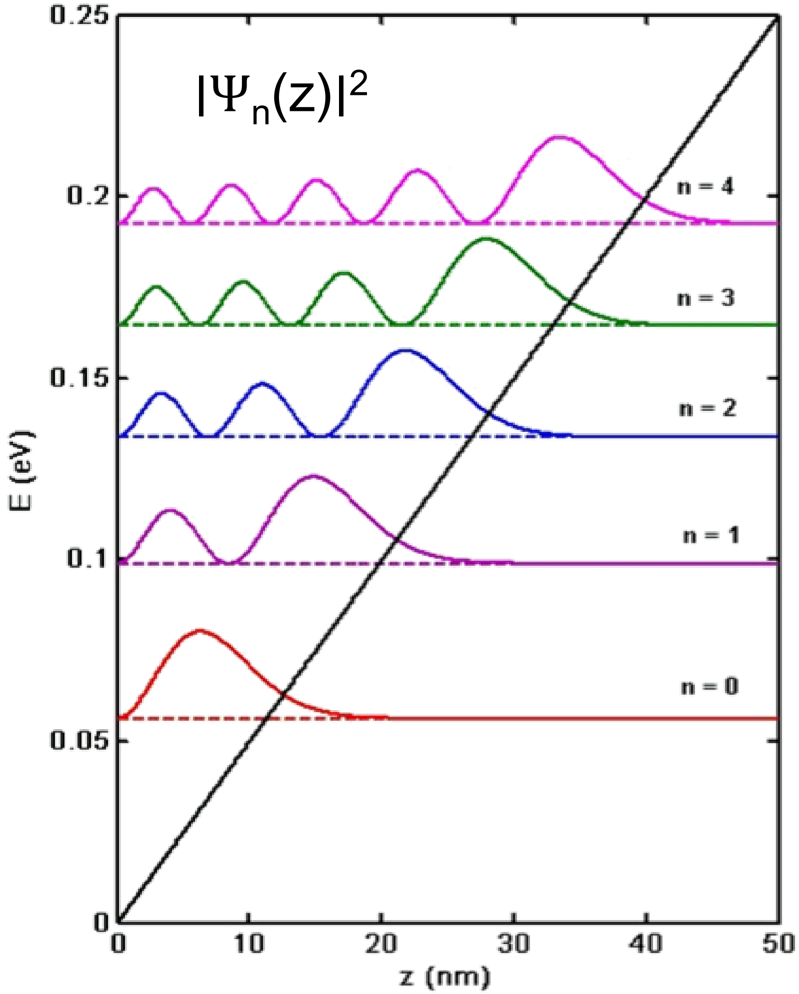
Startpotential

Erwartungswerte für die
Ausdehnung der Wellenfunktion:

$$\langle z \rangle_n = \frac{2E_n}{3eF}$$

$$\langle z^2 \rangle_n = \frac{6}{5} \langle z \rangle_n^2$$

E_n ersetzt kin. Term $\dfrac{\hbar^2 k_z^2}{2m_z}$



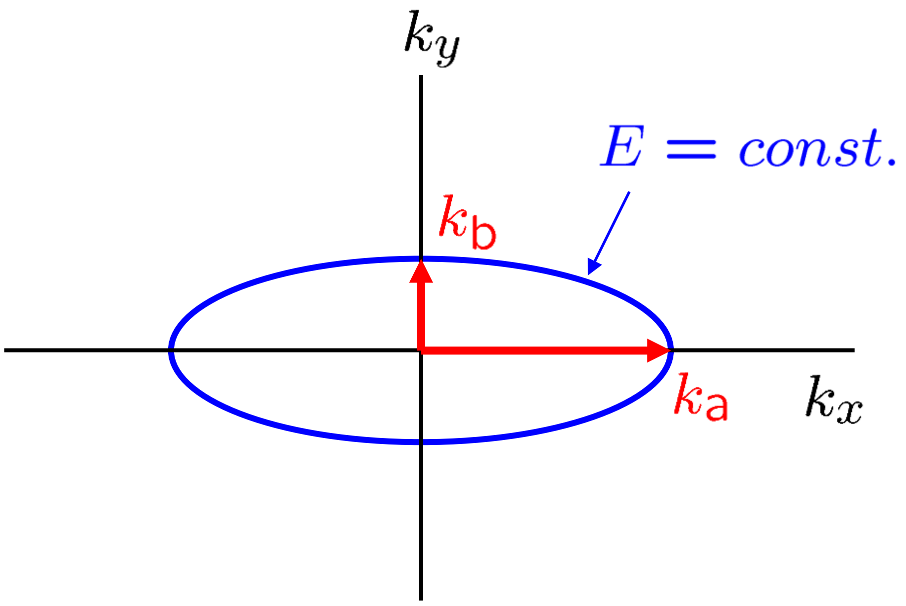
$k_x, \ k_y$ repräsentieren QZ für Freiheitsgrade im 2D-System

5. Quantenfilme
5.2 Subbandstruktur

Linien konstanter Energie

$\mathbf{k}$-Ebene

Hauptmassen eines ellipsoidischen Bandes in der Ebene: $m_x,\ m_y$



Linie konstanter Energie ist Ellipse in der $(k_x,\ k_y)$-Ebene:

$$E = E_n + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y}$$

vgl.:

$$1 = \frac{k_x^2}{k_a^2} + \frac{k_y^2}{k_b^2}$$

$$k_{a,b}^2 = \frac{2m_{x,y}}{\hbar^2}(E - E_n)$$

5. Quantenfilme

5.2 Subbandstruktur

Zustandsdichte

$\mathbf{k}$-Ebene

Anzahl Z der Zustände je Fläche A, also Flächendichte N_k innerhalb der Linie $E = const.$ in der $\mathbf{k}$-Ebene, beträgt für den Eigenwert E_n:

$$Z = \frac{\text{eingeschlossene Fläche in der } \mathbf{k}\text{-Ebene}}{\text{Flächenbedarf eines Zustands}} \cdot \overset{\text{(Spin!)}}{2} = 2\frac{A_k}{(2\pi)^2/A}$$

$$N_k = \frac{Z}{A} = 2\frac{A_k}{(2\pi)^2} = 2\frac{\pi k_a k_b}{4\pi^2} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2(E - E_n)}{\hbar^2}\sqrt{m_x m_y}$$

$$N_k = \frac{\sqrt{m_x m_y}}{\pi\hbar^2}(E - E_n)$$

5. Quantenfilme
5.2 Subbandstruktur

Zustandsdichte

2D-Ladungsdichte

Zustandsdichte mit Valley-Entartungsfaktor g_V und Zustandsdichtemasse m_D:

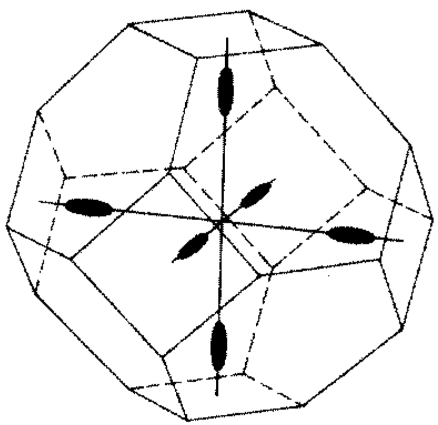
$$D_n = g_\mathrm{V} \frac{\partial N_k}{\partial E} = g_\mathrm{V} \frac{\sqrt{m_x m_y}}{\pi \hbar^2} = g_\mathrm{V} \frac{m_\mathrm{D}}{\pi \hbar^2} = const.$$

Besetzung: $N_n = D_n (E_\mathrm{F} - E_n) \qquad (T = 0)$

$$N_n = D_n \int_{E_n}^{\infty} f(E) dE = D_n k_\mathrm{B} T \ln \left[1 + \exp\left(\frac{E_\mathrm{F} - E_n}{k_\mathrm{B} T} \right) \right] \qquad (T > 0)$$

5. Quantenfilme
5.2 Subbandstruktur

Gewinnung der Linien konstanter Energie



Erweiterte $\mathbf{k}$-Ebene

Projektion der reziproken Gitterpunkte
liefert das ebene Reziproke Gitter
und die Bragg-Linien.

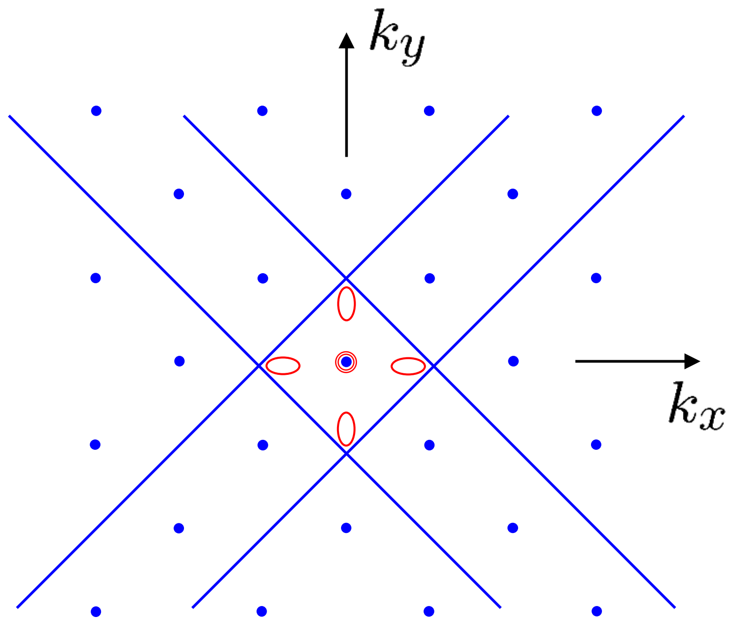
Projektion der Energieflächen
liefert die Linien konstanter Energie.

Effektive Masse m_z je nach Orientierung verschieden.

[001]: $m_z = m_\ell$

[100] und [010]: $m_z = m_t$

Beispiel: Si(001)



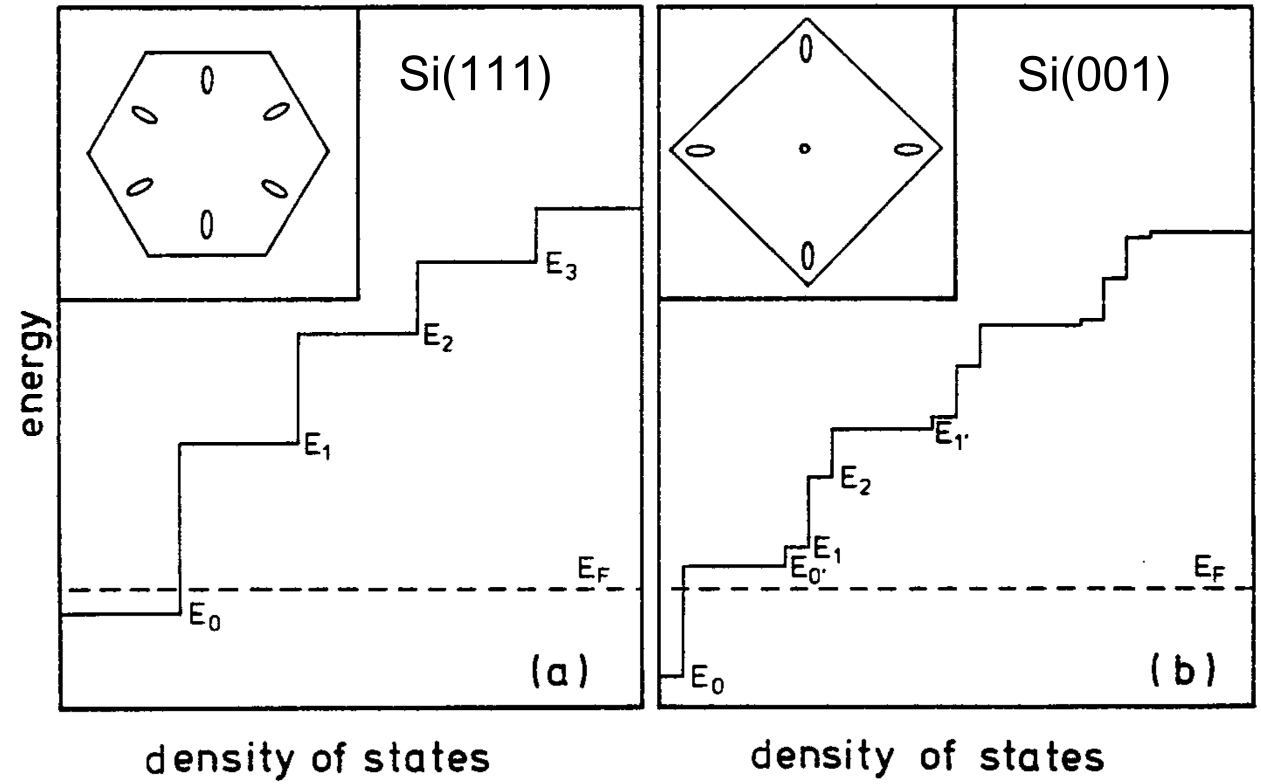
5. Quantenfilme
5.2 Subbandstruktur

Konsequenzen für Si-Elektronensysteme

Subbandstruktur und Zustandsdichte

Je nach m_z verschiedene Subbandserien

Je nach $m_x, \; m_y$ verschiedene Zustandsdichten



U. Kunze, J. Phys. C **17**, 5677, (1984).

5. Quantenfilme

5.2 Subbandstruktur

Konsequenzen für Si-Elektronensysteme

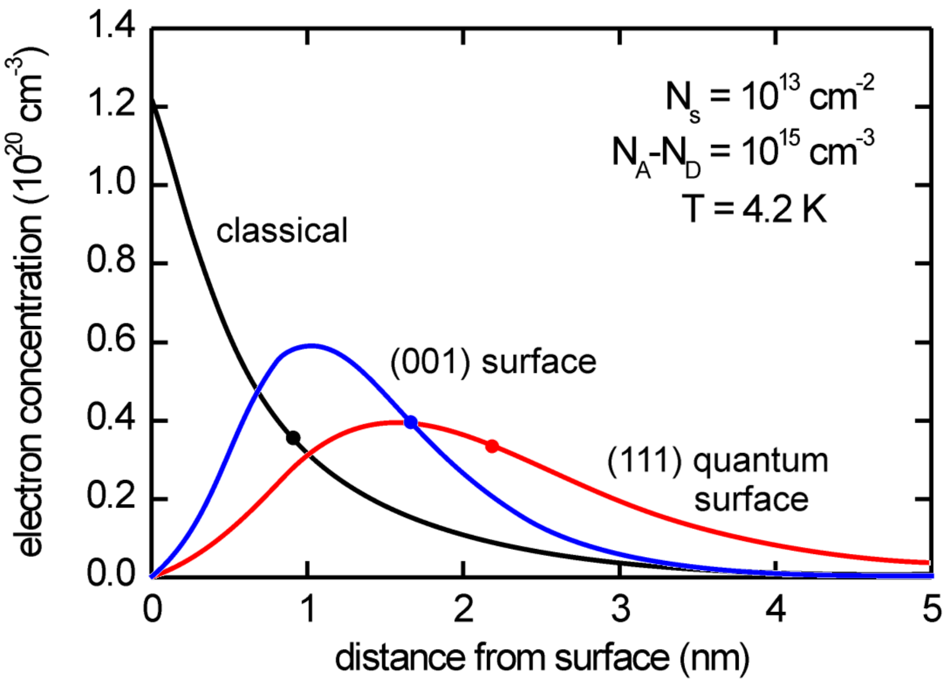
Wellenfunktion

Ausdehnung der Wellenfunktion hängt ab von der Oberflächenorientierung

$$\rho_n(z) = -eN_n \cdot |\zeta_n(z)|^2$$

$$\langle z \rangle_n = \int_0^\infty z|\zeta_n(z)|^2 dz$$

Ergebnisse im elektrischen Quantenlimes (n = 0) für (001) und (111)



5. Quantenfilme

5.3 Elektronischer Transport

Gleichstromleitfähigkeit

Gatesteuerung

Schichtleitfähigkeit $\sigma = eN_\mathrm{S}\mu$

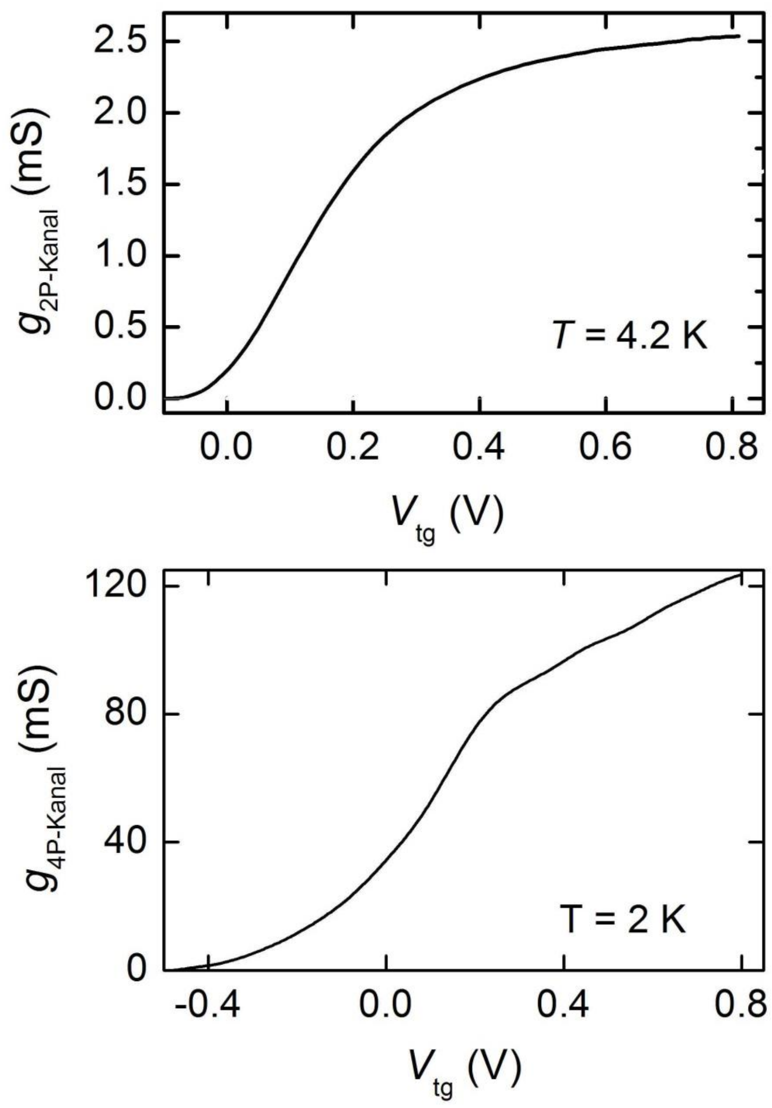
[S = Ω^{-1} = A/V]

Kanalleitwert $g_\mathrm{D} = \frac{W}{L}\sigma$

Steuerkennlinie $g_\mathrm{D} = f(V_\mathrm{g})$

Streueigenschaften sind in der Beweglichkeit enthalten $\mu = \frac{e\tau_\mathrm{e}}{m^*}$

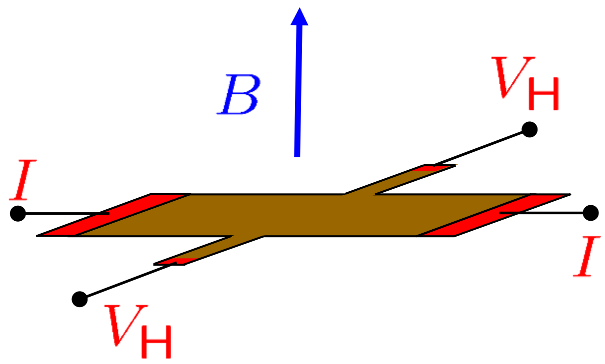
Beispiel von zwei AlGaAs/GaAs HEMTs



5. Quantenfilme

5.3 Elektronischer Transport

Messung der Beweglichkeit



1. Hall-Effekt, μB << 1 (s. 5.6), aus Hall-Koeffizient

$$R_\mathrm{H} = \frac{r_\mathrm{H}}{eN_\mathrm{S}} \qquad \text{Hall-Faktor} \quad r_\mathrm{H} = \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2} \approx 1$$

mit $\langle \tau^p \rangle = \int_0^\infty \tau^p(E) \cdot f(E)\; dE$ (abh. vom Streumechanismus)

Messung von σ und R_H liefert "Hall-Größen"

$$N_\mathrm{sH} = \frac{N_\mathrm{S}}{r_\mathrm{H}} = \frac{1}{eR_\mathrm{H}} \qquad \mu_\mathrm{H} = r_\mathrm{H}\mu = \frac{\sigma}{eN_\mathrm{sH}}$$

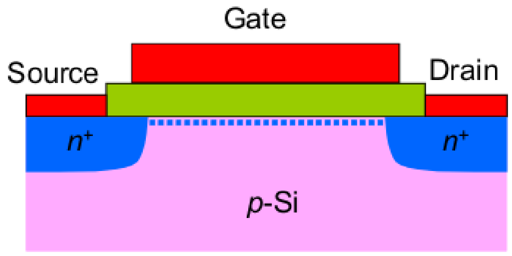
5. Quantenfilme

5.3 Elektronischer Transport

Messung der Beweglichkeit

2. Feldeffekt, Aufbau als Plattenkondensator (Si-MOS)

$$eN_{\mathrm{s}} = \frac{C}{A} \cdot \Delta V = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{\mathrm{ox}}}{d_{\mathrm{ox}}} (V_{\mathrm{g}} - V_{\mathrm{t}})$$



daraus $$N_{\mathrm{s}} = f(V_{\mathrm{g}})$$

Fehler: Messung von V_{t} erfasst schlecht die lokalisierten Elektronen.

Ergebnis: "**effektive Beweglichkeit**" $$\mu_{\mathrm{eff}} = \frac{\sigma}{eN_{\mathrm{s}}}$$

5. Quantenfilme
5.3 Elektronischer Transport

Messung der Beweglichkeit

3. Schubnikov-de Haas-Effekt,
$\mu B \approx 1$ (s. 4.3)

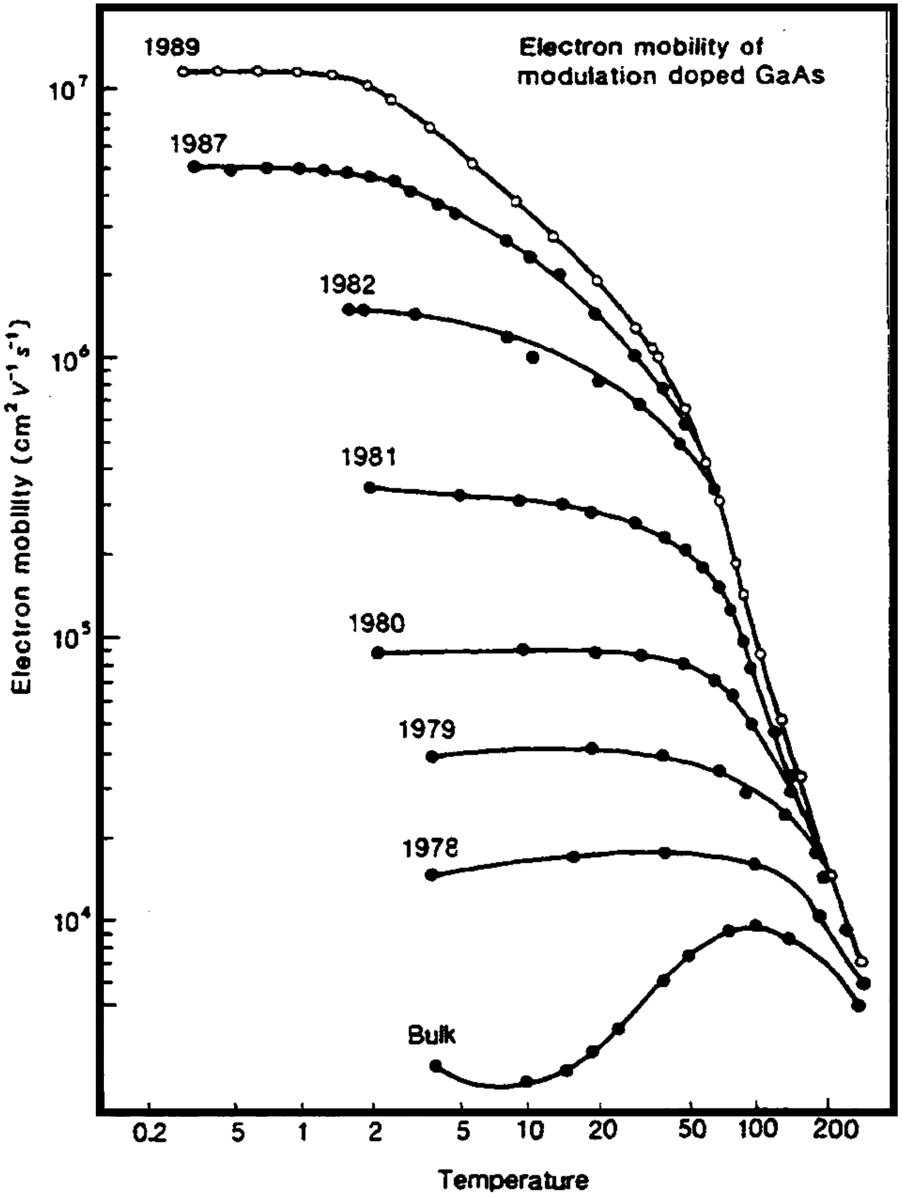
daraus $$N_{\mathrm{s}n} = f(V_{\mathrm{g}})$$

$$N_{\mathrm{s}} = \sum_n N_{\mathrm{s}n}$$

SdH-Beweglichkeit:

$$\mu = \frac{\sigma}{e N_{\mathrm{s}}}$$

Beweglichkeit in AlGaAs/GaAs



L. Pfeiffer *et al.*, Phys. Lett. **55**, 1888-1890 (1989)

5. Quantenfilme

5.3 Elektronischer Transport

Streuung durch Phononen

Akustisches Deformationspotential:

LA, hohe *T*

$$\langle \tau_{\mathrm{ac}} \rangle \propto T^{-3/2}$$

Piezoelektrisch:

LA, TA, hohe *T*

$$\langle \tau_{\mathrm{pe}} \rangle \propto T^{-1/2}$$

Optisches Deformationspotential:

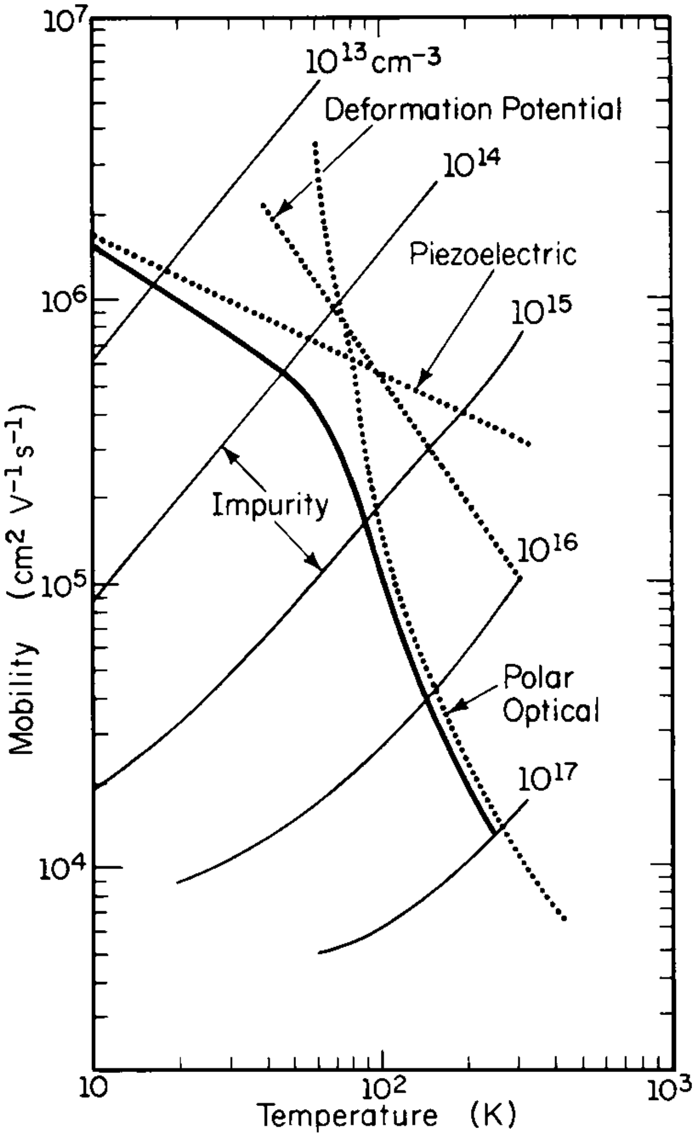
LO, hohe *T*

$$\langle \tau_{\mathrm{op}} \rangle \propto \frac{\Theta_{\mathrm{D}}}{T} \left(\exp \frac{\Theta_{\mathrm{D}}}{T} - 1 \right)$$

Polar optisch:

LO (!), hohe *T*

$$\langle \tau_{\mathrm{po}} \rangle \propto \exp \frac{\Theta_{\mathrm{D}}}{T}$$



H.T. Grahn: Introduction to semiconductor physics. World Scientific, Singapore 1999;
H. Morkoç, In "The technology and physics of molecular beam epitaxy", Ed. E.H.C. Parker, Plenum, New York 1985, pp. 185-231

5. Quantenfilme

5.3 Elektronischer Transport

Streuung durch Störstellen

Neutrale Störstellen

keine Abhängigkeit von N_s $$\langle \tau_{nim} \rangle \propto \frac{1}{N_{nim}}$$

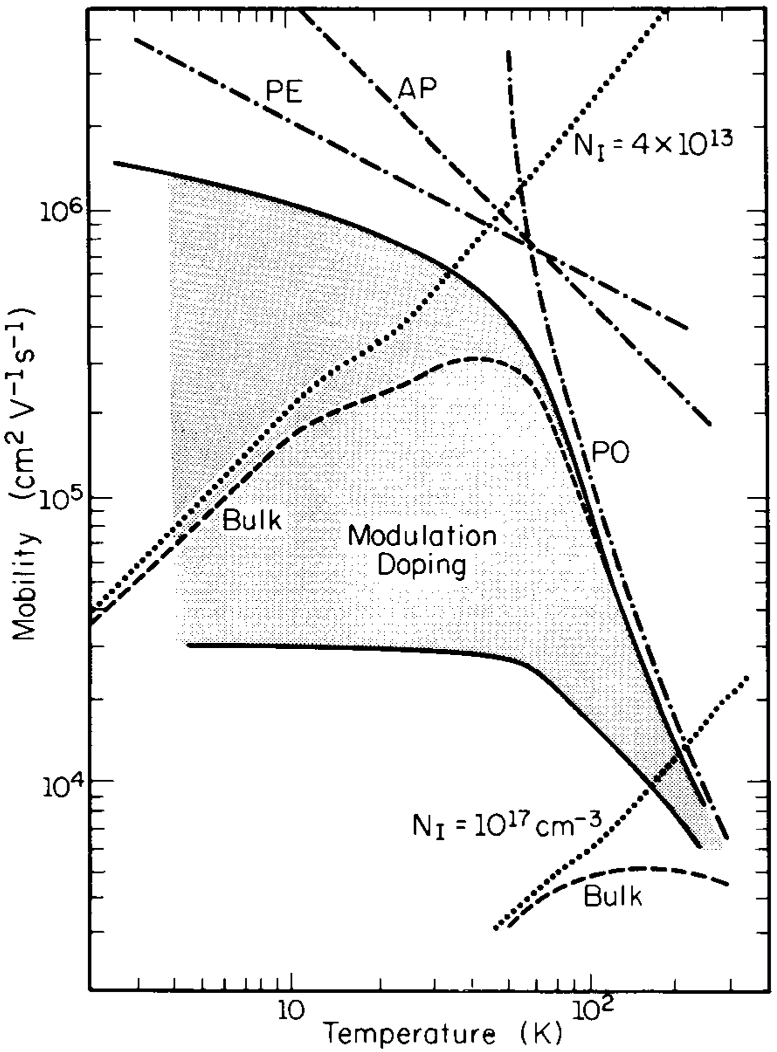
Ionisierte Störstellen

3D-HL $$\langle \tau_{ion} \rangle \propto \frac{1}{N_{ion}} T^{+3/2}$$

Räumlich entfernte Ionen

im 2D-Elektronensystem

$$\langle \tau_{ion} \rangle \propto \frac{1}{N_{ion}} N_s^{3/2} \cdot d_{sp}^3$$



5. Quantenfilme

5.3 Elektronischer Transport

Streumechanismen

Intersubband-Streuung

durch Coulomb-Zentren

Beweglichkeit je nach $N_{s1}, \; N_{s2}$

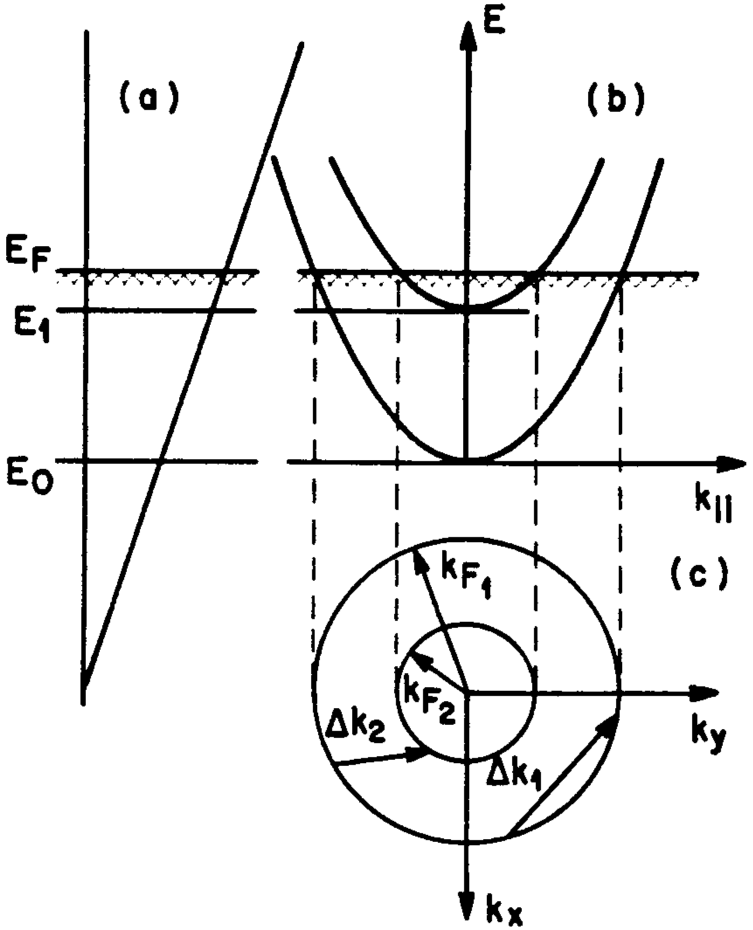
im unteren oder oberen Subband höher

Rauigkeitsstreuung

im asymmetrischen Potential bei hohen N_s

Legierungsstreuung

starke Neutral-Störstellenstreuung

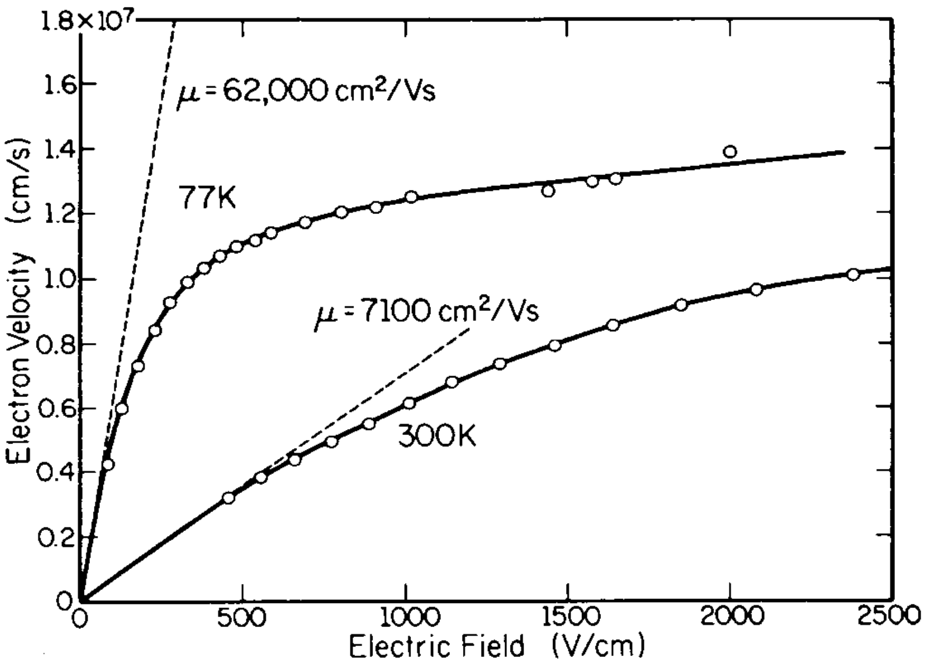


H. L. Störmer *et al.*, Solid State Commun. **41**, 707 (1982);
R. M. Kusters *et al.*, Phys. Rev. B **46**, 10207-10214 (1992)

5. Quantenfilme
5.3 Elektronischer Transport

Streumechanismen: Warme und heiße Ladungsträger

Im elektrischen Feld gewinnen die Elektronen zwischen den Stößen Energie. Diese geben sie durch Anregung von **Phononen** an das Gitter ab. Bei hohen Feldern ist diese Abgabe im Mittel unvollständig, die **Nichtgleichgewichts-Verteilungsfunktion** lässt sich durch eine **erhöhte Temperatur** beschreiben. Die Relaxation erfolgt hauptsächlich über **optische Phononen**.



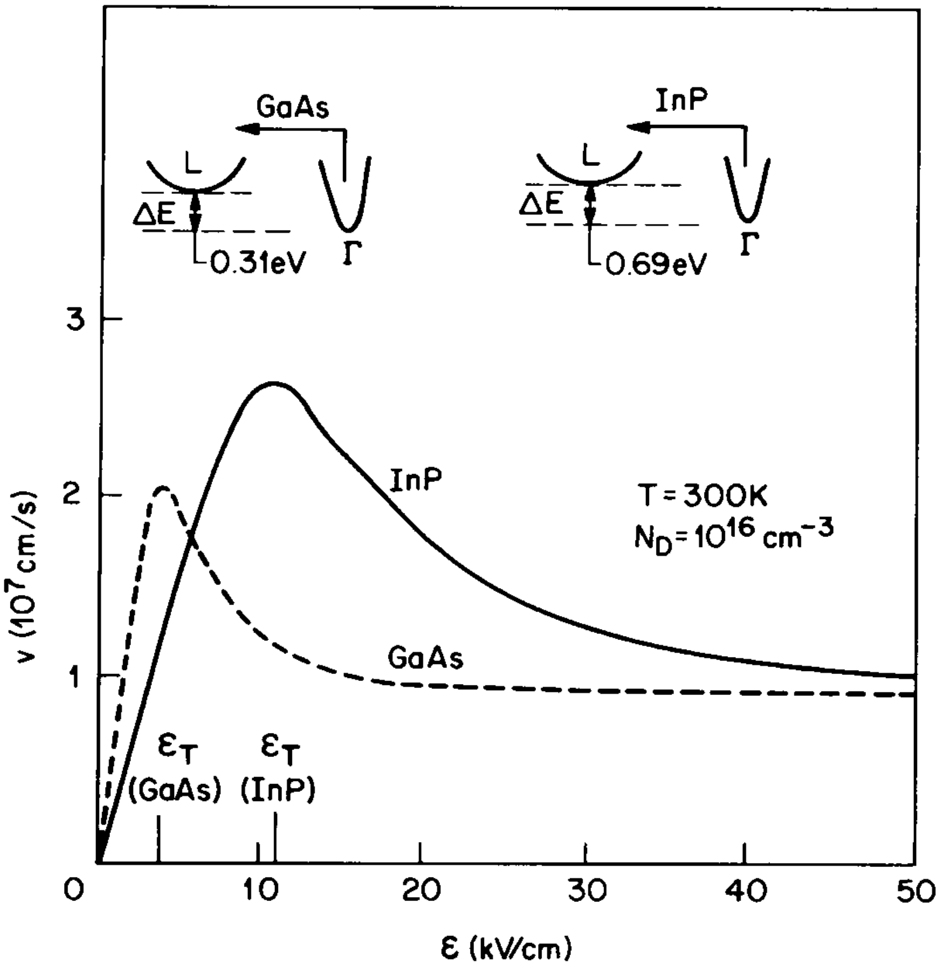
F. Stern, In "Physics and applications of quantum wells and superlattices", Eds: E.E. Mendez, K. v. Klitzing, Plenum, New York 1987,pp. 133-157

5. Quantenfilme
5.3 Elektronischer Transport

Streumechanismen: Intervalley-Streuung

In hohen elektrischen Feldern reicht die gewonnene Energie aus für die Anregung kurzwelliger **Phononen**, $\Delta E = \hbar\omega_{\mathrm{ph}}$, dadurch werden Streuungen in weit entfernte (Δ**k**) Energietäler höherer Energie möglich.

Satellitentäler in III-V-Halbleitern haben typisch höhere effektive Massen, also geringere Beweglichkeit: Die Driftgeschwindigkeit sinkt durch den Transfer.



S.M. Sze: High-speed semiconductor devices. Wiley, New York 1990

5. Quantenfilme

5.3 Elektronischer Transport

High-Electron-Mobility Transistoren für HF-Anwendungen

Anforderungen Material

- Material mit hoher Beweglichkeit bei 300 K
- Elektronen-Kanal ($\mu_e > \mu_h$)
- Hohe Sättigungs-Driftgeschwindigkeit
- Satellitental weit entfernt (kein v_{drift}-Abfall)

Anforderungen Technologie

- Hohe Elektronendichte (> $2x10^{12}$ cm^{-2})
- Kurze Kanallänge (Transitzeit t_{trans})
- Geringer Abstand Gate-Kanal: Recess (short-channel effects)
- Geringer Kontaktwiderstand ($R_{S,D}$)
- Geringer Gate-Widerstand (**T**-Gate)

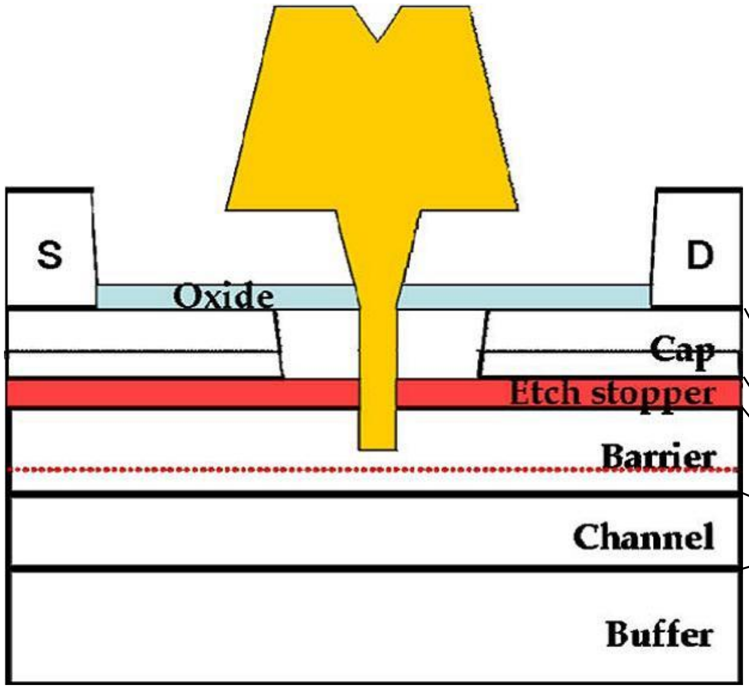
InGaAs-HEMT: InGaAs cap / InP insulator / InAlAs barrier / Si δ-doping / InAlAs spacer / In(Ga)As channel / InAlAs buffer / InP substrate

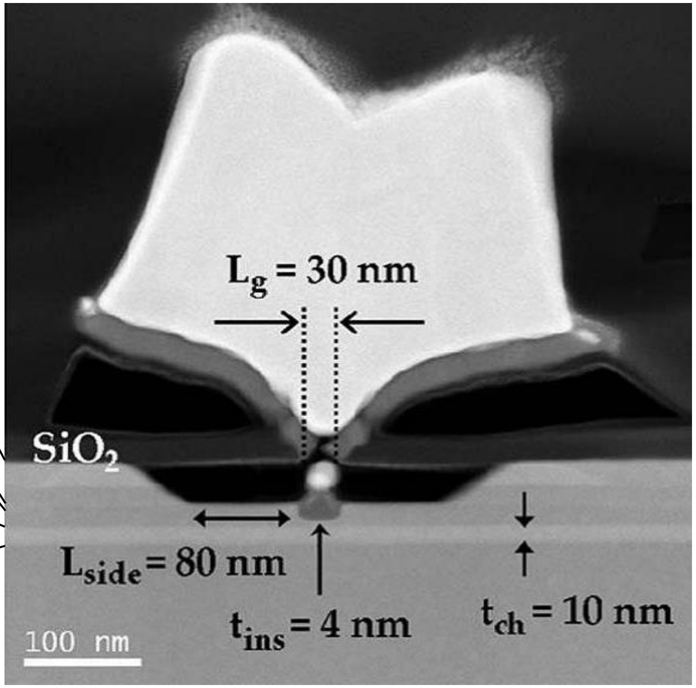
Y. Yamashita *et al.*, IEEE Electron Device Lett. **23**, 573 (2002)

5. Quantenfilme
5.3 Elektronischer Transport

High-Electron-Mobility Transistoren für HF-Anwendungen

Aufbau eines HEMTs





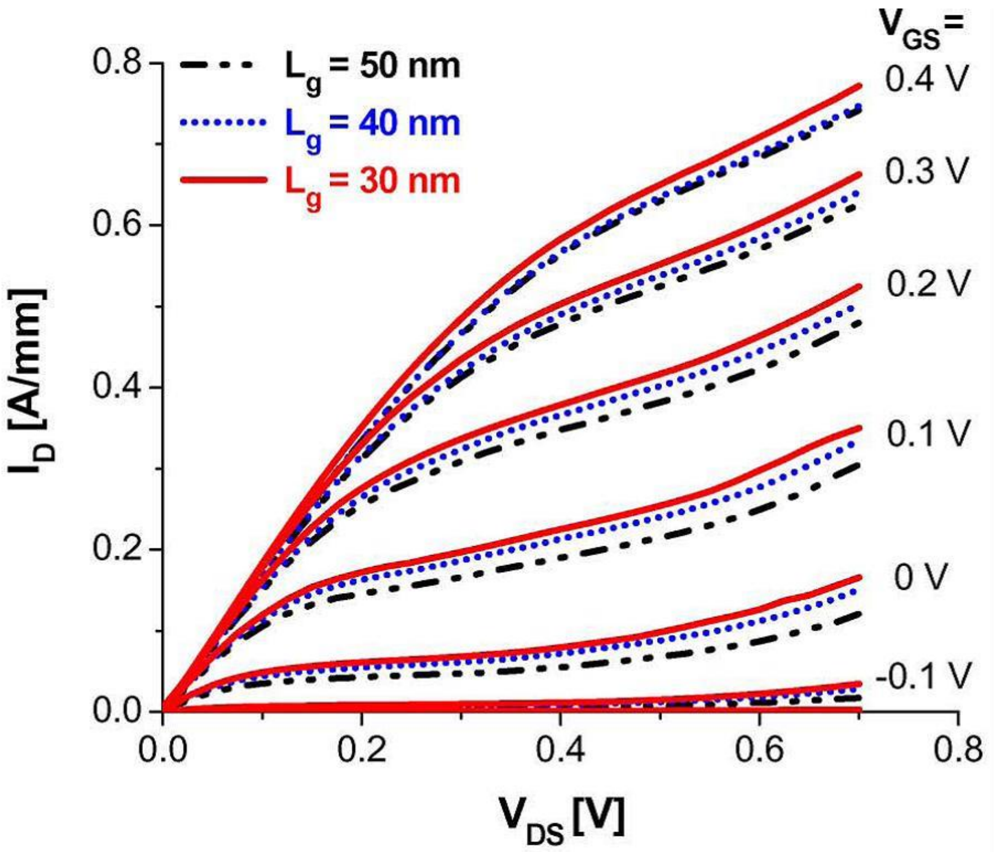
D.-H. Kim, J.A. del Alamo, IEEE Electron Device Lett. **29**, 830 (2008)

5. Quantenfilme

5.3 Elektronischer Transport

High-Electron-Mobility Transistoren für HF-Anwendungen

Kennlinien des HEMTs



Kanal-Aufbau:

2 nm $In_{0.53}Ga_{0.47}As$

5 nm InAs

3 nm $In_{0.53}Ga_{0.47}As$

Kanal-Daten:

$n_S = 2.9 \times 10^{12}$ cm^{-2}

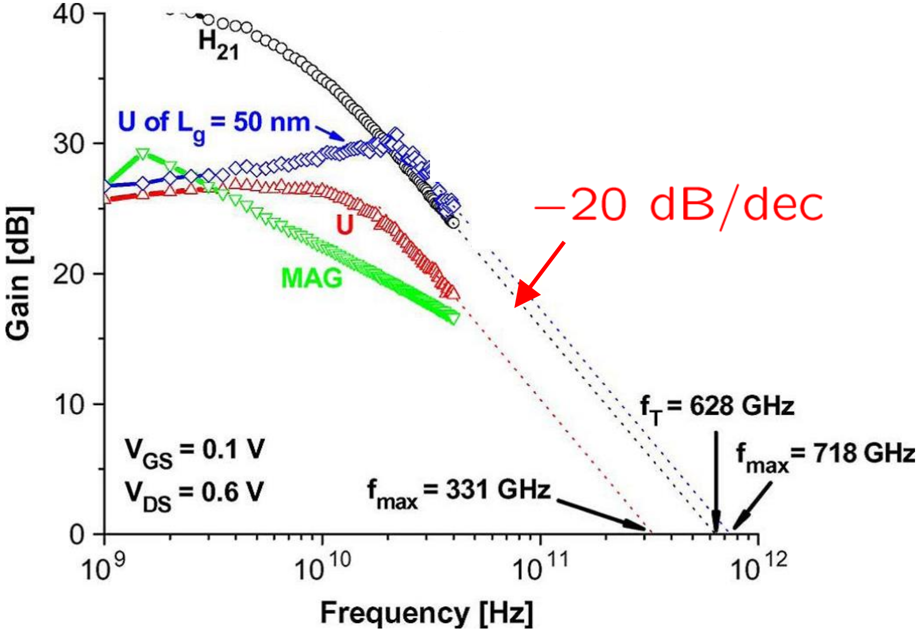
$\mu = 13\,200$ cm^2/Vs

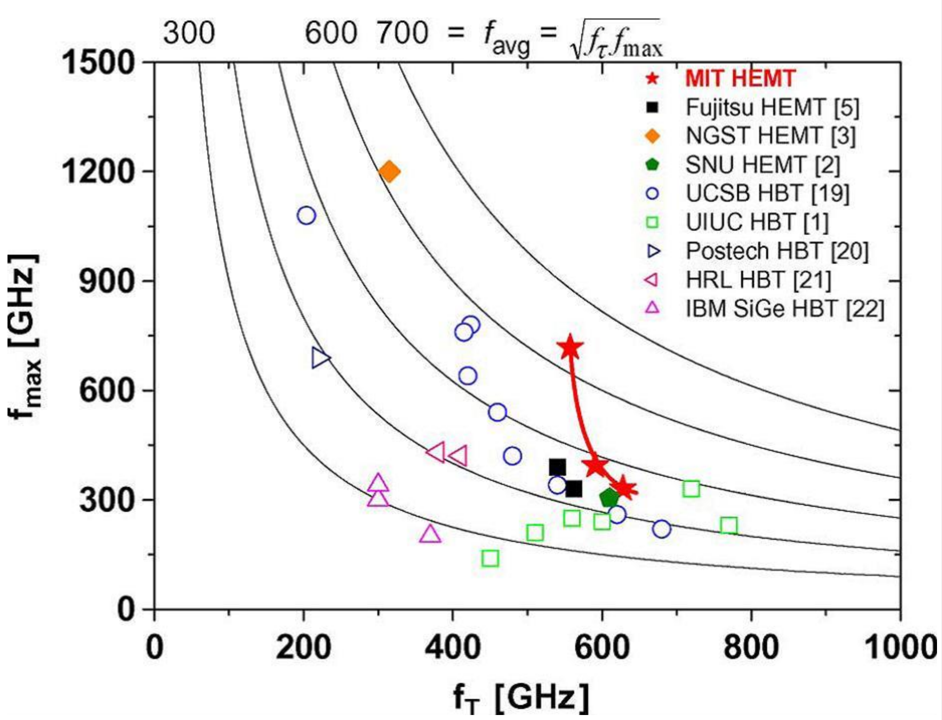
5. Quantenfilme
5.3 Elektronischer Transport

High-Electron-Mobility Transistoren für HF-Anwendungen

HF-Verstärkung des HEMTs und Vergleich mit anderen HEMTs und HBTs

H_{21} = current gain (f_T)
U = unilateral power gain (f_{max})
MAG = maximum available gain (f_{max})





5. Quantenfilme

5.3 Elektronischer Transport

High-Electron-Mobility Transistoren für HF-Anwendungen

Vergleich von Verstärkern auf der Basis von InGaAs-HEMTs

COMPARISON OF REPORTED TMIC AMPLIFIERS AROUND 670 GHz

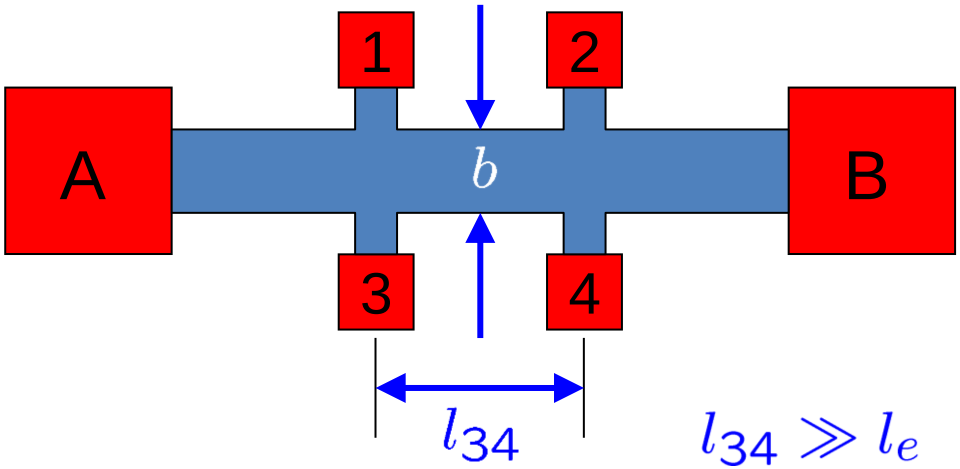
Ref.	Technology	Topology	P_{DC} (mW)	Gain (dB)	Frequency (GHz)
[14]	130-nm InP HBT	9-stage common-base	126	20–22	580–680
[1]	30-nm InP HEMT	10-stage common-source	78	26–30	610–690
[15]	25-nm InP HEMT	10-stage common-source	–	23–29	650–710
[16]	35-nm InGaAs mHEMT	10-stage common-source	25	12–15	660–750
[9]	35-nm InGaAs mHEMT	6-stage cascode	40	25–30	630–690
this work	20-nm InGaAs-OI HEMT	9-stage cascode	76	30–33	660–700

L. John et al., IEEE Microwave & Wireless Comp. Lett. 32, 728 (2022)

5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Hall-Geometrie



$l_{34} \gg l_e$

$l_{AB} \gg b$

Drude: Tensor für lange Probe

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix}$$

2DEG: $J = I/b$ [A/m]

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \rho_0 = \frac{m^*}{N_S e^2 \tau} \quad [\Omega]$$

$$\rho_{xy} = -\rho_{yx} = \frac{B}{eN_S} \quad [\Omega]$$

$J_y = 0$

$\odot$ **B**

$$F_x = \rho_{xx} J_x = \rho_0 J_x$$

$$F_y = -\rho_{xy} J_x = -\frac{B}{eN_S} J_x$$

J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

5. Quantenfilme
5.4 Magnetotransport

Hall-Geometrie

Drude: Tensor für lange Probe

Längswiderstand

$$R_{12} = \frac{V_{12}}{I} = \frac{F_x \cdot l}{J_x \cdot b} = \rho_{xx}\frac{l}{b} = \rho_0 \frac{l}{b}$$

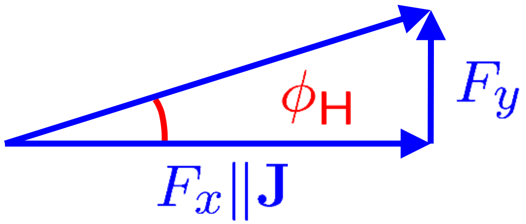
Hall-Widerstand

$$R_{13} = \frac{|V_{13}|}{I} = \frac{|F_y| \cdot b}{J_x \cdot b} = |\rho_{xy}| = \frac{B}{eN_\mathrm{S}}$$

Hall-Winkel

$$\tan\phi_\mathrm{H} = \frac{|F_y|}{F_x} = \frac{B}{eN_\mathrm{S}} \cdot \frac{1}{\rho_0} = \frac{B}{eN_\mathrm{S}} \cdot \frac{N_\mathrm{S} e^2 \tau}{m^*}$$

$$= \mu B = \omega_c \tau$$



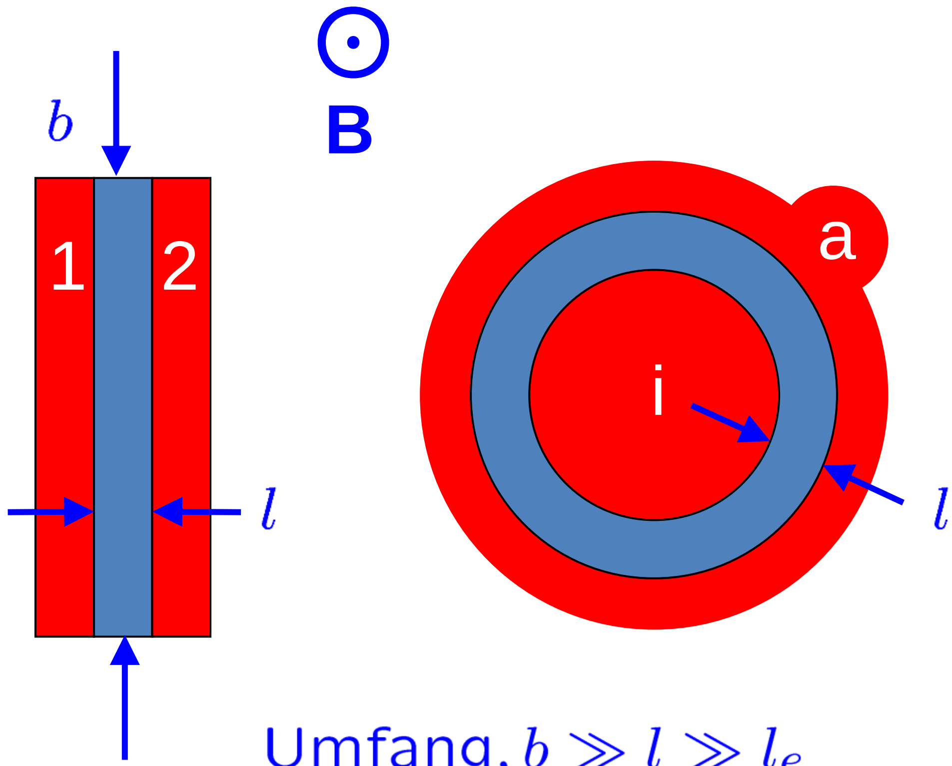
Alle Resultate gelten nur für $\omega_c \tau \ll 1$

5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Corbino-Geometrie

Das Hall-Feld verschwindet
wie in einer unendlich
breiten Probe ($F_y = 0$).



Umfang, $b \gg l \gg l_e$

Tensor für unendlich breite Probe

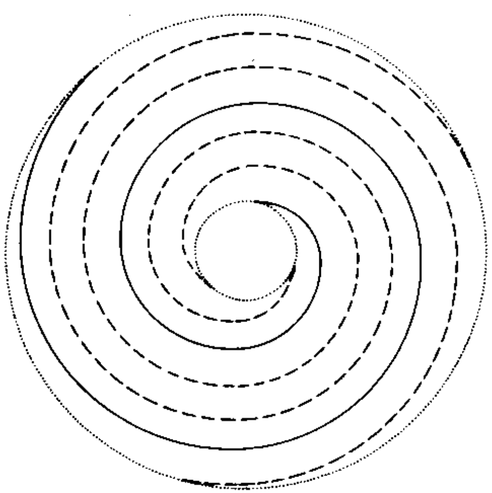
$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$$

Tensor invertieren: $\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{|\boldsymbol{\rho}|}\boldsymbol{\rho}$ $\quad |\boldsymbol{\rho}| = \rho_{xx}\rho_{yy} - \rho_{xy}\rho_{yx} = \rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2$

5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Corbino-Geometrie



$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} = \frac{\sigma_0}{1 + \mu^2 B^2} \qquad [S]$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} = \sigma_0 \frac{\mu B}{1 + \mu^2 B^2} \qquad [S]$$

Längswiderstand: $$R_{12} = \frac{V_{12}}{I} = \frac{F_x \cdot l}{J_x \cdot b} = \frac{l}{\sigma_{xx} b} = \frac{l}{\sigma_0 b}\left(1 + \mu^2 B^2\right)$$

Der Anstieg entsteht durch eine Wegverlängerung entlang einer log. Spirale.

$\boxed{\text{Alle Resultate gelten nur für } \omega_c \tau \ll 1}$

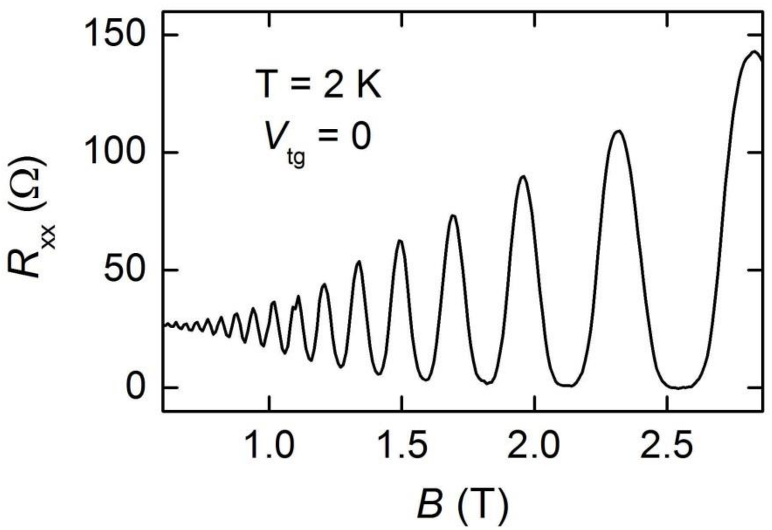
R. J. Nicholas, In "Physics and applications of quan-tum wells and superlattices", Eds: E.E. Mendez, K. v. Klitzing, Plenum, New York 1987,pp. 249-259

5. Quantenfilme

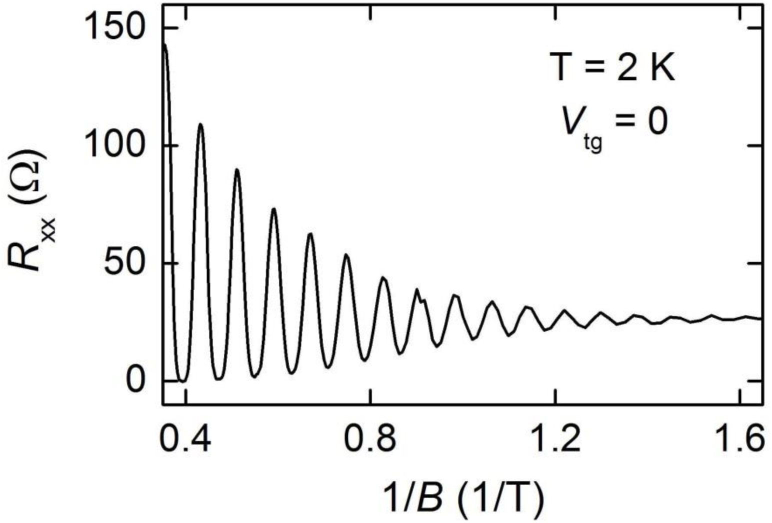
5.4 Magnetotransport

Schubnikov-de Haas-Effekt

AlGaAs/GaAs-HEMT



Bei $\omega_c\tau \approx 1$ beginnt die Überlagerung der Verläufe für ρ_{xx} oder σ_{xx} mit **Quantenoszillationen**.



Bei fester Gatespannung (Dichte) oszilliert der Leitwert **periodisch über dem reziproken Magnetfeld**.

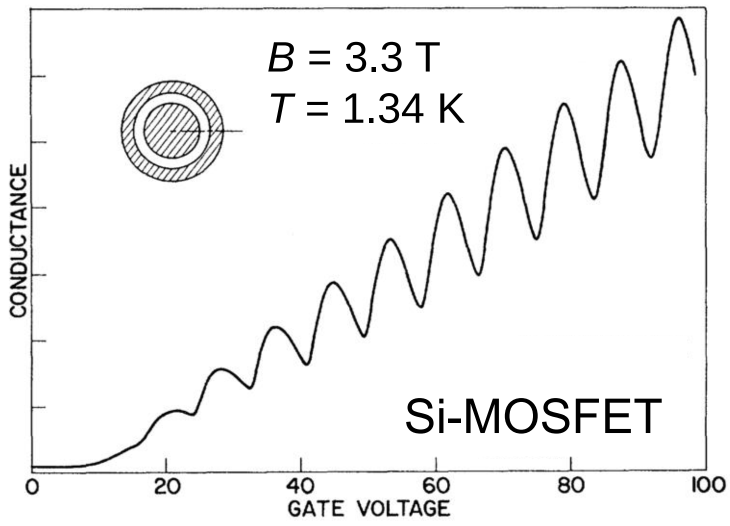
5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

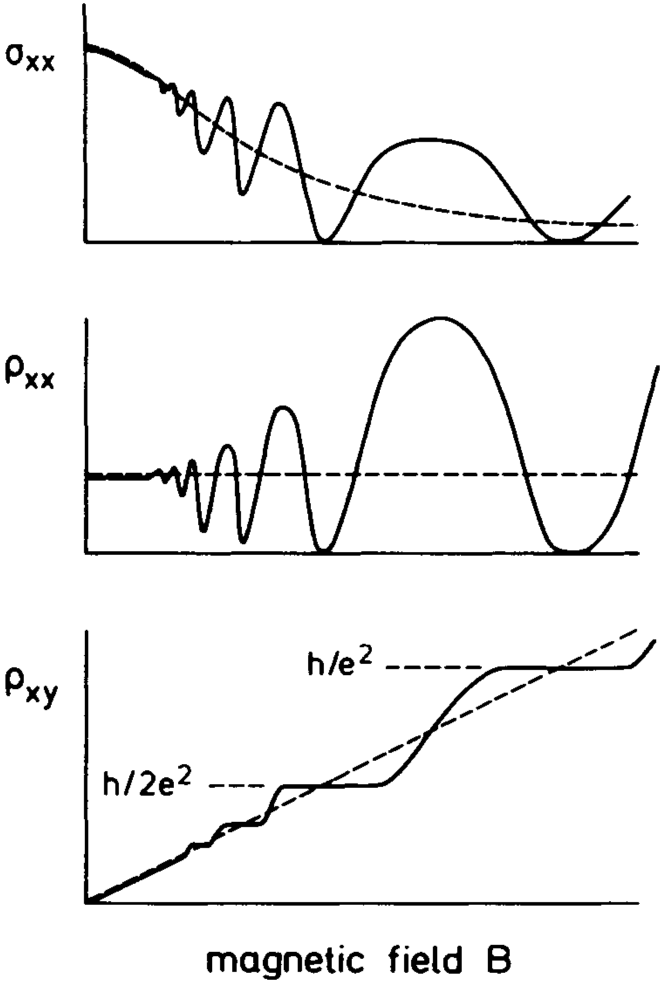
Schubnikov-de Haas-Effekt

Bei $\omega_c\tau \approx 1$ beginnt die Überlagerung der Verläufe für ρ_{xx} oder σ_{xx} mit **Quantenoszillationen**.

Bei festem Magnetfeld oszilliert der Leitwert **periodisch über der Dichte (Gatespannung)**.



AlGaAs/GaAs-HEMT



K. v. Klitzing, In "Physics and applications of quantum wells and superlattices", Eds: E.E. Mendez, K. v. Klitzing, Plenum, New York 1987,pp. 229-248;
A. B. Fowler, F. F. Fang. W. E. Howard, P. J. Stiles, Phys. Rev. Lett. 16, 901 (1966)

5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Magnetische Quantisierung

Ursache der **Quantenoszillationen** ist die **Landau-Quantisierung** durch eine periodische Kreisbewegung der Elektronen. Die Kreisbahn mit der Quantenzahl l hat den Radius

$$r_l = \left(\frac{\hbar}{eB}(2l+1)\right)^{1/2}$$

unabhängig von m*

es folgt aus

$$\frac{\hbar^2}{2m^*}k_l^2 = \hbar\omega_c\left(l+\frac{1}{2}\right)$$

$$k_l = r_l \cdot \frac{eB}{\hbar} = \left(\frac{eB}{\hbar}(2l+1)\right)^{1/2}$$

$r_l(nm)$	B = 1 T	B = 17 T
$l=0$	25.7	6.2
$l=10$	118	28.5

J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Magnetische Quantisierung

Die senkrechte Komponente des Magnetfelds bewirkt eine Quantisierung auch der schichtparallelen Bewegung in **Landau-Niveaus**. Deren Energie ist gegeben durch ein harmonisches magnetisches Einschlusspotential. Bei hohen Magnetfeldern spalten die Landau-Niveaus zusätzlich in **Spin-Niveaus** auf und zeigen ggf. auch die **Valley-Aufspaltung**.

$$E = E_n + \hbar\omega_c\left(l + \frac{1}{2}\right) \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B_{tot} \left(\pm\frac{1}{2}\Delta E_V\right)$$

Valley Aufspaltung

Subband

Landau-Aufspaltung

Spin-Aufspaltung $\quad g^* \mu_B B_{tot} = g^* \frac{e\hbar}{2m} B_{tot}$

$$E_l = \hbar\omega_c\left(l + \frac{1}{2}\right) \qquad \hbar\omega_c = \hbar\frac{eB_\perp}{m^*} \qquad \left(= \frac{g^* m^*}{2m}\hbar\omega_c, B = B_{tot}\right)$$

J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Magnetische Quantisierung

Die Zustandsdichte der **Landau-Niveaus** ist diskret: Die Landau-Kreise füllen die Fläche entsprechend der Dichte der magnetischen Flusslinien (hohe Entartung):

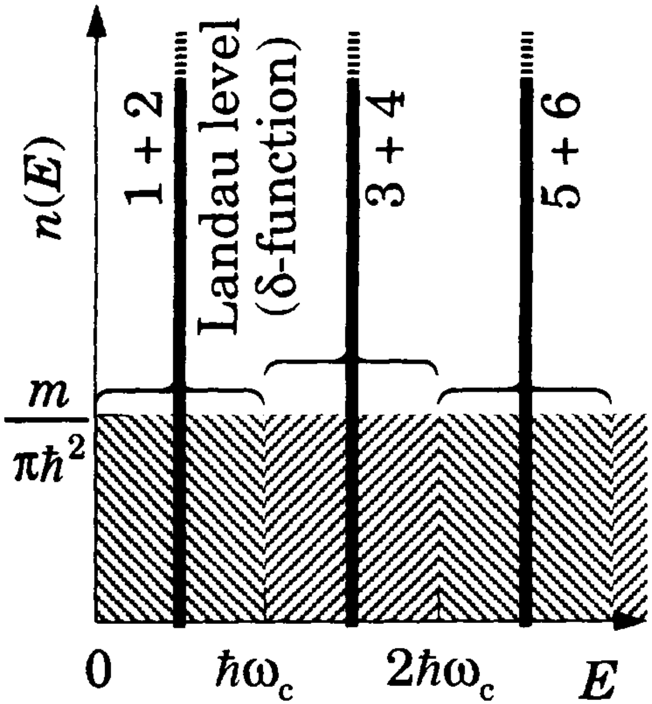
$$N_l = 2g_{\mathrm{V}}\frac{1}{A}\frac{\phi}{\phi_0} = 2g_{\mathrm{V}}\frac{eB}{h}$$

$$\phi_0 = 4.1 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{Vs}$$

Dabei werden die Zustände für $B = 0$ durch

das Magnetfeld gebündelt:

$$D_0 \cdot \hbar\omega_{\mathrm{C}} = 2g_{\mathrm{V}}\frac{m^*}{2\pi\hbar^2} \cdot \frac{\hbar eB}{m^*} = 2g_{\mathrm{V}}\frac{eB}{2\pi\hbar} = N_l$$



J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

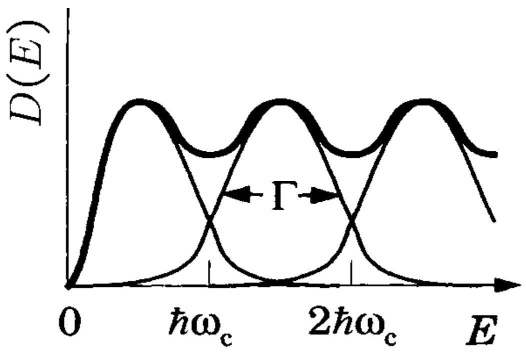
Magnetische Quantisierung: mittlere Felder, $\omega_C\tau \approx 1$

Der **Schubnikov-de Haas-Effekt** entsteht im Bereich niedriger Felder mit sinusförmigen Oszillationen. Ihre Amplitude ist durch die Relation zwischen dem Niveauabstand ($\hbar\omega_C$) und der Halbwertsbreite (Γ) infolge von Stößen ($\hbar/\tau$) und endlicher Temperatur (kT) bestimmt.

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{1+\omega_C^2\tau^2}\left[1 - 2A_\tau \cdot A_T \cdot \cos\left(2\pi\frac{E_F - E_0}{\hbar\omega_C}\right)\right]$$

$$A_\tau = \frac{\omega_C^2\tau^2}{1+\omega_C^2\tau^2}\exp\left(-\frac{\pi}{\omega_C\tau}\right), \quad \frac{1}{\omega_C\tau} = \frac{\hbar/\tau}{\hbar\omega_C}$$

$$A_T = \frac{2\pi^2 kT/\hbar\omega_C}{\sinh(2\pi^2 kT/\hbar\omega_C)}$$



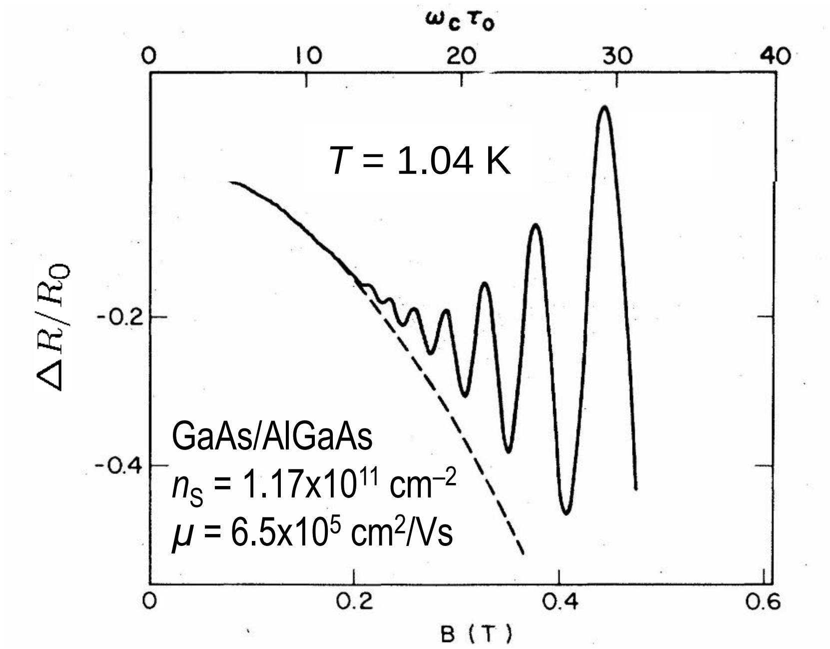
J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

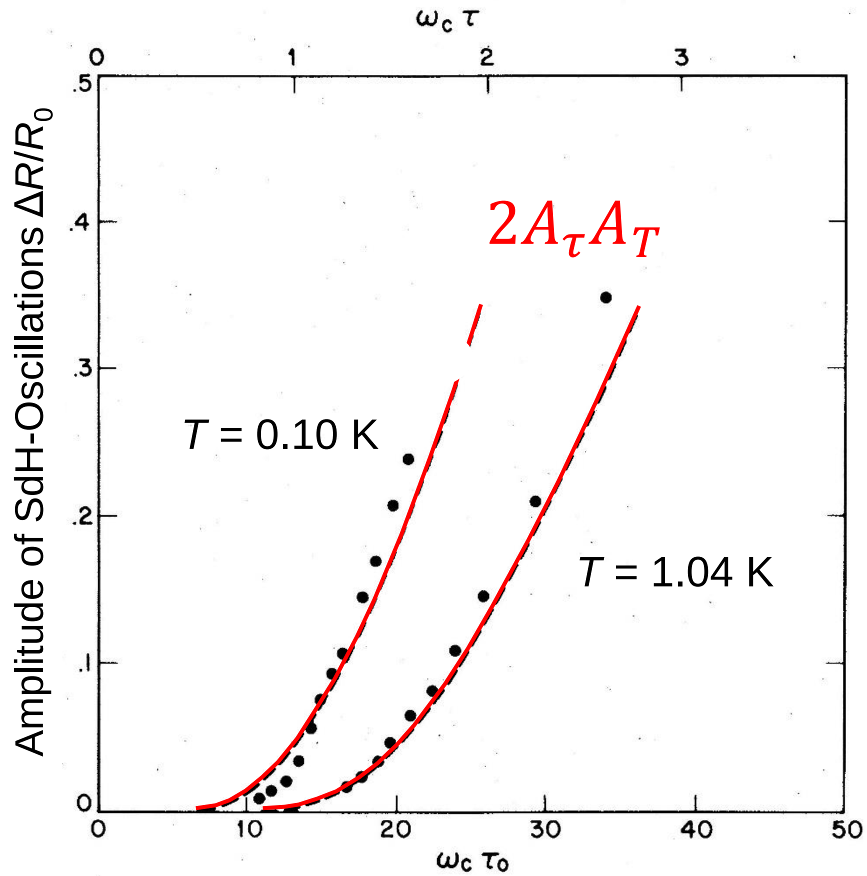
5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Magnetische Quantisierung: mittlere Felder, $\omega_c \tau \approx 1$

Die Analyse der Oszillationsamplitude als Funktion von $1/B$ liefert die Stoßverbreiterung $\hbar/\tau$. Die "**Dingle-Relaxationszeit**" τ ist nicht identisch mit der Impulsrelaxationszeit τ_O für die Beweglichkeit.





M.A. Paalanen, D.C. Tsui, J.C.M. Hwang, Phys. Rev. Lett. **24**, 2226 (1983)

5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Magnetische Quantisierung: mittlere Felder, $\omega_c \tau \approx 1$

Der **Schubnikov-de Haas-Effekt** entsteht durch die Änderung der Streurate mit der Zustandsdichte an der Fermi-Kante. Wenn E_F zwischen zwei Landau-Niveaus liegt, ist die Zustandsdichte niedrig und damit auch die Streurate, also haben ρ_{xx} und σ_{xx} Minima. Die Elektronendichte N_S ist von B unabhängig.

Im elektrischen Quantenlimes, $N_\mathrm{S} = N_0$, gilt:

$$N_0 = (l+1)2g_\mathrm{V} \cdot \frac{eB_1}{h} = (l+2)2g_\mathrm{V} \cdot \frac{eB_2}{h} \qquad B_2 < B_1$$

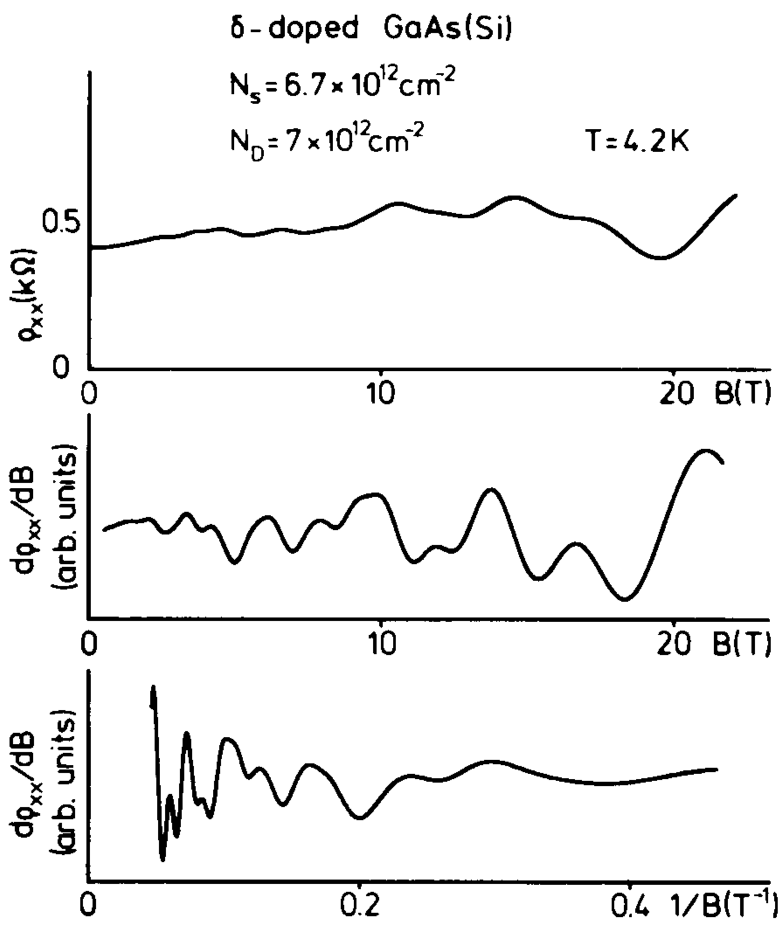
$$\frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1} = \Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{2g_\mathrm{V}e}{N_0 h} \qquad \text{(Periode über 1/B)}$$

$$\boxed{f_\mathrm{B} = \frac{h}{2g_\mathrm{V}e} N_0} \qquad \text{(Frequenz über 1/B)}$$

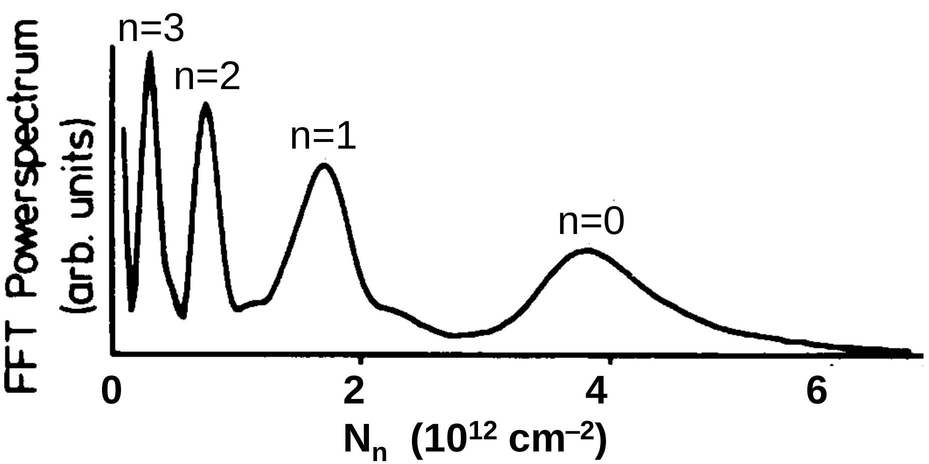
J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

5. Quantenfilme
5.4 Magnetotransport

Magnetische Quantisierung: mittlere Felder, $\omega_c \tau \approx 1$



Aus der Oszillationsfrequenz f_B über $1/B$ im **Schubnikov-de Haas-Effekt** kann die Elektronendichte N_S bestimmt werden. Bei mehreren besetzten Subbändern trägt jedes gemäß seiner Dichte N_n mit einer Frequenz zur Oszillation bei. Hier bietet sich eine Fourier-Analyse von ρ_{xx} an.



A. Zrenner, F. Koch, K. Ploog, Surface Science **196**, 671 (1988)

5. Quantenfilme

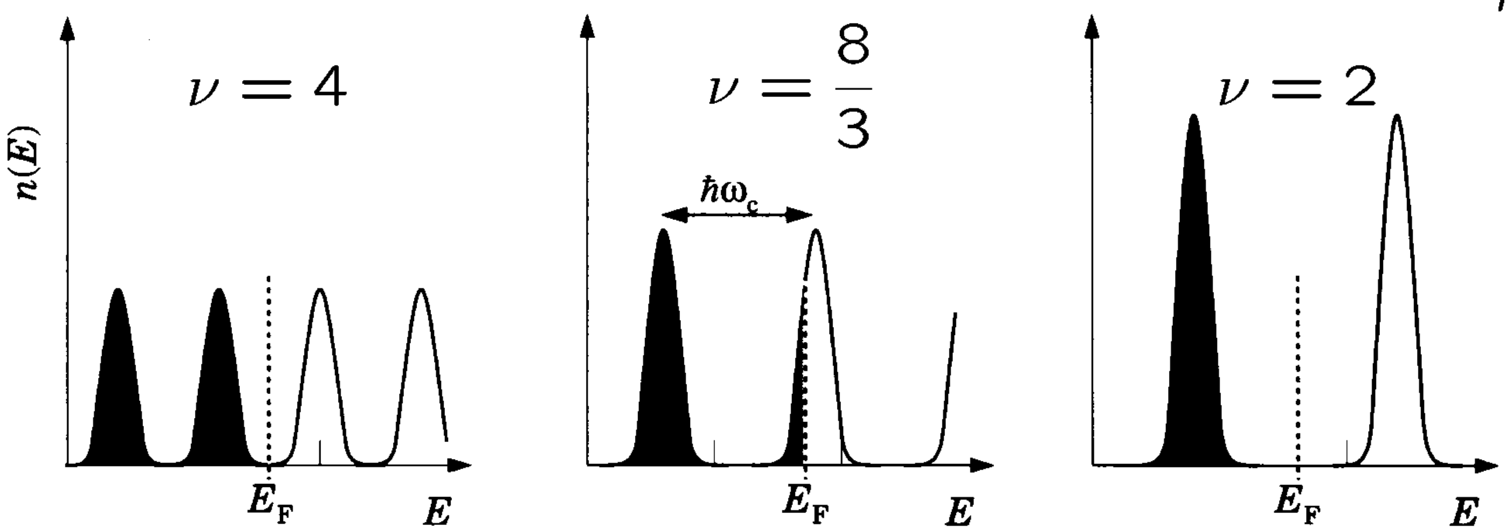
5.4 Magnetotransport

Magnetische Quantisierung: hohe Felder, $\omega_c \tau \gg 1$

Die **Landau-Niveaus** sind klar getrennt. Die Besetzung der Zustände wird durch den **Füllfaktor** ν charakterisiert: **Füllfaktor = Elektronen je Flussquant** Φ_0

Da die Elektronendichte von B nicht abhängt, erfolgt mit der Erhöhung von B eine Umbesetzung in tiefere Landau-Niveaus.

$$N_S = \nu \frac{eB}{h} = \nu \frac{B}{\Phi_0}$$



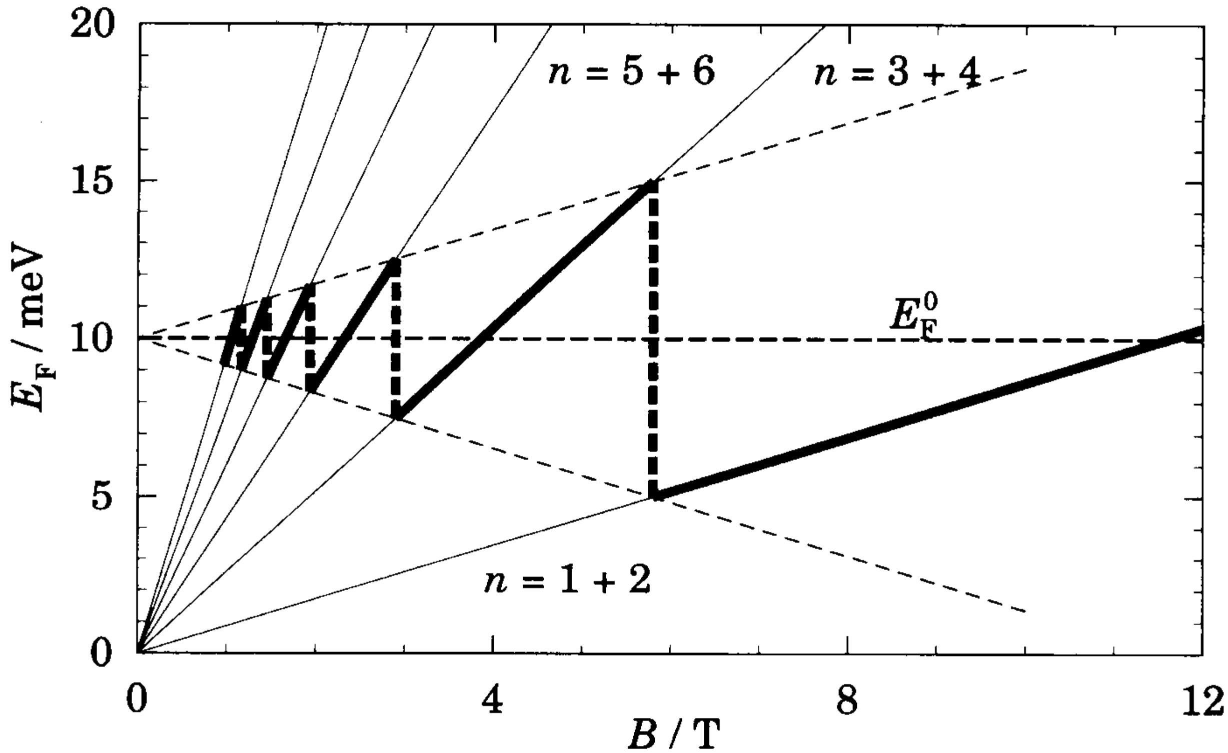
J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Magnetische Quantisierung: hohe Felder, $\omega_C \tau \gg 1$

Die Umbesetzung zwischen verschiedenen Landau-Niveaus führt zu **unstetigen Änderungen** der Fermi-Energie bei **ganzzahligen Füllfaktoren** ν.



Darstellung nur der Landau-Niveaus, Füllfaktoren sind stets **geradzahlig**

$$\hbar\omega_C = \hbar\frac{eB_\perp}{m^*}$$

J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

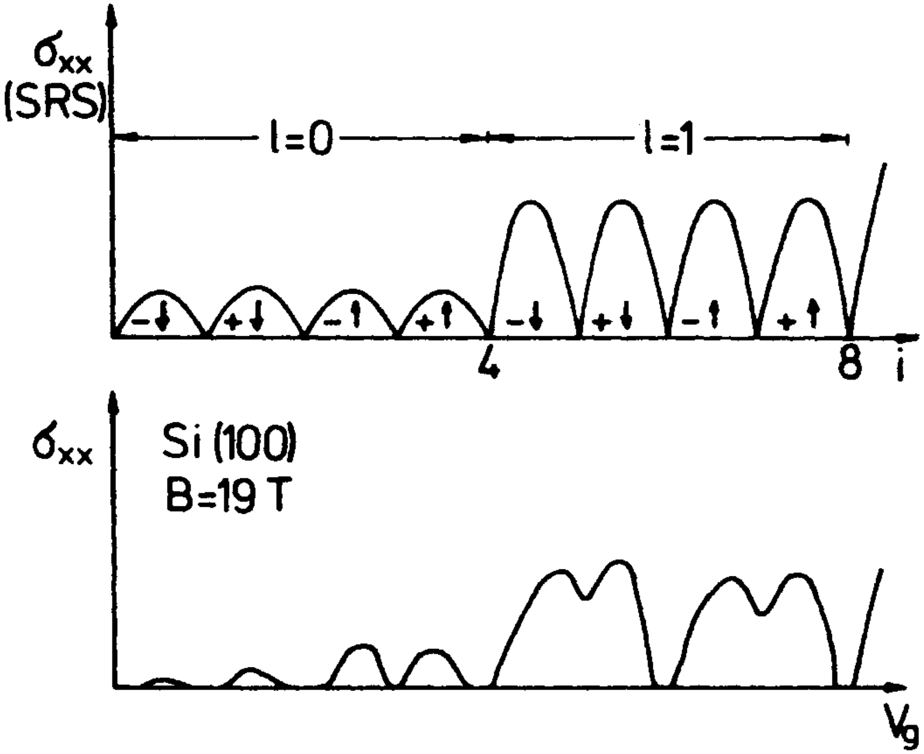
Magnetische Quantisierung: hohe Felder, $\omega_c \tau \gg 1$

Für Si(100) gilt $g_V = 2$. Das unterste Landau-Niveau ist für $\nu = 4$ vollständig besetzt.

Theoretischer Magnetoleitwert in Si(100) für Störstellenstreuung kurzer Reichweite (**S**hort-**R**ange **S**cattering)

Spin: ↓↑ Valley: ±

Messergebnis am Si-MOSFET



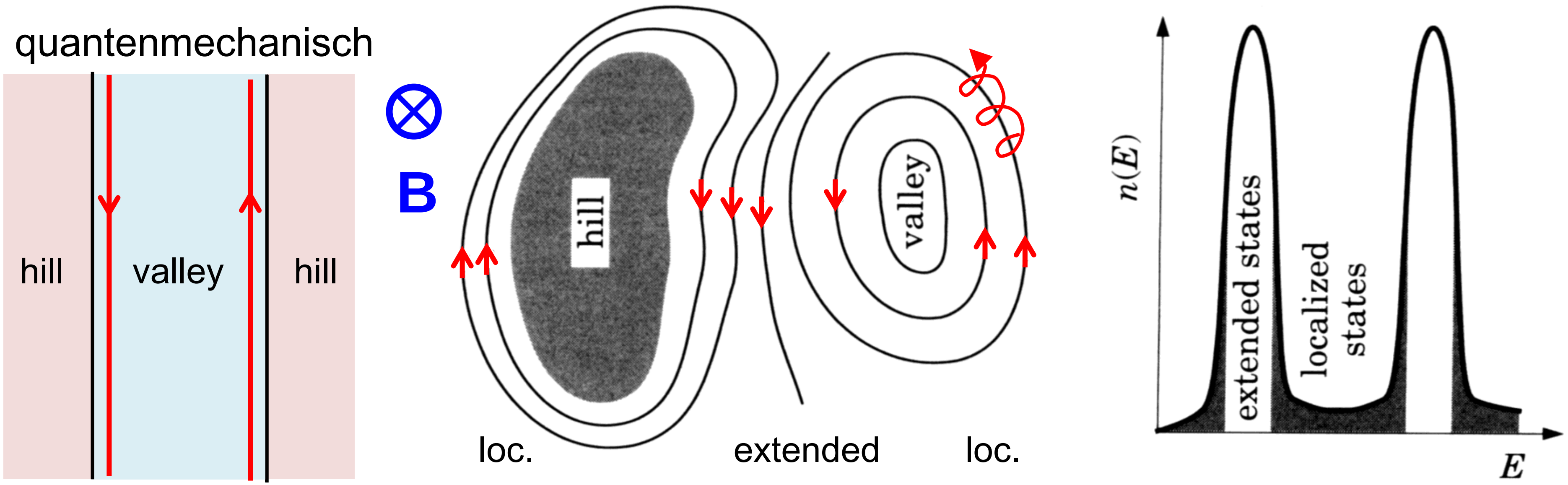
K. von Klitzing, Physica **126** B, 242 (1984).

5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Magnetische Quantisierung: hohe Felder, $\omega_c \tau \gg 1$

Bei ganzzahligen Füllfaktoren sinkt die Zustandsdichte an der Fermi-Energie so weit ab, dass $\tau(B) \gg \tau(0)$ oder $\phi_\mathrm{H} \rightarrow 90^\mathrm{o}$. Dadurch fällt σ_{xx} (oder ρ_{xx}) auf **Null** ab. Das Intervall für verschwindenden Längswiderstand ist nicht auf einen Punkt beschränkt, weil die Zustände auf den Flanken der Landau-Niveaus durch **Potentialfluktuationen** lokalisiert sind.



J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

5. Quantenfilme
5.4 Magnetotransport

Quanten-Hall-Effekt

Bei ganzzahligen Füllfaktoren ist

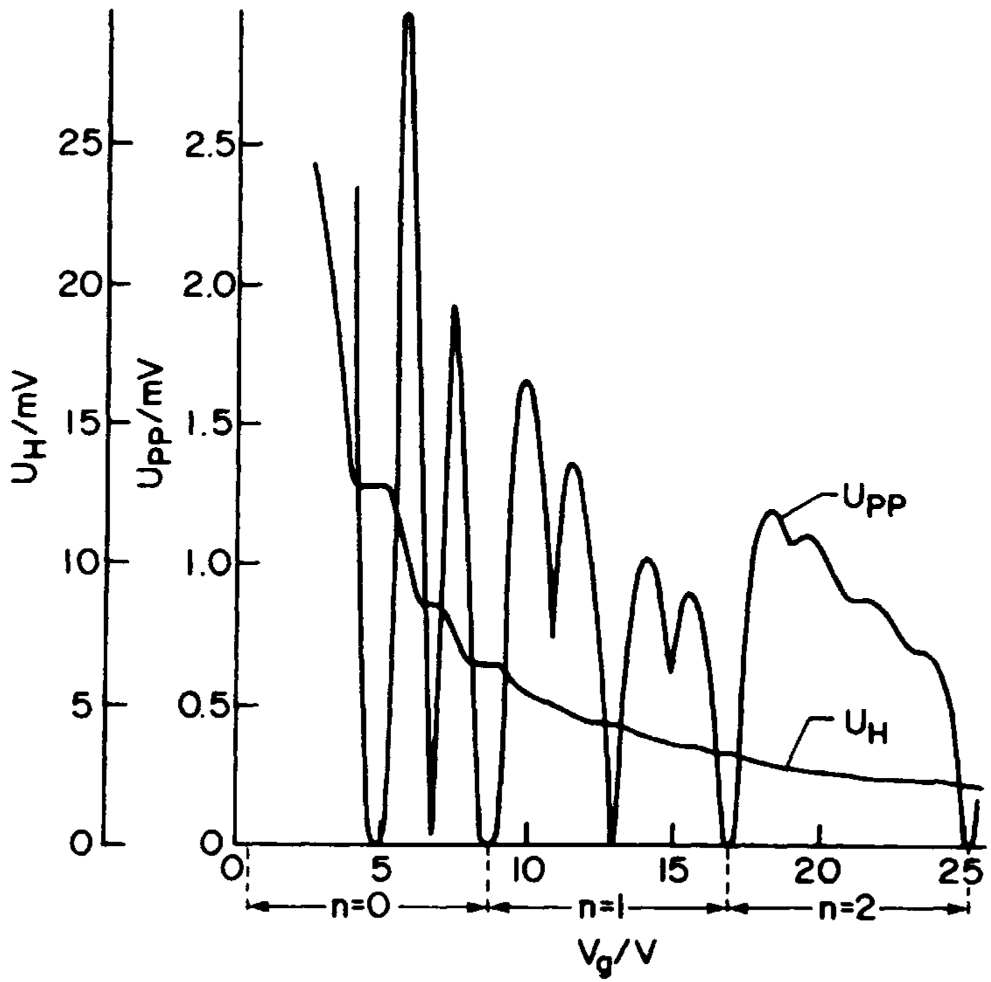
$$N_0 = \nu \frac{eB}{h}$$

$$\rho_{xy} = \frac{B}{eN_0} = \frac{B}{e} \cdot \frac{h}{\nu eB}$$

$$\rho_{xy} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{h}{e^2}$$

$$\frac{h}{e^2} = 25812.807\ \Omega$$

$$= R_{K-90}$$



K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494-497 (1980)

5. Quantenfilme

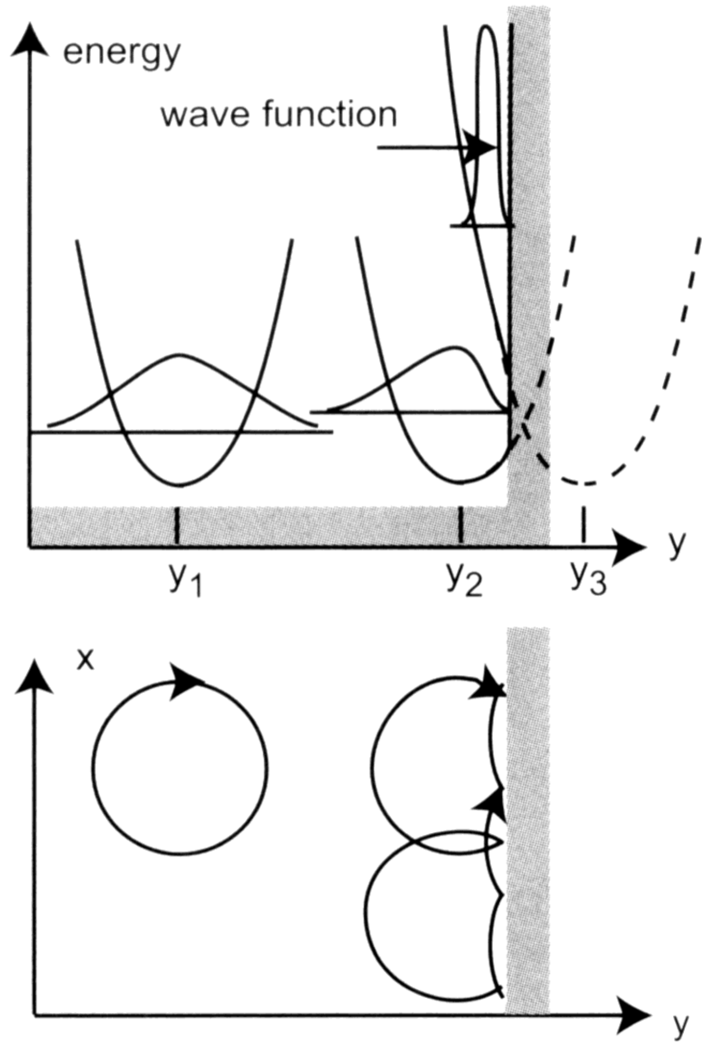
5.4 Magnetotransport

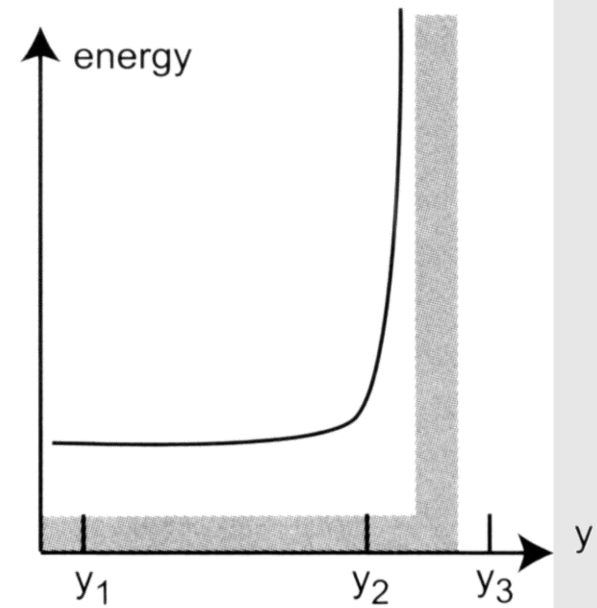
Quanten-Hall-Effekt

Die Kreisbewegung der Elektronen im Innengebiet geht am Rand in eine Zykloiden-Bahn über. Die Wellenfunktion wird dabei stark lateral eingeschränkt.

Zugleich ist die Bahn entlang der Kante (in x-Richtung) delokalisiert.

⊗ B





Die Energie der Rand-zustände steigt mit der Annäherung.

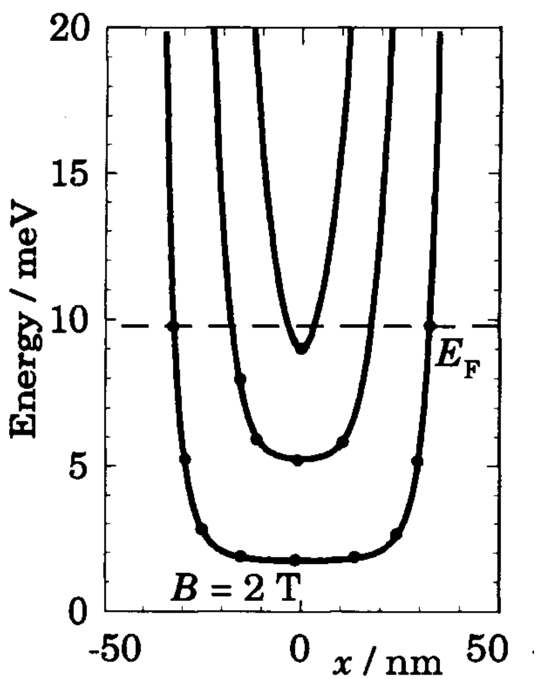
T. Heinzel, Mesoscopic electronics in solid state nanostructures. Wiley-VCH, Weinheim 2003

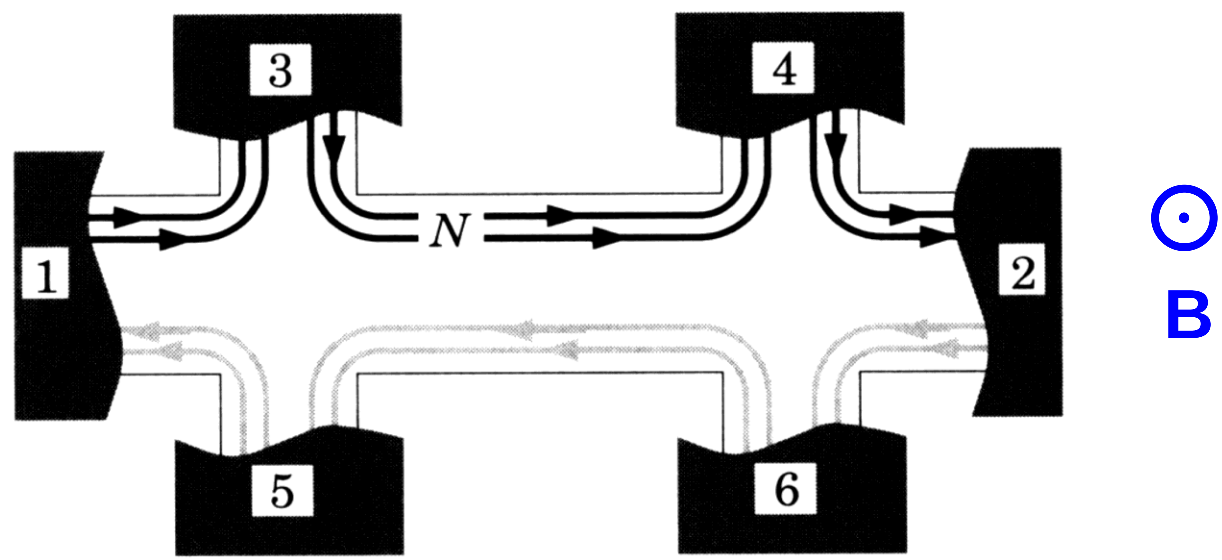
5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Quanten-Hall-Effekt

Im Elektronentransport wird die Lokalisierung der Volumenzustände kompensiert durch den Beitrag der magnetischen Randzustände. Wegen der fehlenden Rückstreuung bilden die Randzustände ideale **eindimensionale Leiter**. Jedes besetzte Landau-Niveau trägt mit einem Randzustand zur Leitung bei.





J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

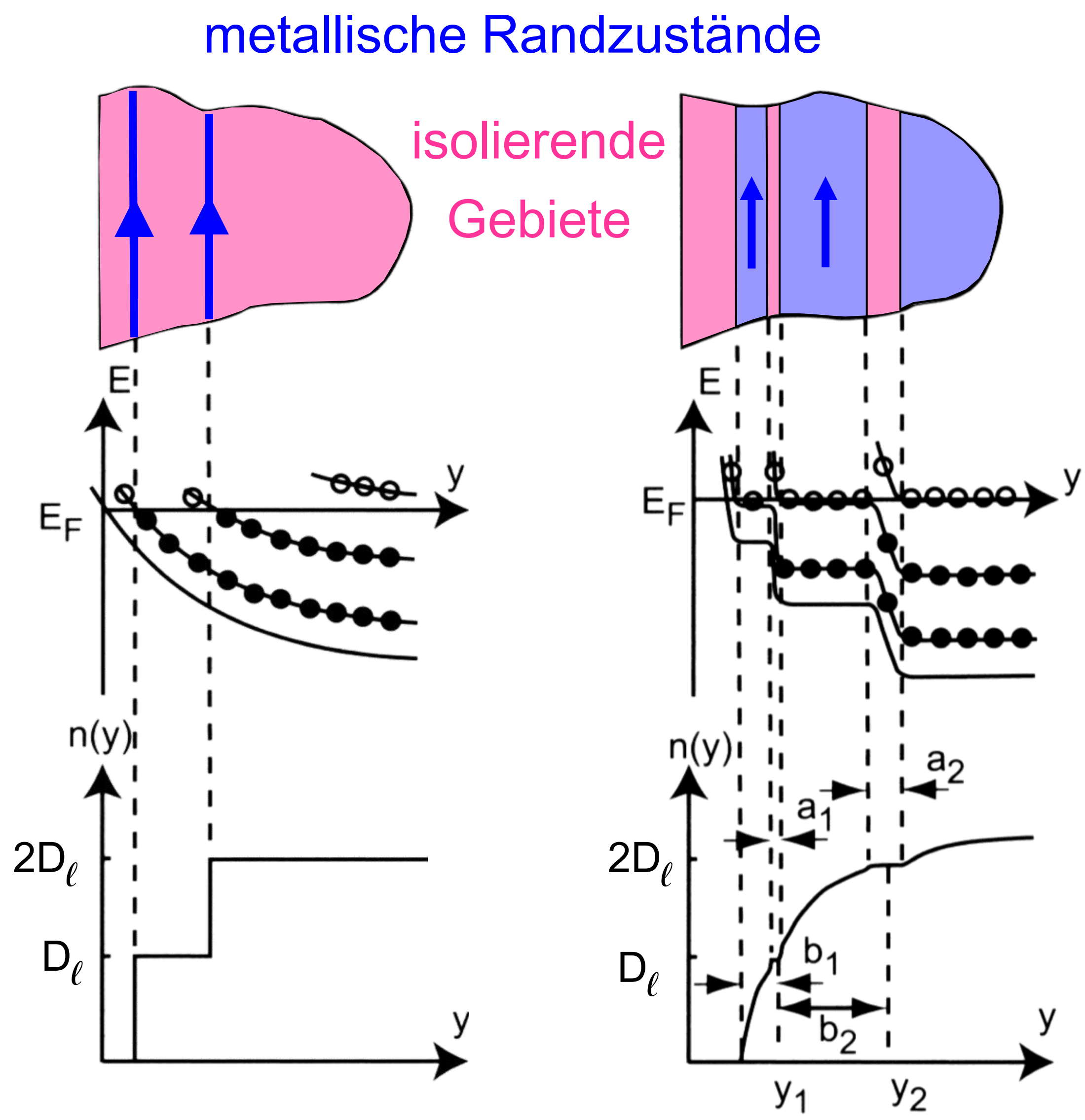
5. Quantenfilme

5.4 Magnetotransport

Quanten-Hall-Effekt

Am Ort der Schwerpunkts-Trajektorie steigt die Zustandsdichte unstetig an.

Durch die hohe Zustandsdichte ist das Fermi-Niveau im Randbereich der Umbesetzung am Landau-Niveau festgeheftet. Diese umladbaren (kompressiblen) Bereiche sind durch inkompressible Bereiche getrennt, in denen das Fermi-Niveau zwischen zwei Landau-Niveaus liegt.

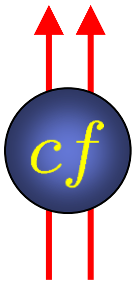


J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

5. Quantenfilme

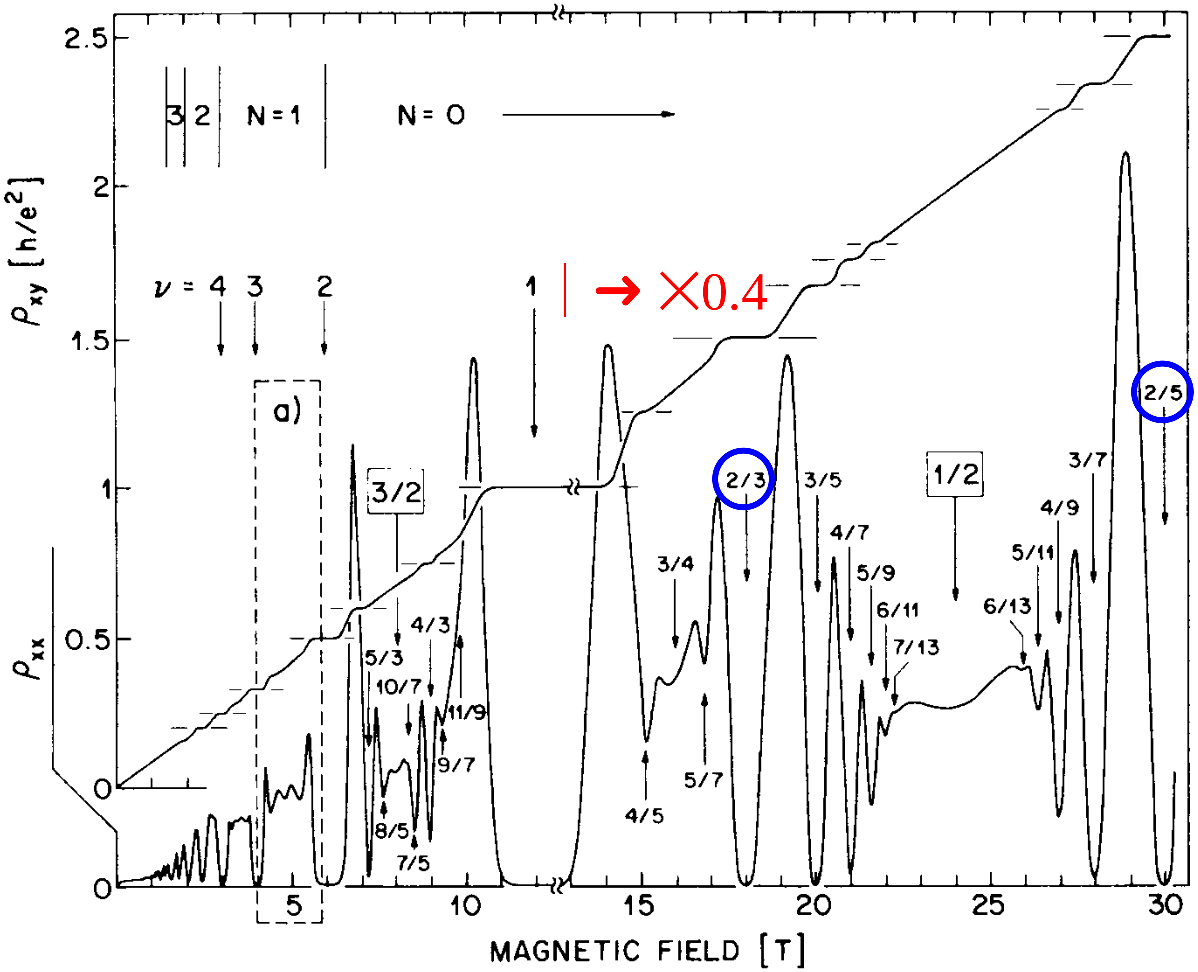
5.4 Magnetotransport

$$\boxed{\nu = \frac{\nu_{cf}}{2p\nu_{cf} \pm 1}}$$



Composite Fermion

Fraktionierter Quanten-Hall-Effekt

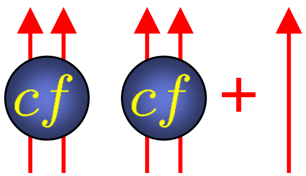


$$e^- + 2\Phi_0 \cdot p, \quad p = 1, 2, 3\ldots$$

Füll-faktoren:
$$\begin{cases} \nu = \dfrac{N_s \Phi_0}{B} \\ \nu_{cf} = \dfrac{N_{cf}\Phi_0}{B - B_{1/2}} \end{cases}$$

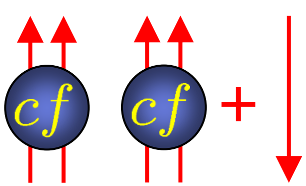
$\nu_{cf} = +2$

$\nu = 2/5$



$\nu_{cf} = -2$

$\nu = 2/3$

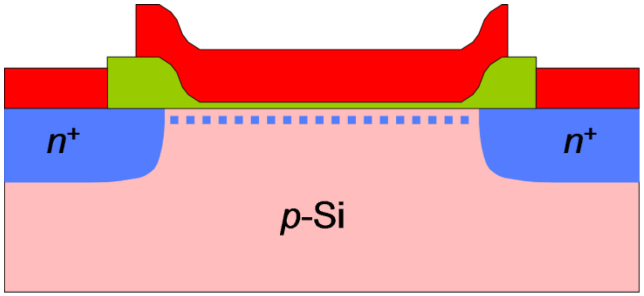


J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

5. Quantenfilme
5.5 Tunneleffekt

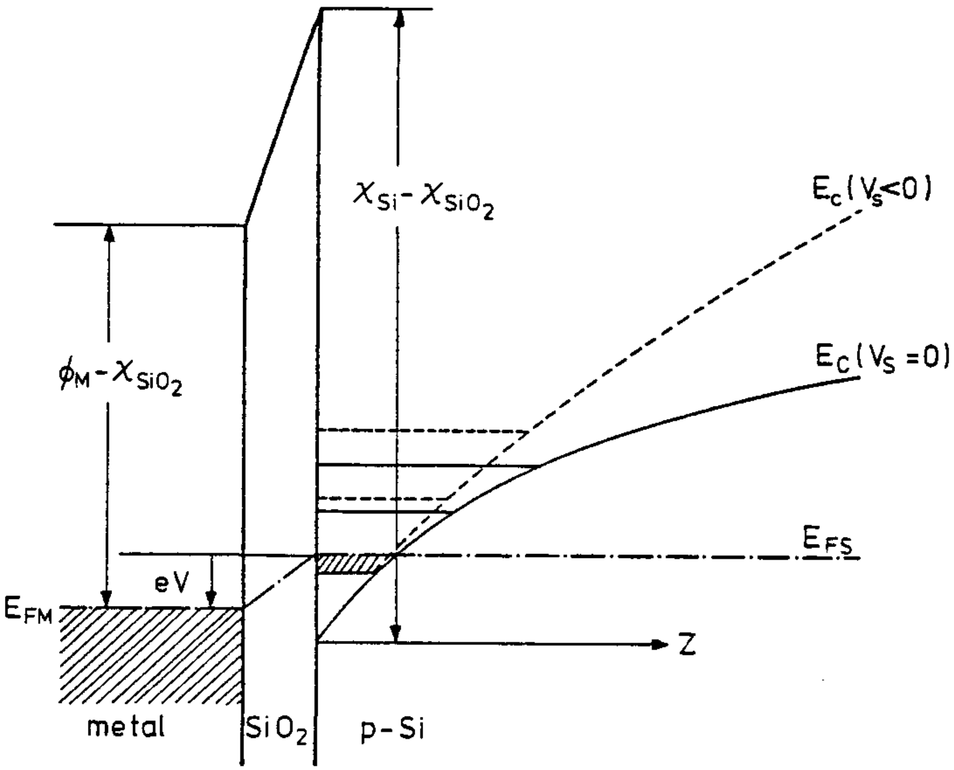
Tunnelspektroskopie

Si/SiO_2-Tunnelstruktur



Die Tunnelspannung verschiebt das Metall-Fermi-Niveau zum Abtasten der Zustände im 2D-Elektronensystem

Die Substratspannung steuert das Verarmungs-feld (Einschlusspotential)



U. Kunze, J. Phys. C **17**, 5677-5694, (1984)

5. Quantenfilme

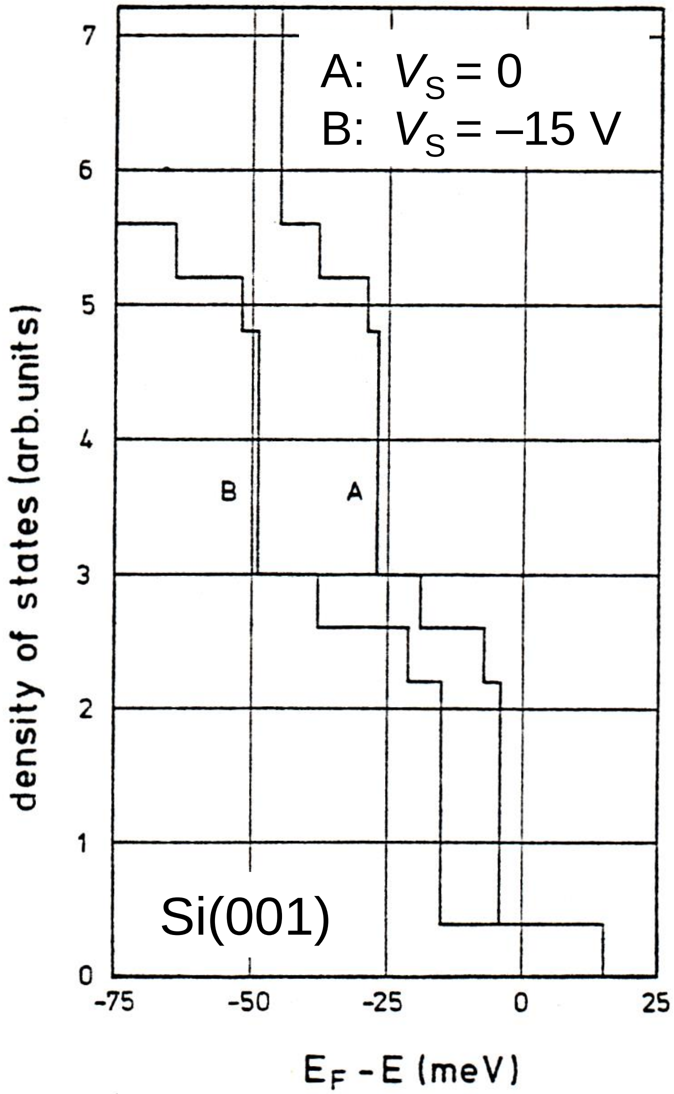
5.5 Tunneleffekt

Tunnelspektroskopie

Tunnelstrom, differentieller Leitwert (T = 0)

$$J(V) = \frac{2e}{h} \int_{E_{\mathrm{FS}}-eV}^{E_{\mathrm{FS}}} dE \int \frac{d^2k_{\|}}{(2\pi)^2} \, D(E, \mathbf{k}_{\|}) \, T$$

$$(dI/dV)_n \propto D_n(E_{\mathrm{FS}} - eV)$$



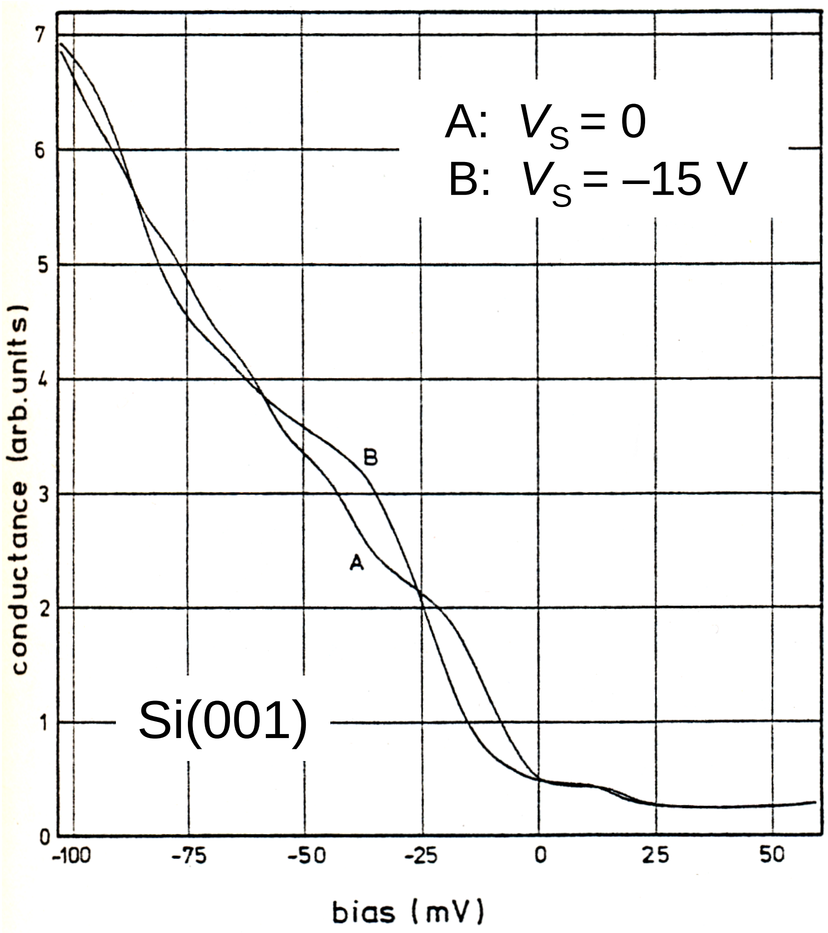
E. Burstein, S. Lundqvist, Tunneling phenomena in solids. Plenum, New York 1969
U. Kunze, J. Phys. C **17**, 5677-5694, (1984)

5. Quantenfilme
5.5 Tunneleffekt

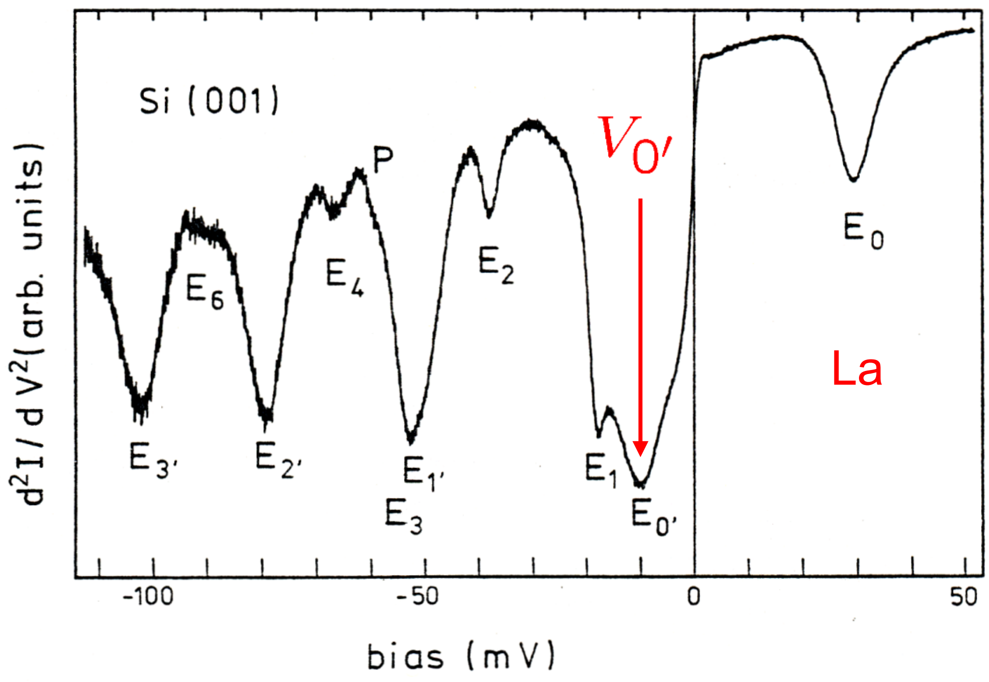
Tunnelspektroskopie

differentieller Leitwert (d*I*)/d*V*,

Ableitung (d²*I*)/d*V*² (*T* = 4.2 K)



$$eV_{0'} = E_F - E_{0'}$$



U. Kunze, J. Phys. C **17**, 5677-5694, (1984)

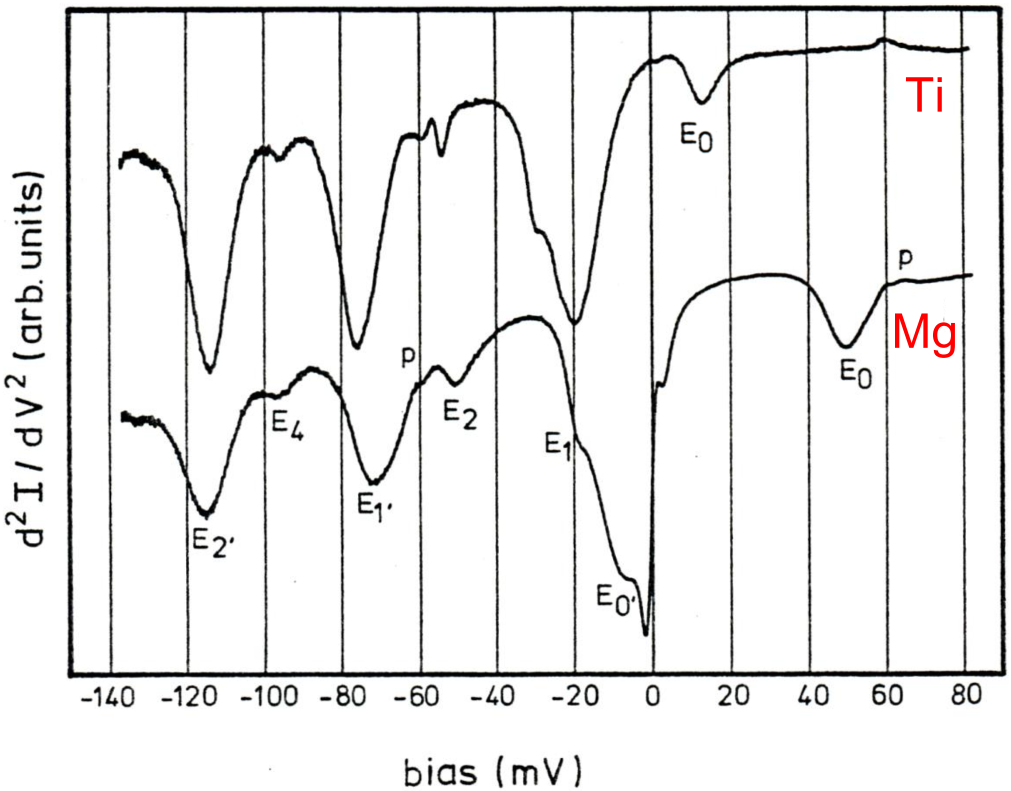
5. Quantenfilme

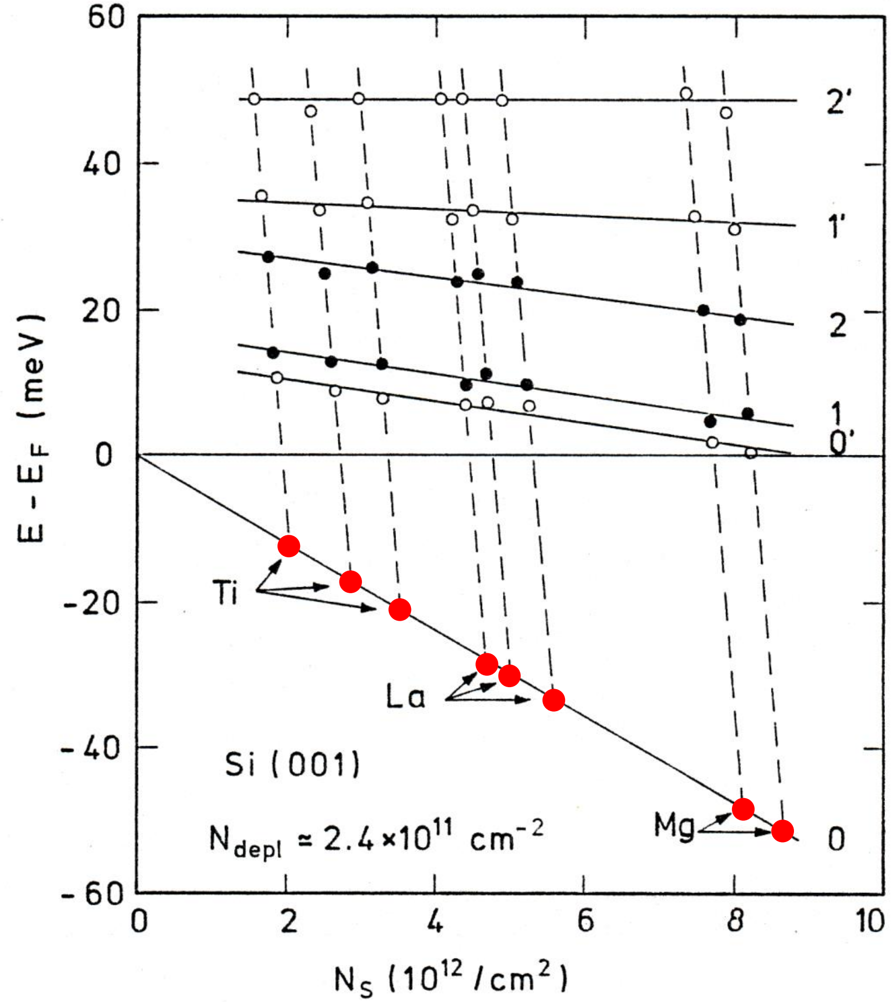
5.5 Tunneleffekt

Tunnelspektroskopie

Einfluss des Oberflächenfeldes: Metall

$$N_S \approx N_0 = D_0(E_F - E_0)$$





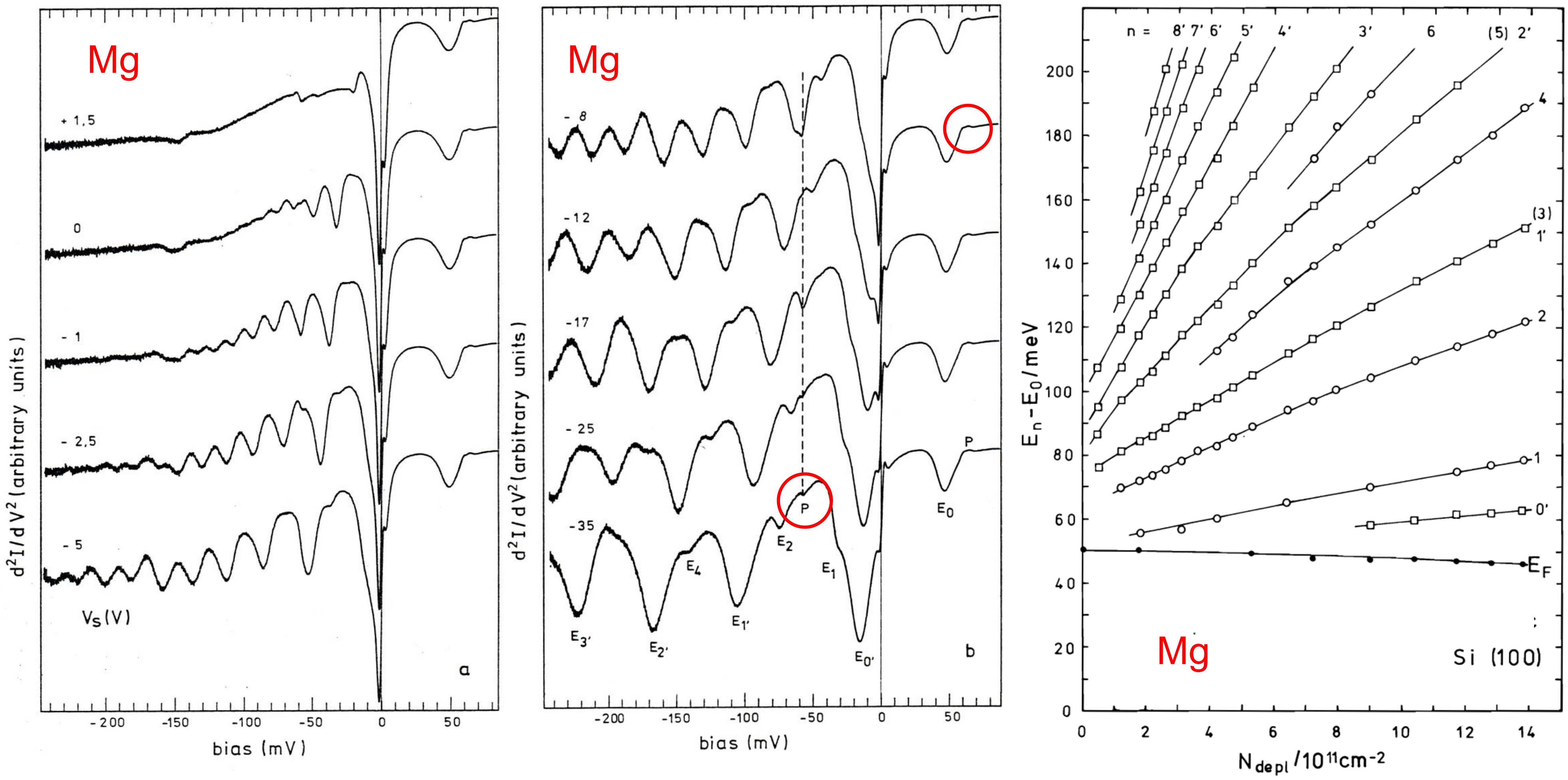
U. Kunze, J. Phys. C **17**, 5677-5694, (1984)

5. Quantenfilme

5.5 Tunneleffekt

Tunnelspektroskopie

Einfluss des Verarmungsfeldes, Si(001)

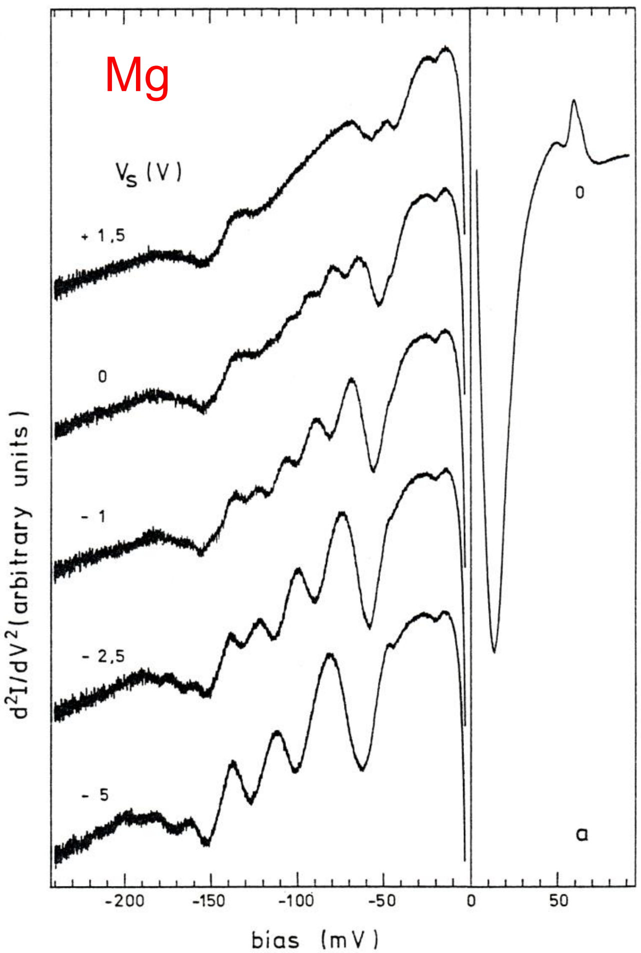


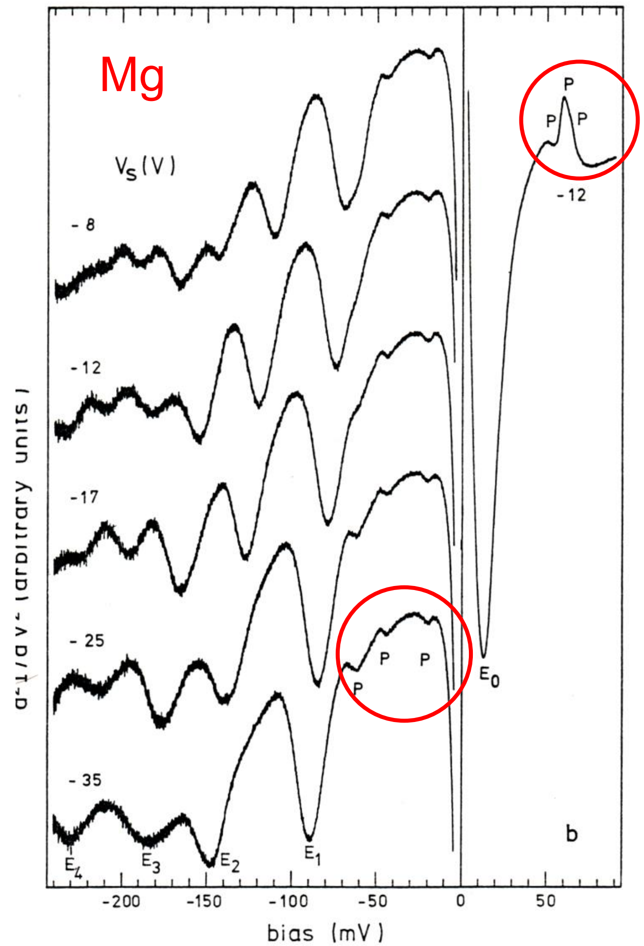
5. Quantenfilme

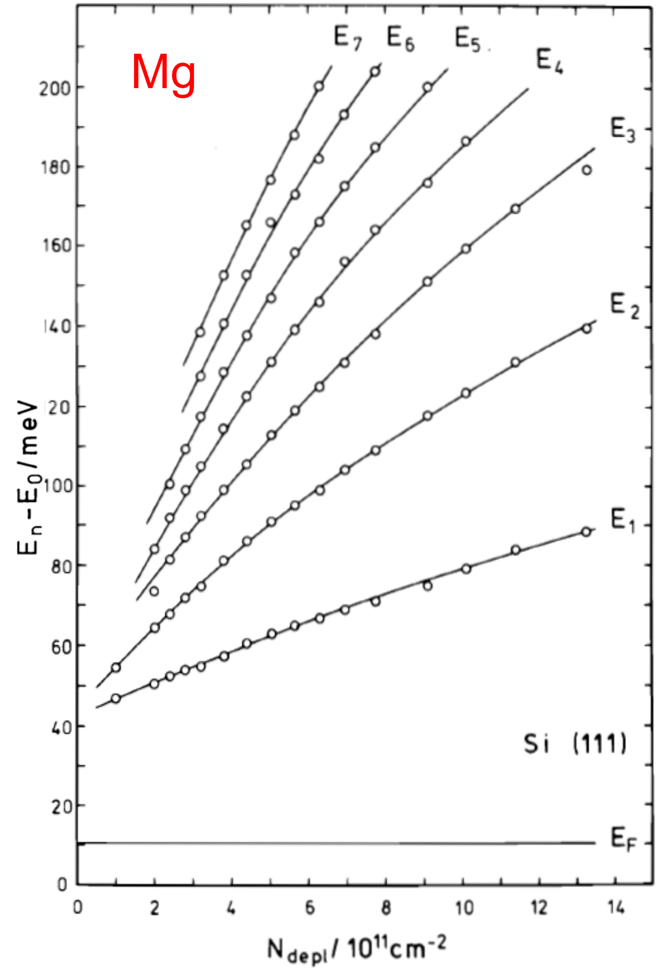
5.5 Tunneleffekt

Tunnelspektroskopie

Einfluss des Verarmungsfeldes, Si(111)







5. Quantenfilme

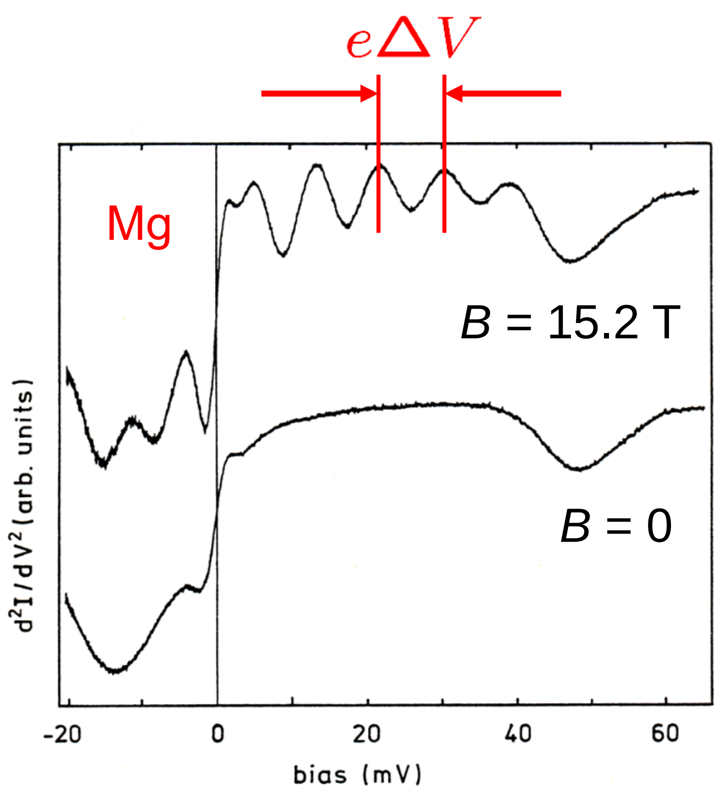
5.5 Tunneleffekt

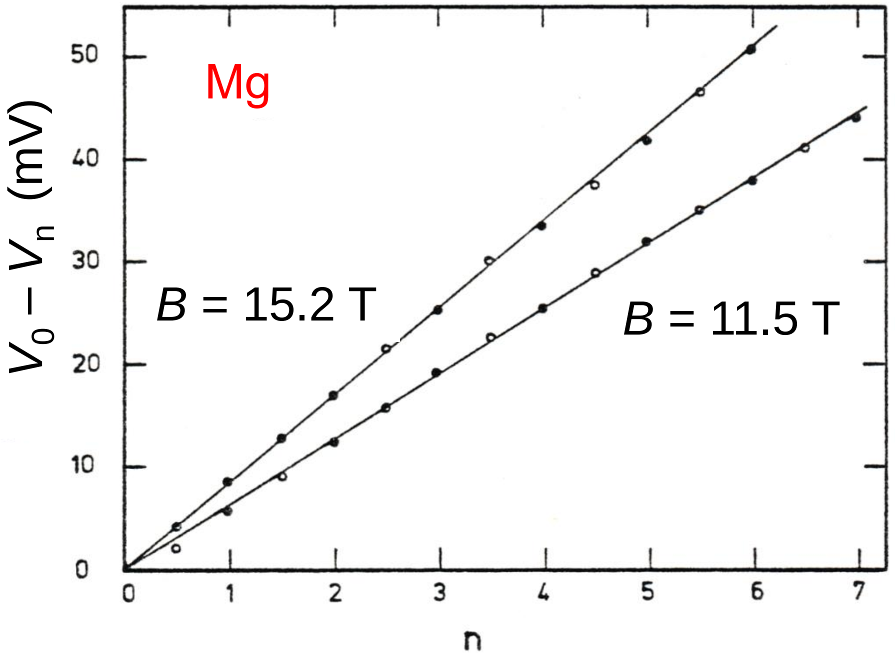
Tunnelspektroskopie

im senkrechten Magnetfeld, Si(001)

$$e\Delta V = \hbar\omega_c = \frac{\hbar e B}{m_c}$$

$$e(V_0 - V_n) = n\hbar\omega_c = n\frac{\hbar e B}{m_c}$$





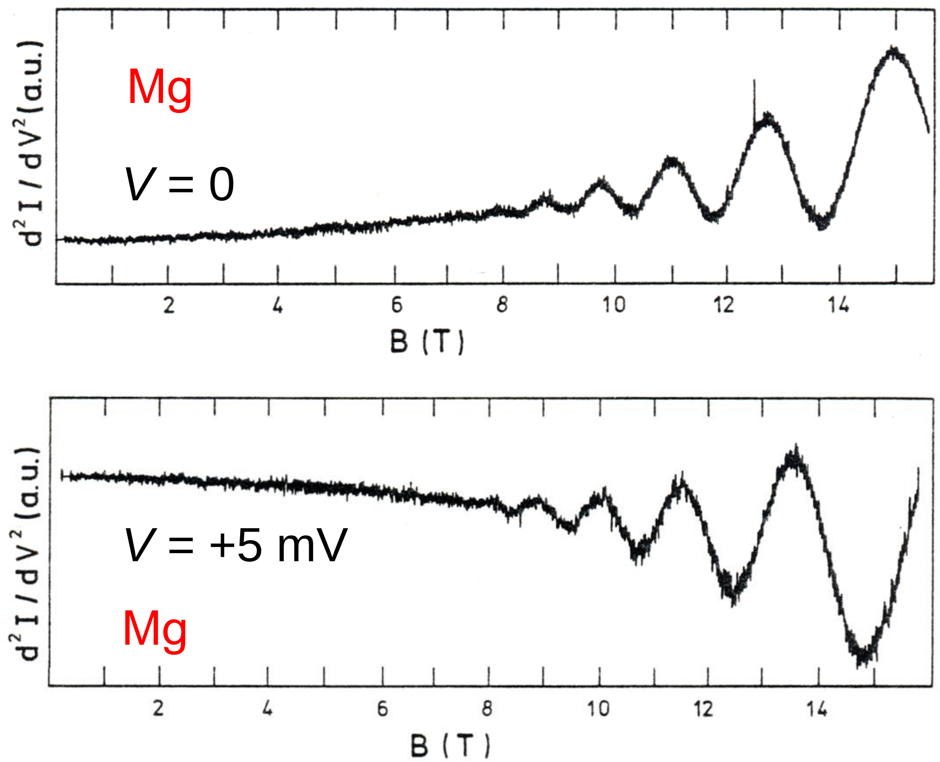
U. Kunze, G. Lautz, Surface Science **142**, 314 (1984);

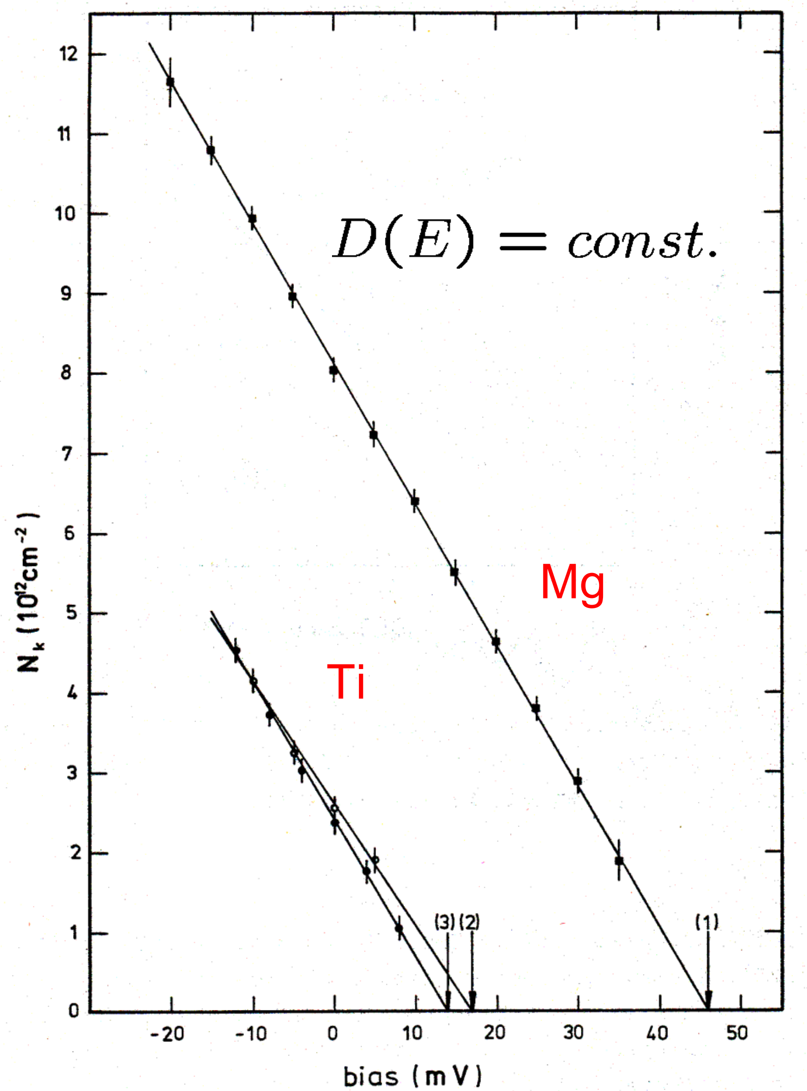
5. Quantenfilme
5.5 Tunneleffekt

$$f_B = \frac{h}{2g_v e} N_0(E) = \frac{m_D}{2e\hbar}(E - E_0)$$

Tunnelspektroskopie

im senkrechten Magnetfeld, Si(001)





5. Quantenfilme

5.5 Tunneleffekt

Schichtparalleles Magnetfeld

Ein Magnetfeld parallel zum Elektronenfilm bricht die Symmetrie in der Ebene und deformiert die Wellenfunktion. Störungsrechnung für **schwaches** Magnetfeld:

$$E = E_n + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y}$$

ungestörter Eigenwert,
Bewegung parallel zu **B** = (0, *B*, 0)

$$+ \frac{(\hbar k_x + eB\langle z\rangle_n)^2}{2m_x}$$

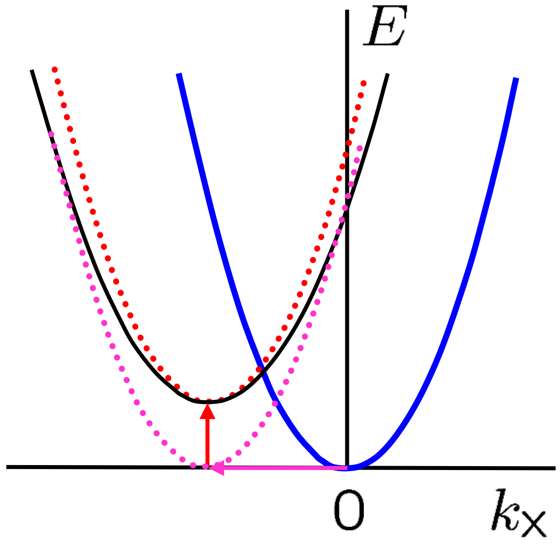
Verschiebung der *E*(**k**)-Parabel, abh. von Inversions-symmetrie des Potentials

$$+ \frac{e^2B^2(\langle z^2\rangle_n - \langle z\rangle_n^2)}{2m_x}$$

diamagnetische Anhebung durch endliche Dicke des Q-Films

$$+ \frac{\hbar^2 k_x^2 e^2 B^2}{2m_x} \sum_{m\neq n} \frac{\langle z\rangle_{mn}^2}{E_m - E_n}$$

Korrektur der parabolischen Dispersion: m_x

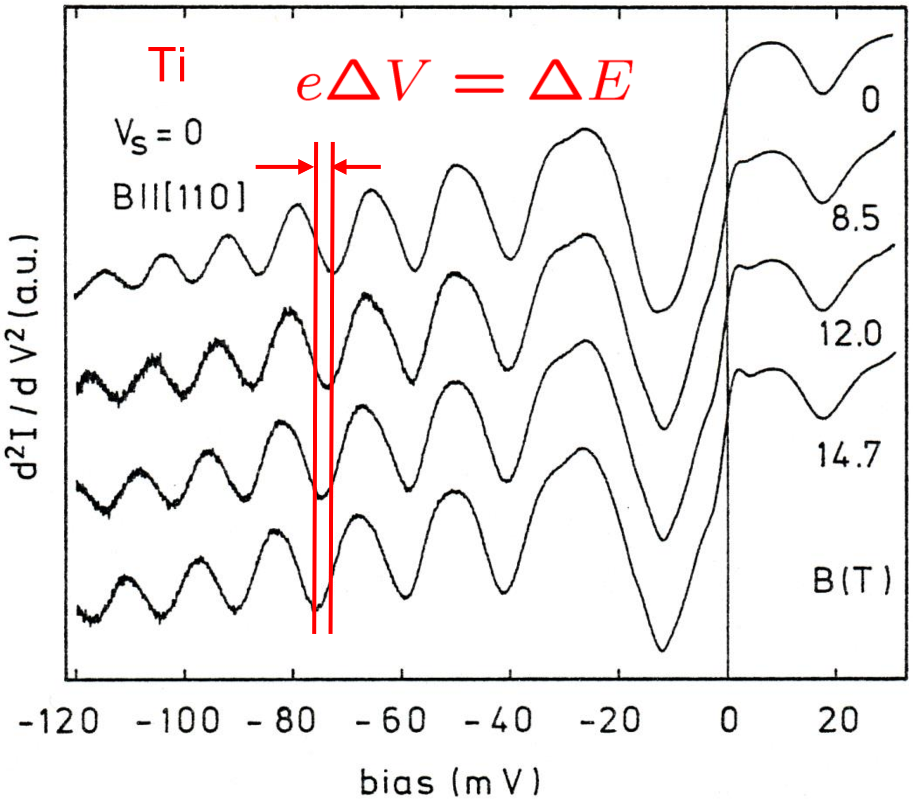


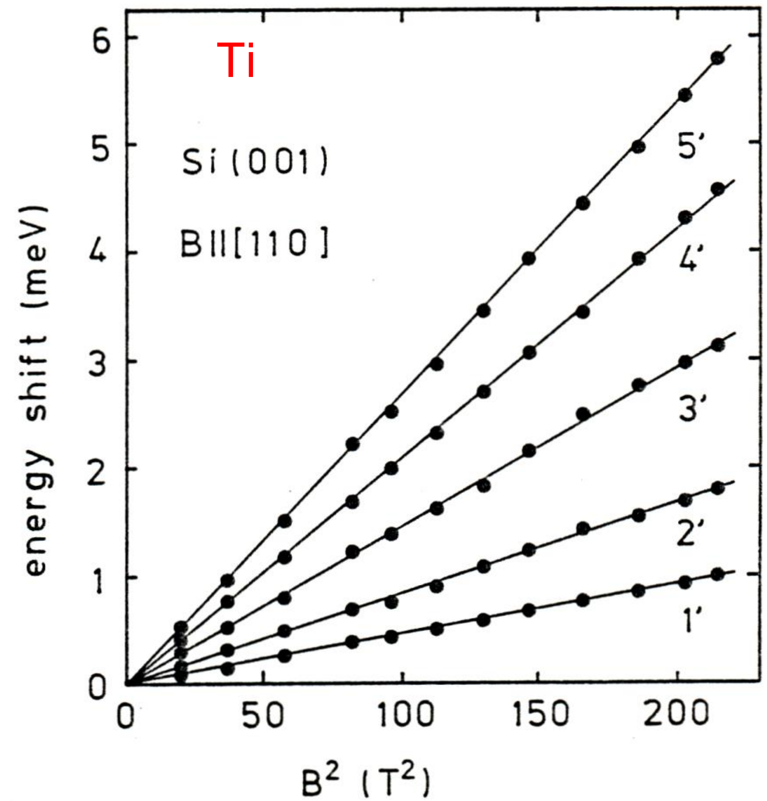
T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern: Rev. Mod. Physics **54**, 437 (1982).

5. Quantenfilme
5.5 Tunneleffekt

Tunnelspektroskopie im schichtparallelen Magnetfeld

$$\Delta E = \frac{e^2 B^2 (\langle z^2 \rangle_n - \langle z \rangle_n^2)}{2 m_x}$$





U. Kunze, Surface Science **170**, 353 (1986)

5. Quantenfilme

5.5 Tunneleffekt

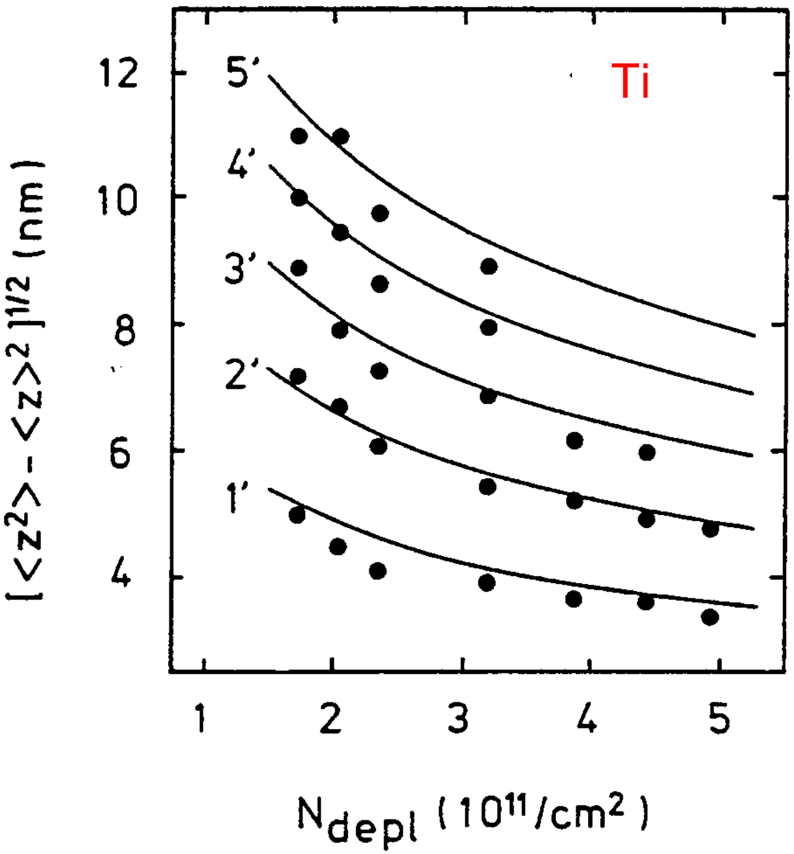
Tunnelspektroskopie im schichtparallelen Magnetfeld

Matrixelemente sind abhängig von $V(z)$ und werden stets für $B = 0$ berechnet:

$$\langle z^p \rangle_{mn} = \langle \zeta_m \mid z^p \mid \zeta_n \rangle = \frac{\int_0^\infty z^p \zeta_m \zeta_n dz}{\int_0^\infty \zeta_m \zeta_n dz}$$

Beispiel für Elektronenrandschicht in p-Si: **Dreieckspotential-Näherung** für das Potential der Raumladungszone gegenüber dem Substrat: **Streumaß**

$$\delta_n^2 = (\langle z^2 \rangle_n - \langle z \rangle_n^2) = \frac{1}{5} \langle z \rangle_n^2$$



U. Kunze, Surface Science **170**, 353 (1986)

5. Quantenfilme

5.5 Tunneleffekt

Tunnelspektroskopie im schichtparallelen Magnetfeld

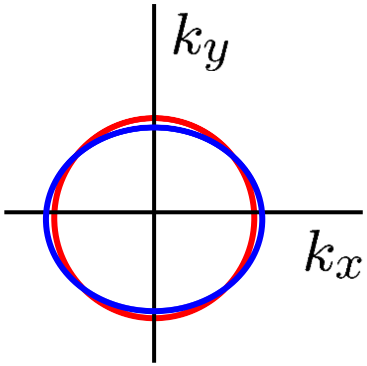
Die Korrektur der Dispersion des Grundsubbands $n = 0$ lässt sich schreiben als:

$$\frac{\Delta m_x}{m_x} = \frac{2e^2 B^2}{m_x(E_1 - E_0)}(\langle z^2\rangle_0 - \langle z\rangle_0^2)$$

Die Linien konstanter Energie verformen sich von einem Kreis in eine Ellipse.

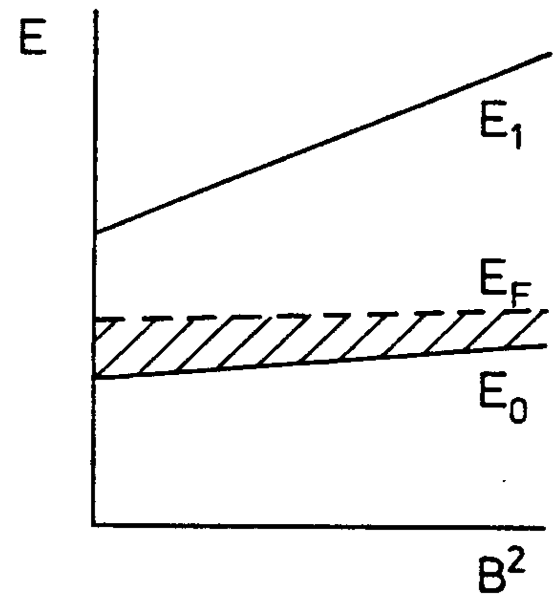
Die Zustandsdichte erhöht sich proportional zu B^2.

$$D_n = g_v \frac{\sqrt{m_x m_y}}{\pi \hbar^2}$$



$\mathbf{B} = 0$

$\mathbf{B} = (0, B, 0)$



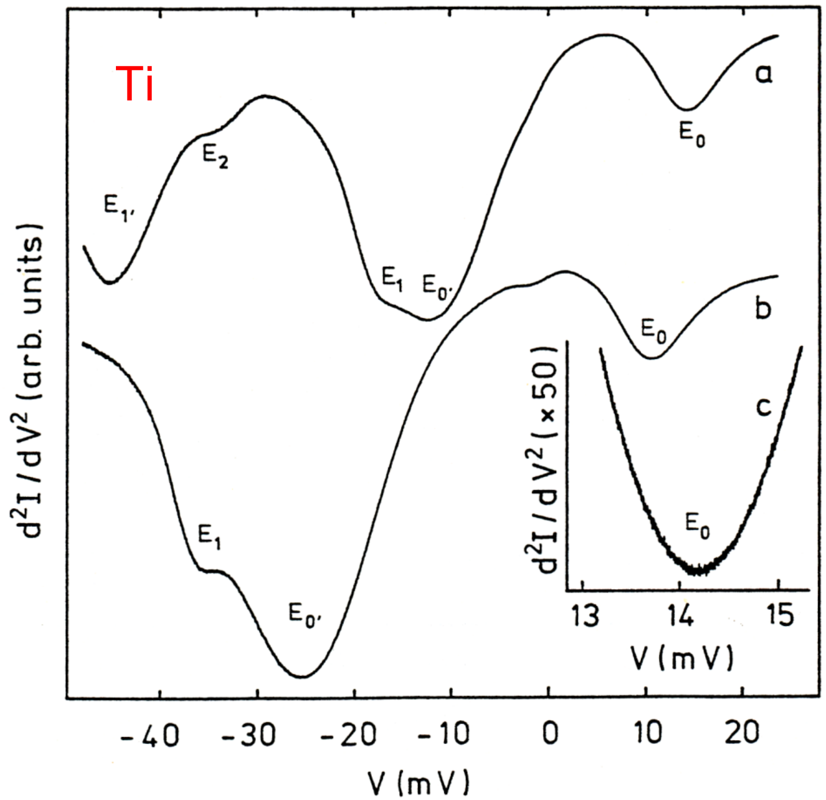
U. Kunze, Phys. Rev. B **35**, 9168 (1987)

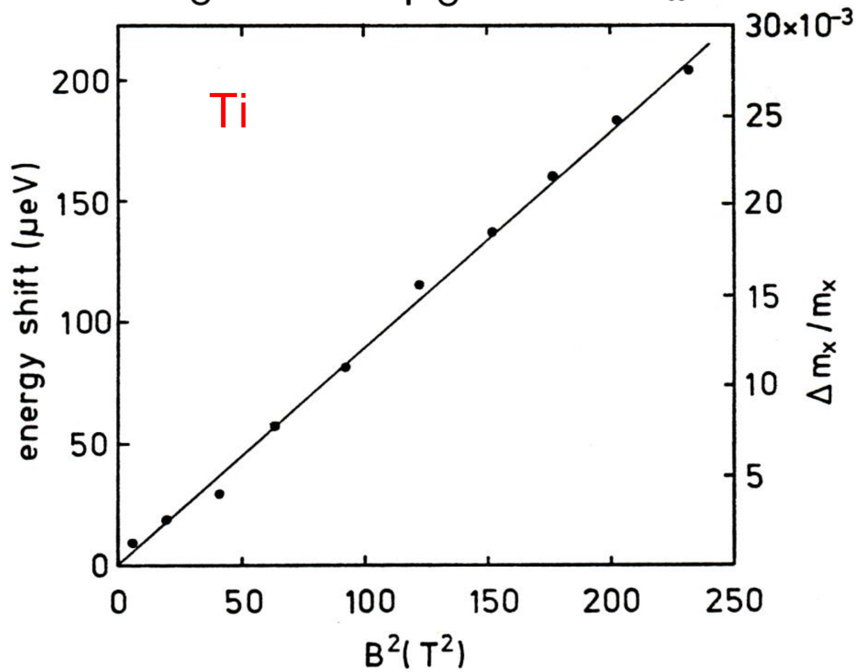
5. Quantenfilme
5.5 Tunneleffekt

Tunnelspektroskopie im schichtparallelen Magnetfeld

$$D_0(E_F - E_0) = N_S \neq N_S(B)$$

$$\frac{\Delta D_0}{D_0} = \frac{\Delta E_{F0}}{E_{F0}} \approx \frac{\Delta m_x}{2m_x}$$



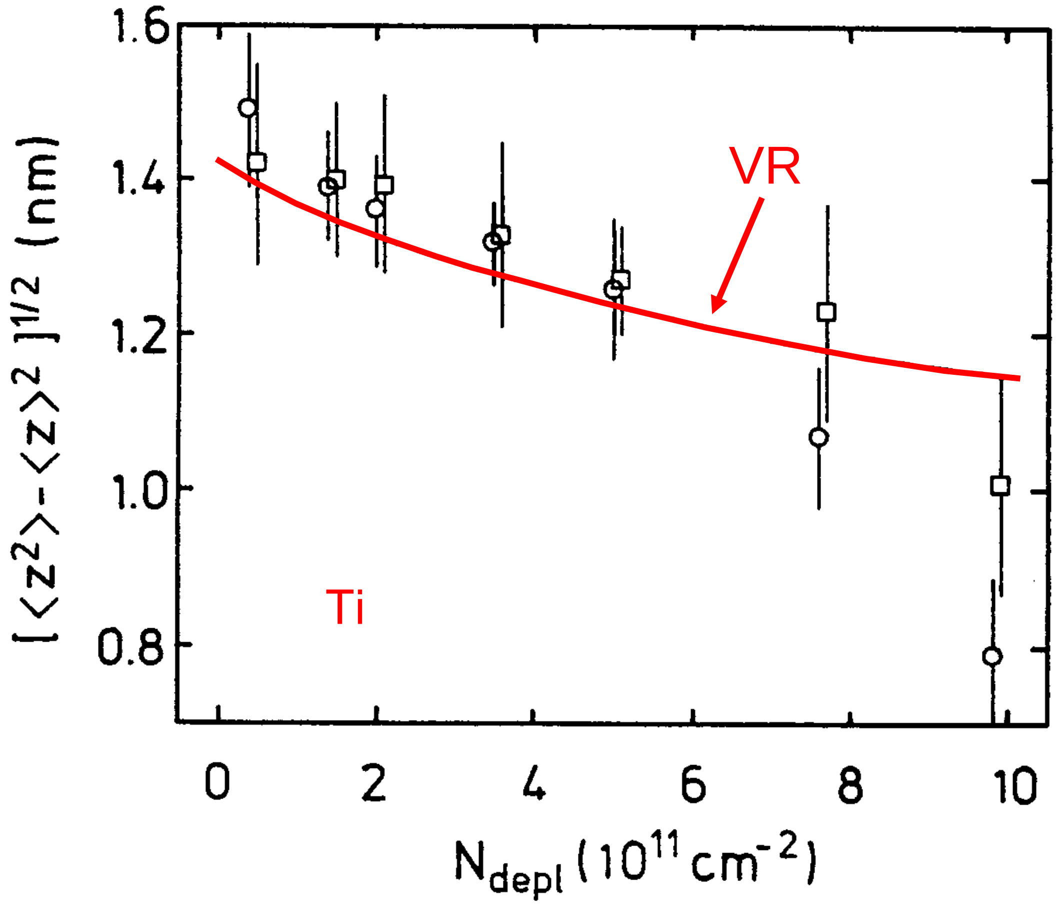


5. Quantenfilme
5.5 Tunneleffekt

Tunnelspektroskopie im schichtparallelen Magnetfeld

Aus der Änderung der Zustandsdichte kann das Streumaß bestimmt werden.

Beispiel für eine Elektronenrandschicht in p-Si: **Streumaß**, Vergleich mit Variationsrechnung



5. Quantenfilme

5.5 Tunneleffekt

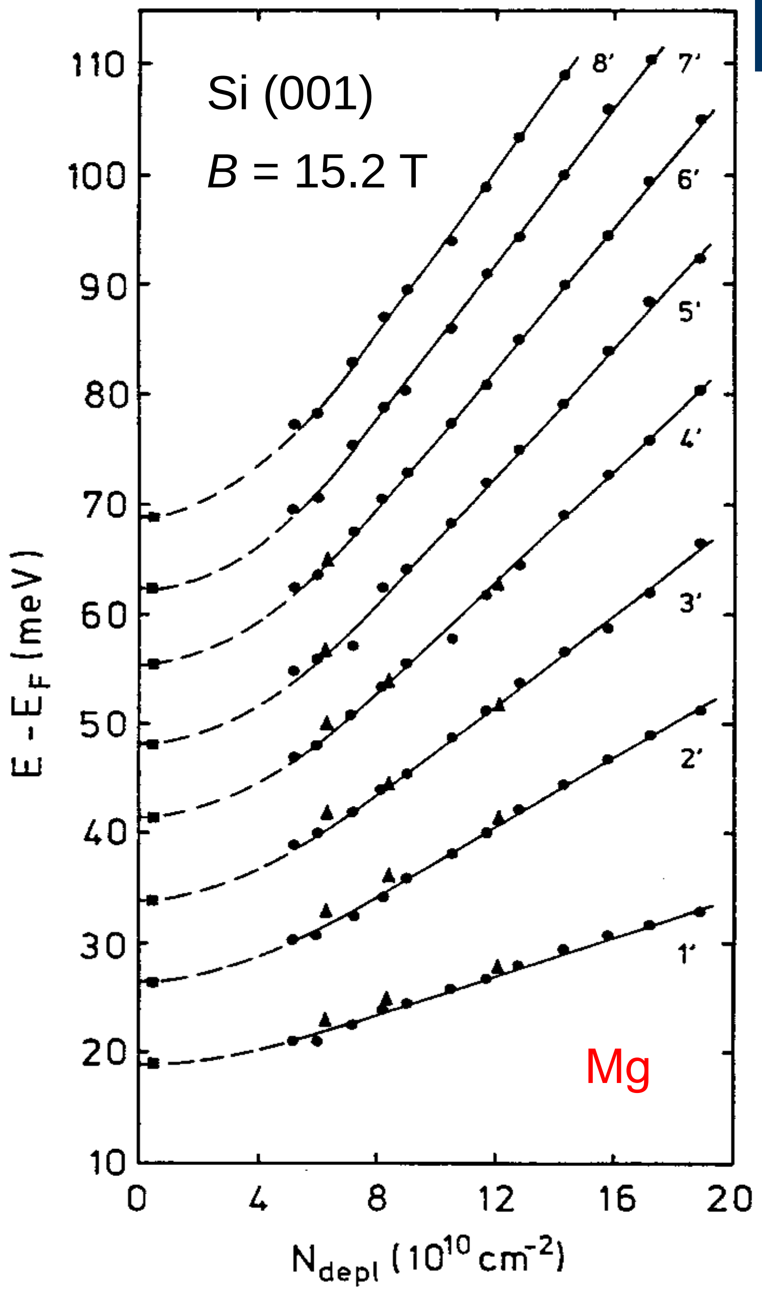
Tunnelspektroskopie im schichtparallelen Magnetfeld

Wenn der **Zyklotron-Orbit** r_n in die Dicke der Schicht (mit dem Streumaß δ_n) passt, ist die Störungsrechnung für schwaches Magnetfeld nicht mehr gültig. Die Quantenzahlen n, l werden im "magneto-elektrischen" Potential nicht mehr unterschieden.

$$r_n = \left(\frac{\hbar}{eB}(2n+1)\right)^{1/2}$$

$$\approx \left(\langle z^2\rangle_n - \langle z\rangle_n^2\right)^{1/2} = \delta_n$$

Beispiel für Elektronenrandschicht in n-Si: **Übergang vom elektrisch (2D-System) zum magnetisch quantisierten 3D-System**.

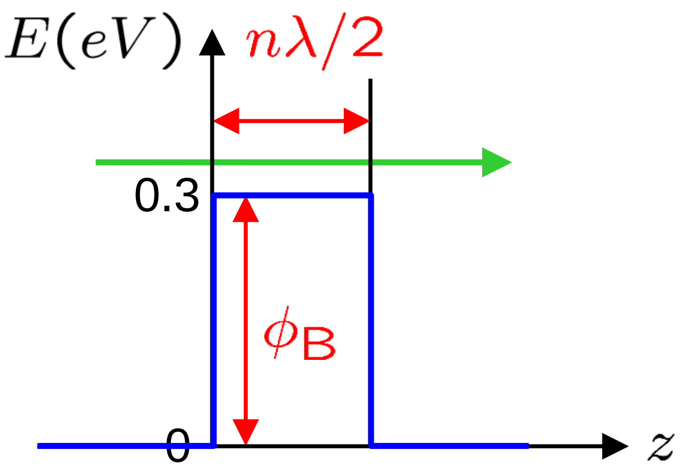


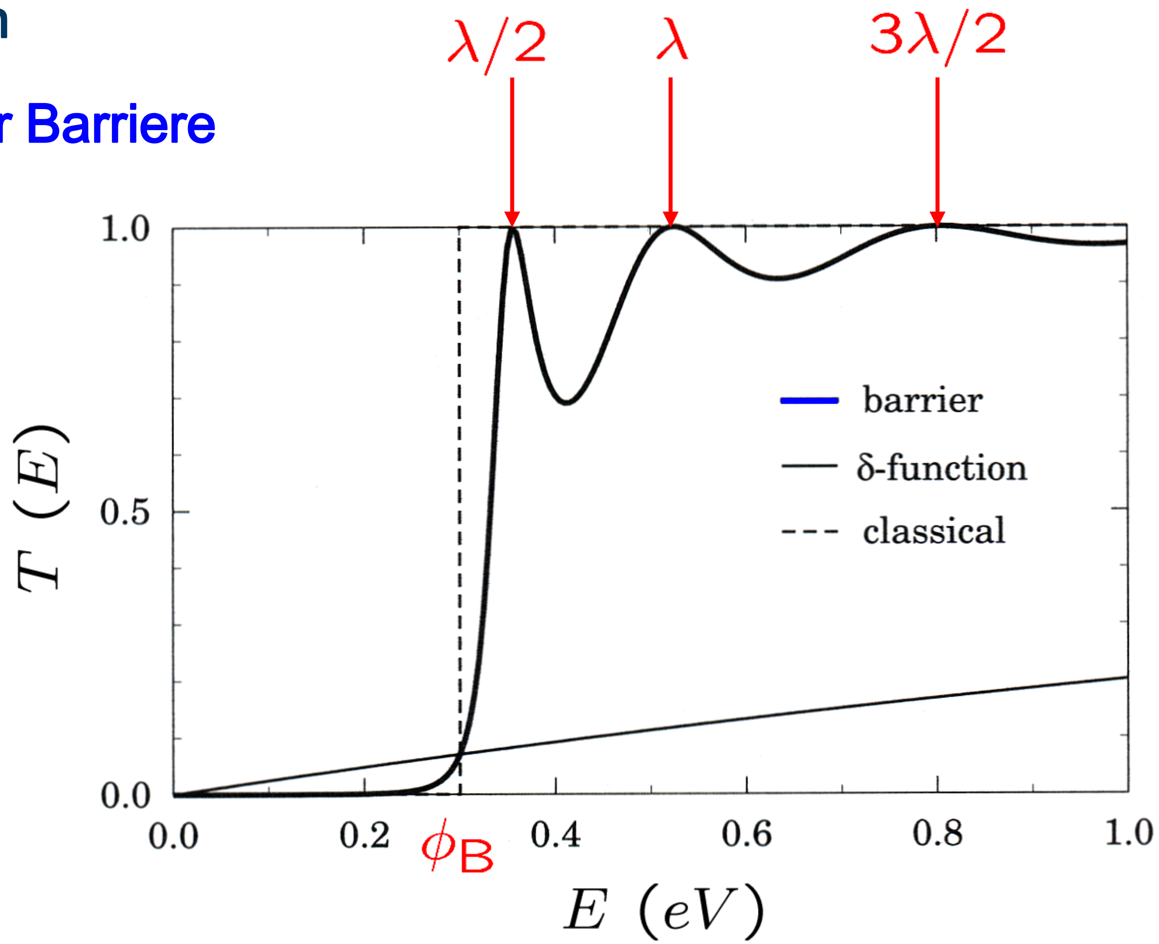
U. Kunze, Surface Science **196**, 374 (1988)

5. Quantenfilme

5.6 Resonante Tunneldioden

Tunneleffekt bei endlich hoher Barriere



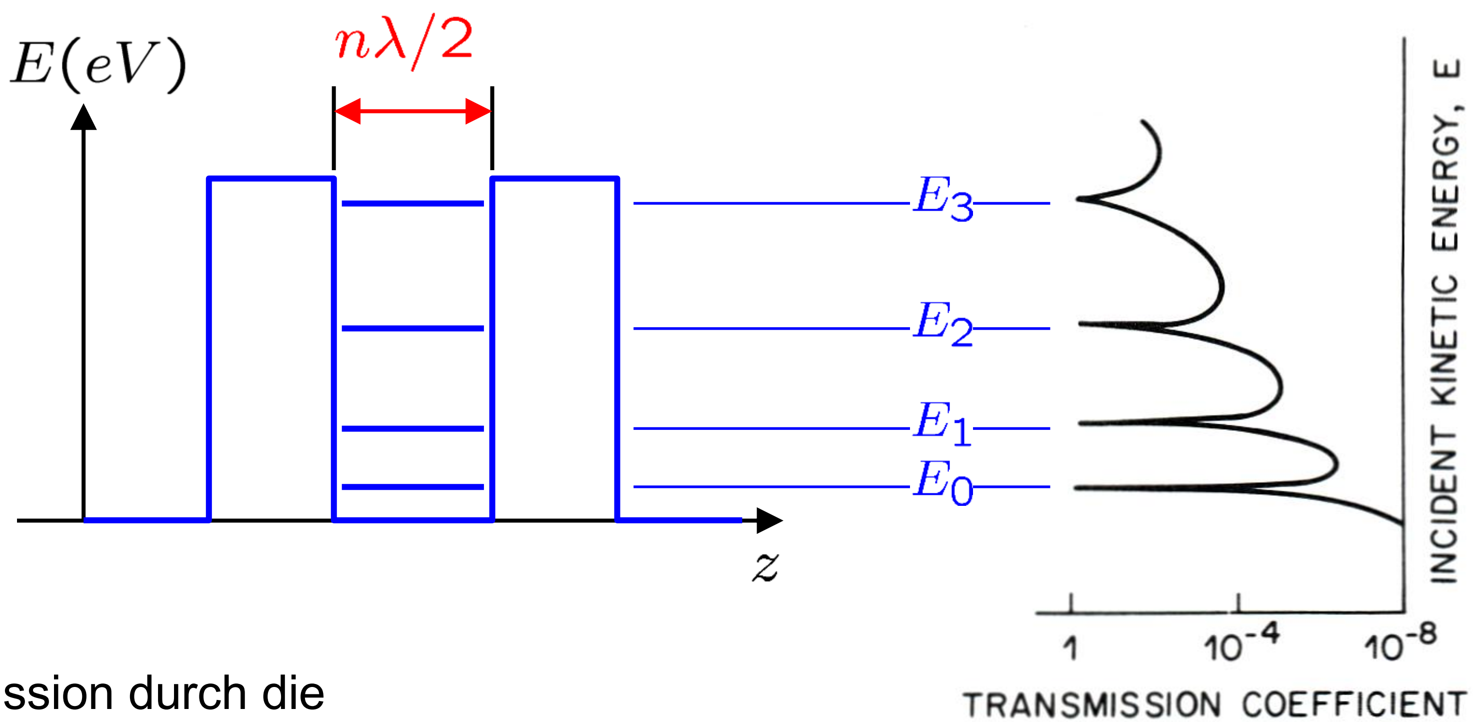


Transmission durch und über die **Einzelbarriere:** $T(E) = 1$ nur dann, wenn die reflektierten Wellen destruktiv interferieren – **Fabry-Pérot-Resonanz**

J.H. Davies; The physics of low-dimensional semiconductors. Cambridge University, Cambridge 1998

5. Quantenfilme
5.6 Resonante Tunneldioden

Tunneleffekt bei endlich hoher Barriere



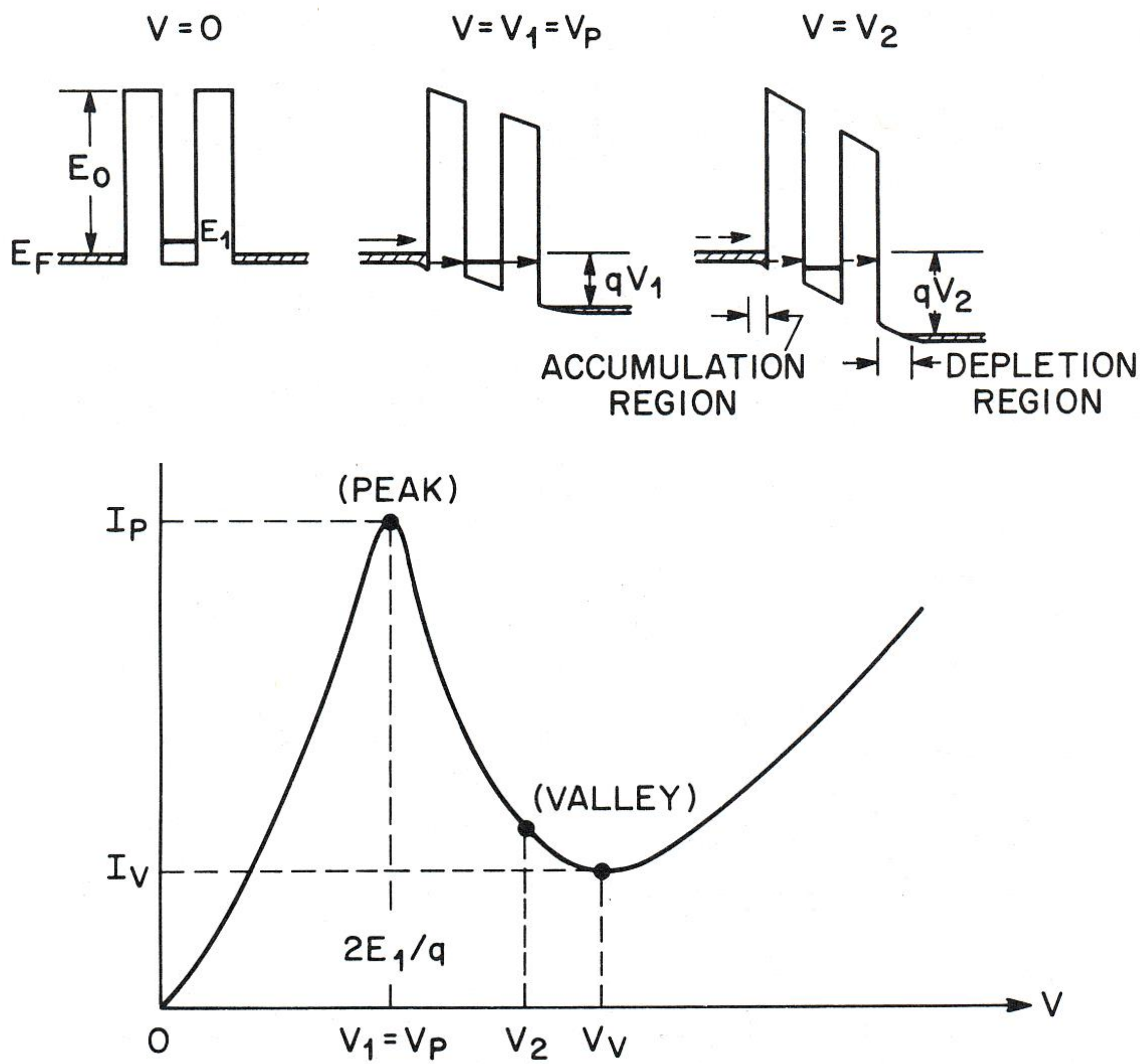
Transmission durch die **Doppelbarriere:** $T(E) = 1$ nur dann, wenn die reflektierten Wellen destruktiv interferieren – **Fabry-Pérot-Resonanz**

S.M. Sze: High-speed semiconductor devices. Wiley, New York 1990

5. Quantenfilme

5.6 Resonante Tunneldioden

Ideale Kennlinie



Strom-Maximum und negativer differentieller Widerstand durch Abriss der Resonanz.

Fabry-Pérot-Effekt:
Ist der Transport durch die Doppelbarriere kohärent?

S.M. Sze: High-speed semiconductor devices. Wiley, New York 1990

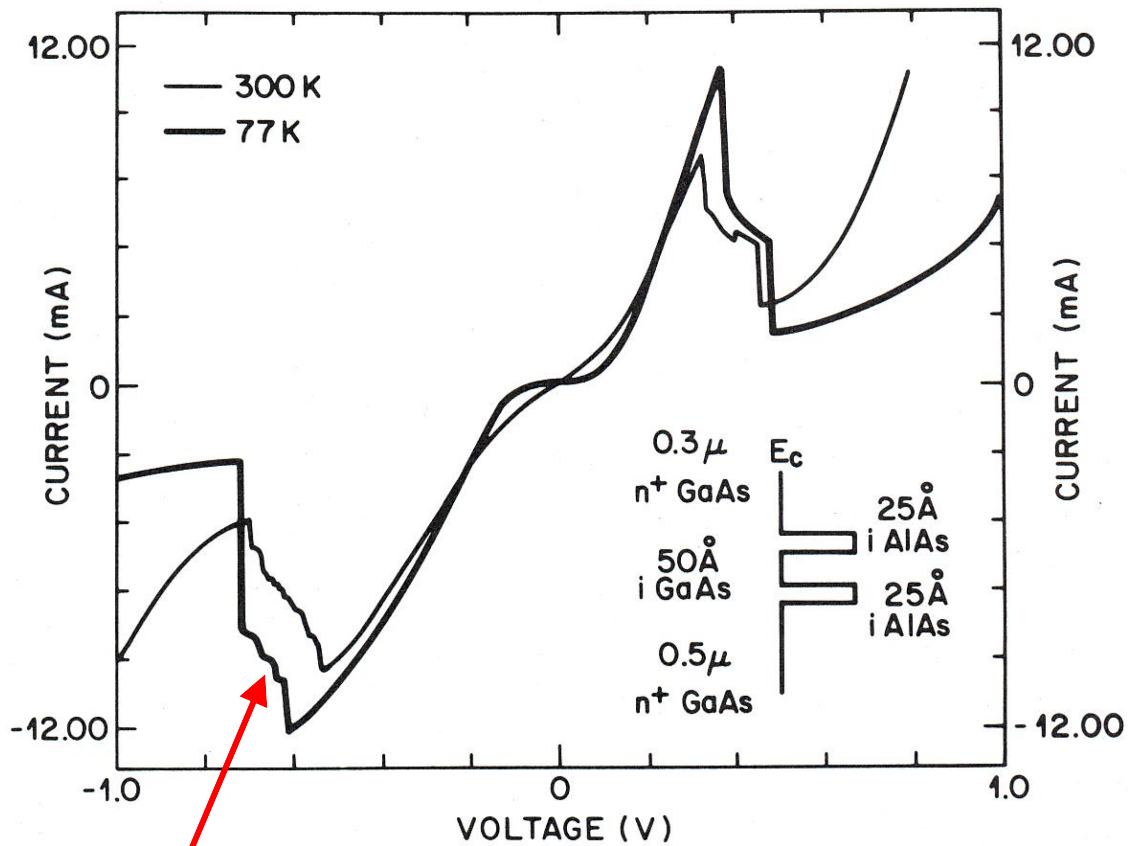
5. Quantenfilme

5.6 Resonante Tunneldioden

Reale Kennlinie

Die reale Kennlinie gibt keinen Hinweis auf die Art des Tunnelprozesses:
Kohärent oder sequenziell?

Die Kennlinien sind typisch im Bereich des NDR durch instabile Beschaltung verfälscht.

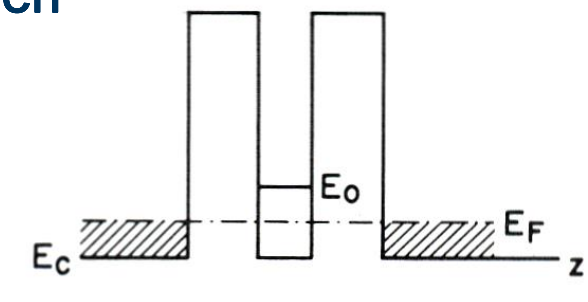


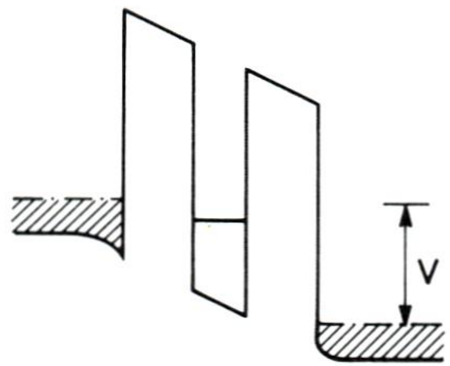
Bereich der Instabilität

S.M. Sze: High-speed semiconductor devices. Wiley, New York 1990

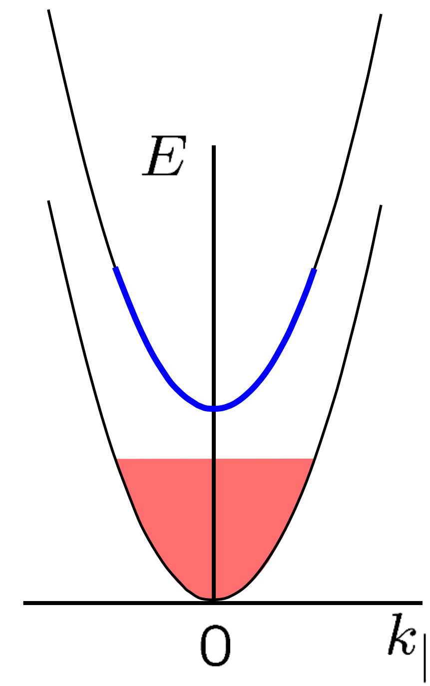
5. Quantenfilme
5.6 Resonante Tunneldioden

Reale Kennlinie

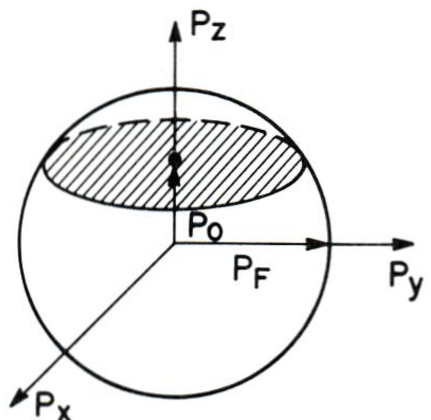


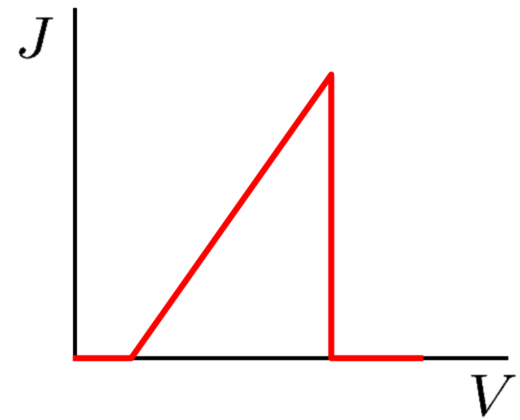


Mechanismus des NDR bei sequenziellem Tunneln unter Erhaltung von $\mathbf{k}_{\|}$.



Die Fläche in der $\mathbf{k}$-Ebene steigt proportional zu k^2, also linear mit V.





S.M. Sze: High-speed semiconductor devices. Wiley, New York 1990

5. Quantenfilme

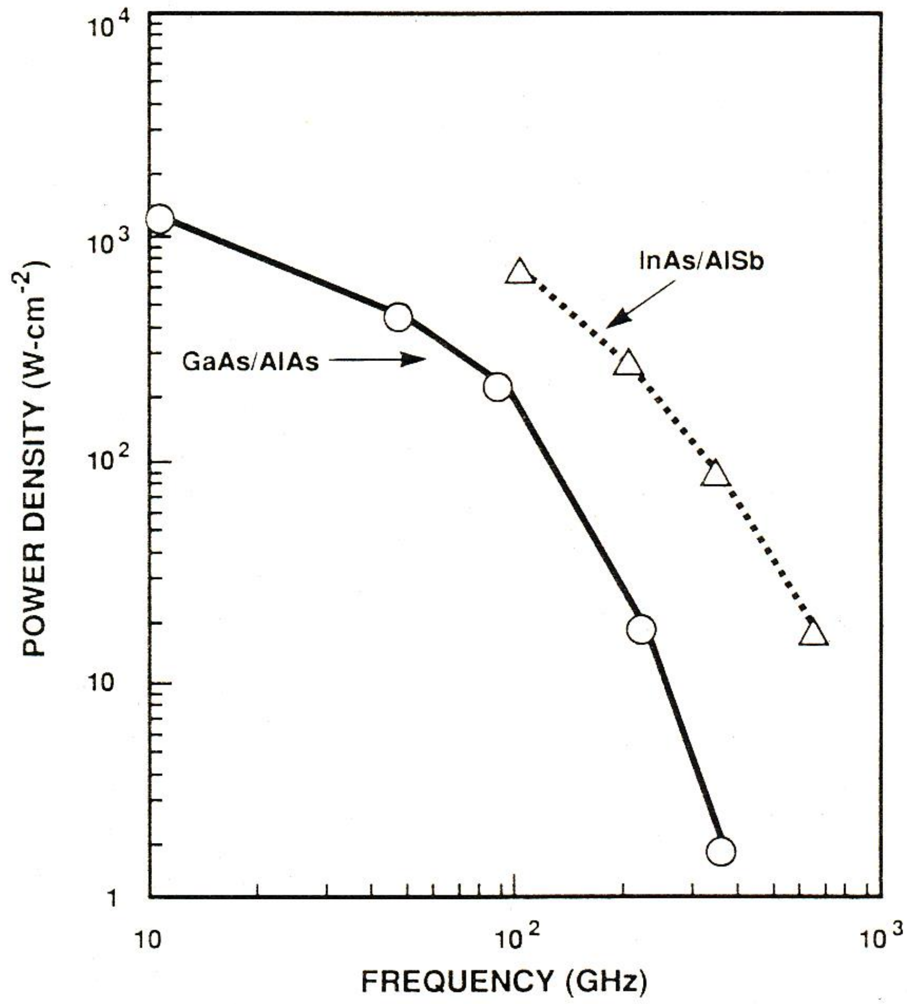
5.6 Resonante Tunneldioden

Hochfrequente Anwendung

$J_\mathrm{P}/J_\mathrm{V}$ bei T = 300 K für typische Schichtsysteme:

Elektrode	/ Barriere	/ Quantenfilm	
GaAs	/ AlAs	/ GaAs:	**2.9**
InAs	/ AlSb	/ InAs:	**3.4**
InGaAs	/ InAlAs	/ InGaAs:	**6.7**
InGaAs	/ AlAs	/ InGaAs:	**14**
InGaAs	/ AlAs	/ InAs:	**50**

Zur Anwendung: Die maximale Oszillatorfrequenz beträgt 1.111 THz (rauscharmer Lokaloszillator)



E.R. Brown *et al.*, Appl. Phys. Lett. 58, 2291 (1991)
M. Feiginov, C. Sydlo, O. Cojocari, P. Meissner, Appl. Phys. Lett. **99**, 233506 (2011)

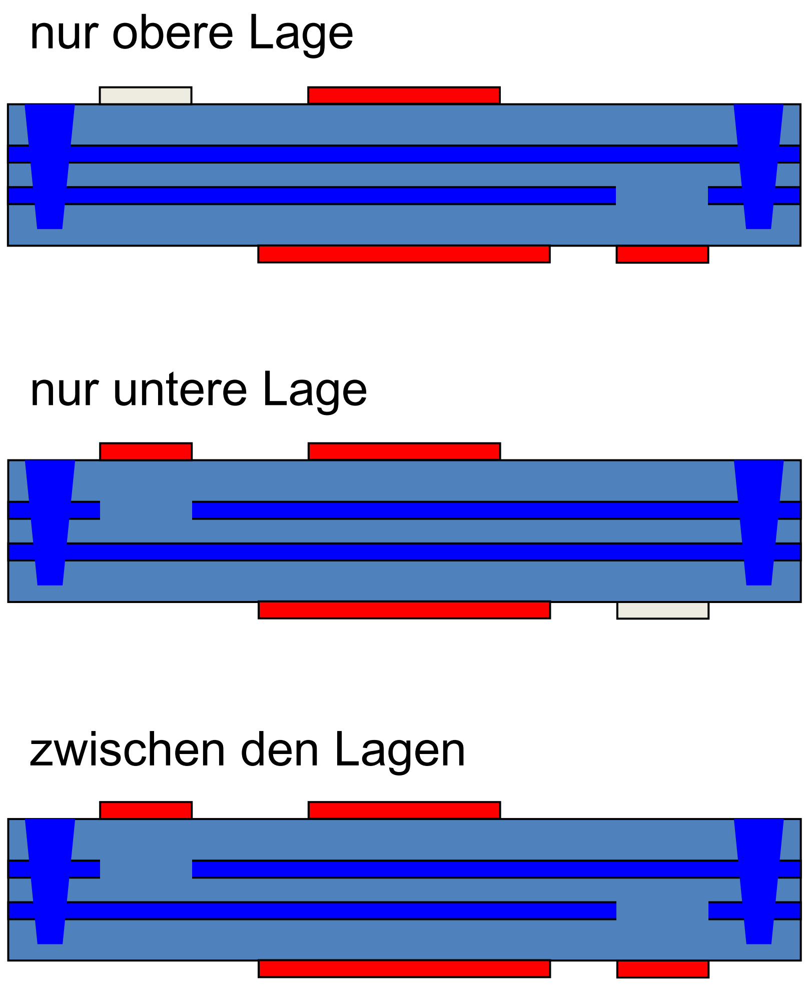
5. Quantenfilme

5.7 Doppellagensysteme

Doppellagen-System

Selektive Kontakte

Separate Kontakte an den beiden Lagen von 2DEGs und Gate-Elektroden zur selektiven Verarmung erlauben Transportmessungen in den einzelnen Lagen und das Anlegen einer Tunnelspannung.



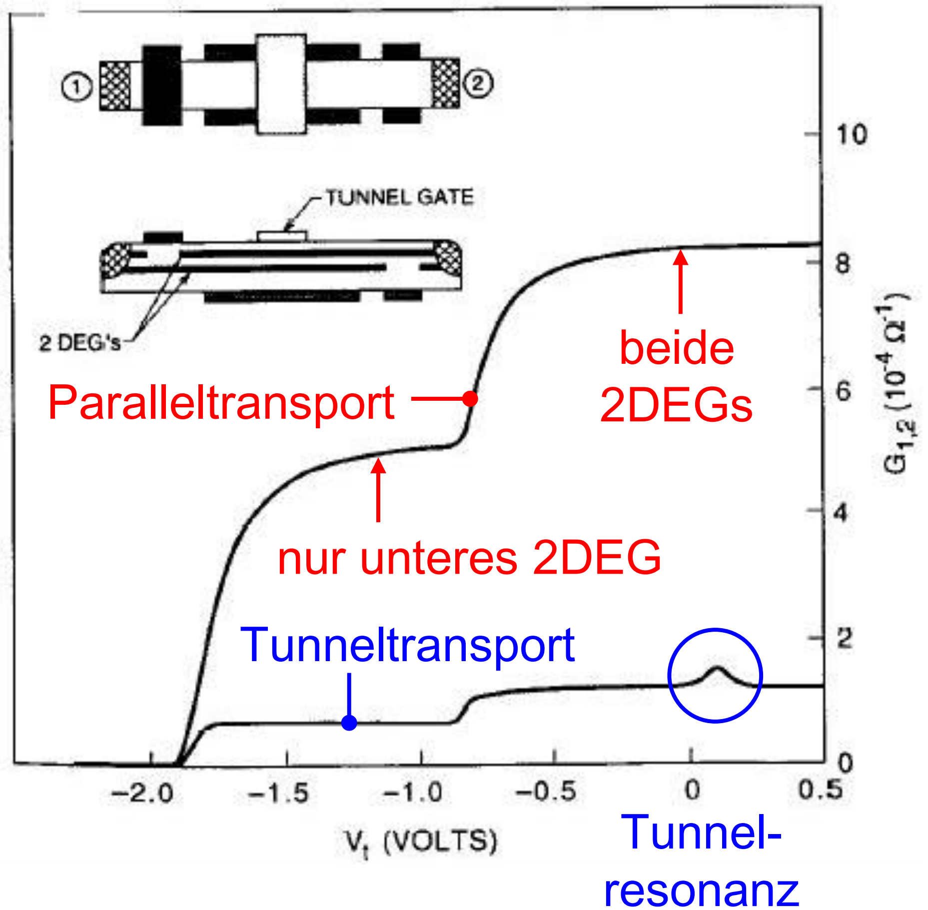
J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Appl. Phys. Lett. **58**, 1497 (1991)

5. Quantenfilme

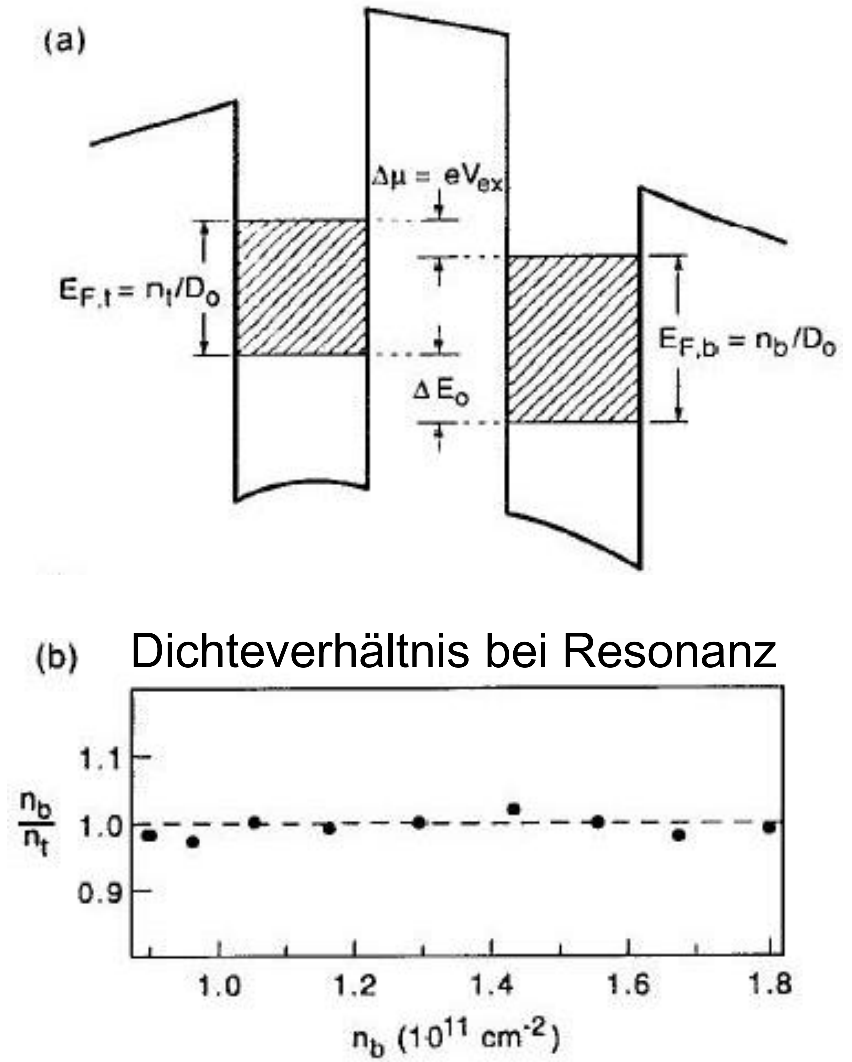
5.7 Doppellagensysteme

Doppellagen-System

Transport und Tunneln



Bändermodell mit Energien



J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Appl. Phys. Lett. **58**, 1497 (1991)

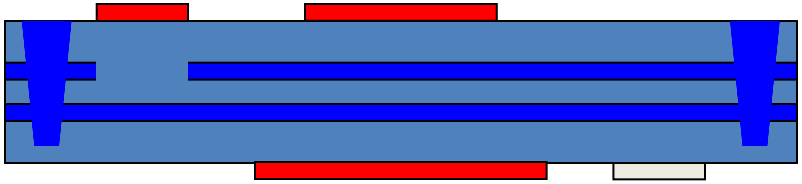
5. Quantenfilme

5.7 Doppellagensysteme

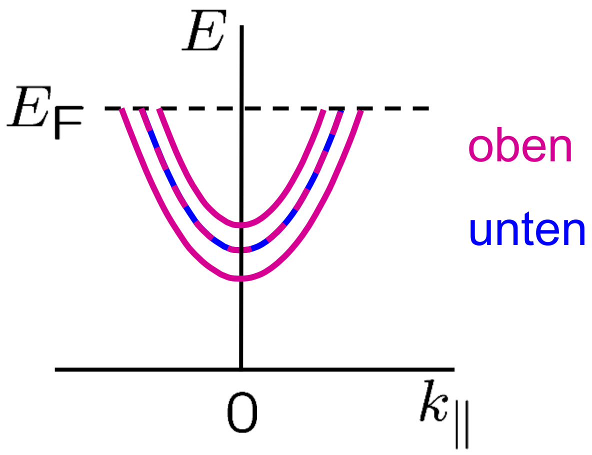
Doppellagen-System

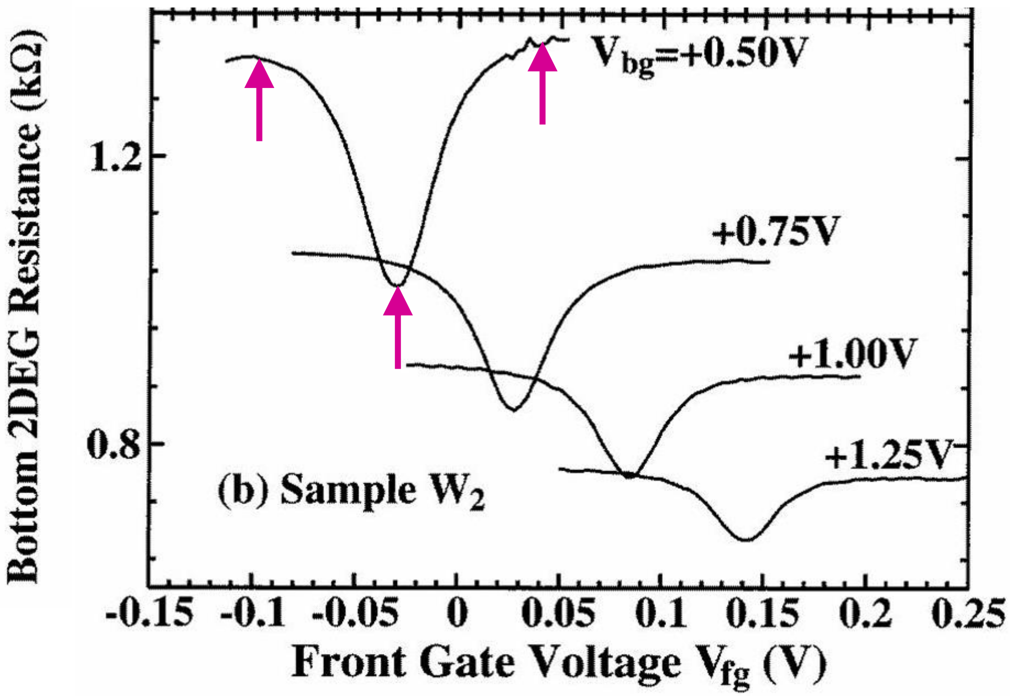
Transport und Tunneln

untere Lage



Bei gleicher Dichte leiten durch die Tunnelresonanz beide Lagen parallel.





N.K. Patel *et al.*, Semicond. Sci. Technol. **11**, 703 (1996).

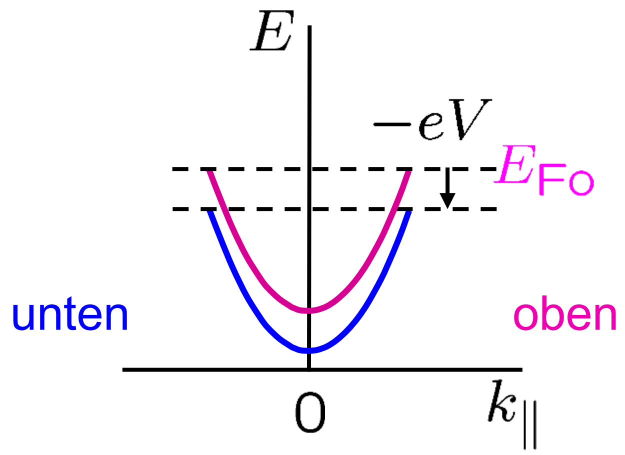
5. Quantenfilme

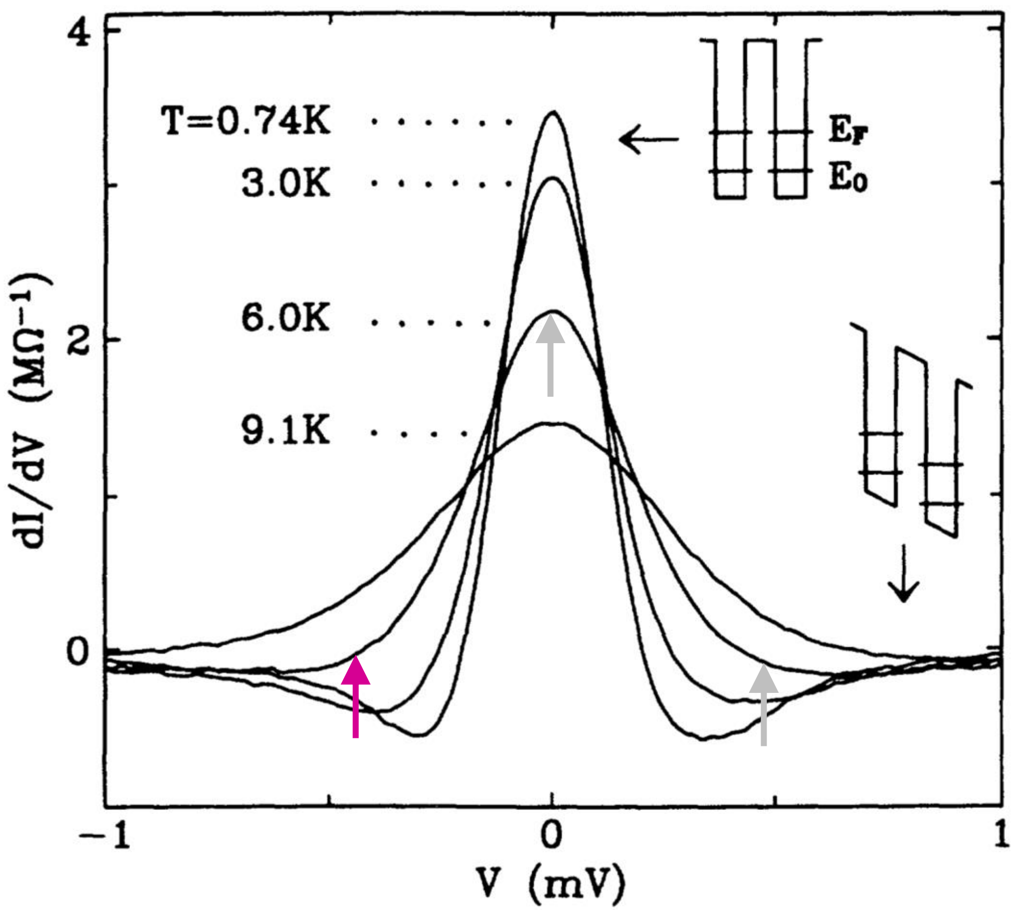
5.7 Doppellagensysteme

Doppellagen-System

Tunnelresonanz

Tunnelresonanz als
Funktion der Temperatur
ist Maß für e-e-Streuung





S.Q. Murphy, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Phys. Rev. B **52**, 14825 (1995)

5. Quantenfilme
5.7 Doppellagensysteme

Doppellagen-System

Tunnelresonanz

Tunnelresonanz als Funktion der gesamten Dichte N_T für gleiche Einzeldichten und im senkrechten Magnetfeld mit Füllfaktoren $\nu = 0.5$ oder $\nu_\mathrm{T} = 1$.

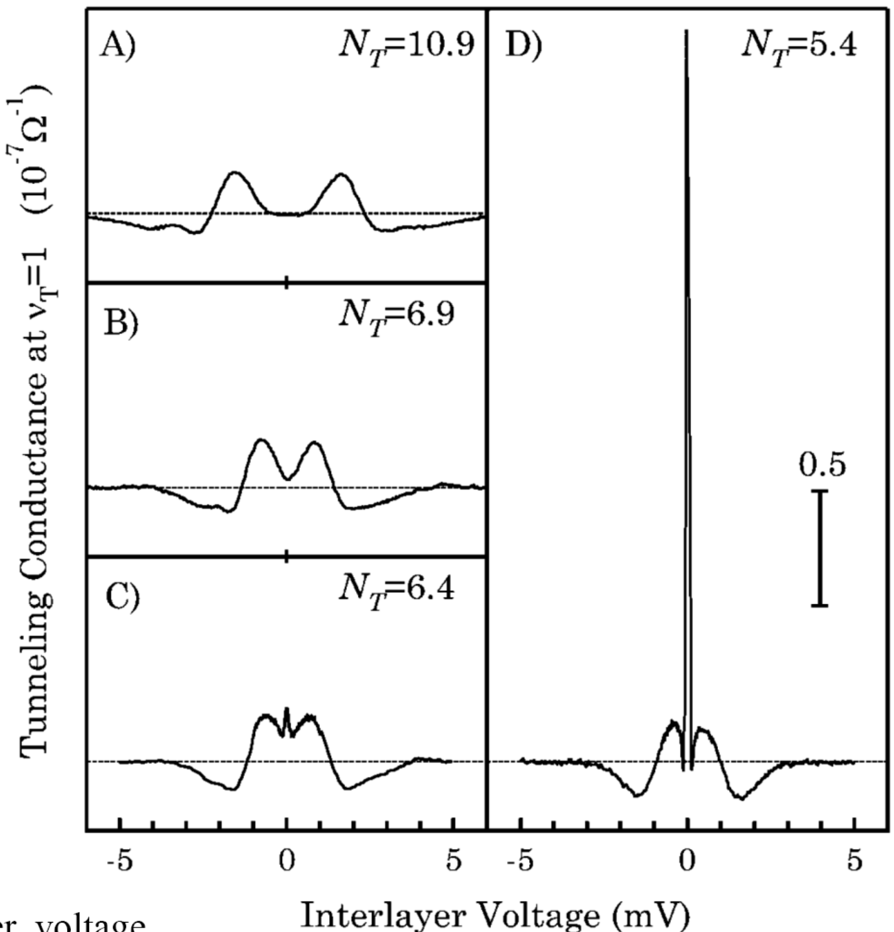


FIG. 1. Tunneling conductance dI/dV vs interlayer voltage V at $\nu_T = 1$ and $T = 40$ mK in a balanced double layer 2D electron system. Each trace corresponds to a different total density N_T (in units of 10^{10} cm^{-2}), and thus a different magnetic field. Trace A, at the highest density, shows a deep suppression of the tunneling near zero bias. By trace D, the lowest density of the four shown, this suppression has been replaced by a tall peak. The vertical scale is the same for all traces.

I. B. Spielman, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, K. W. West, Phys. Rev. Lett. **84**, 5808 (2000).

5. Quantenfilme

5.7 Doppellagensysteme

Doppellagen-System

Tunnelresonanz

Tunnelresonanz als Funktion des Magnetfeldes (des inversen totalen Füllfaktors ν_{T}) im balancierten System

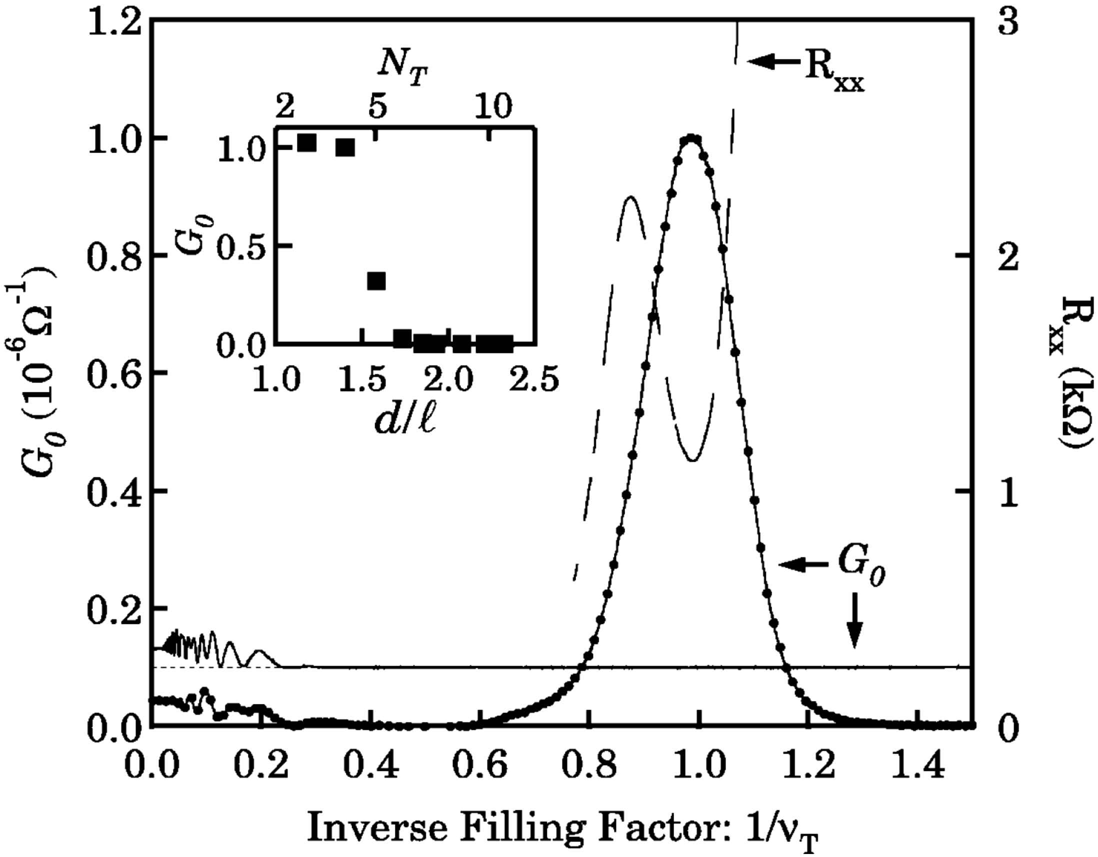
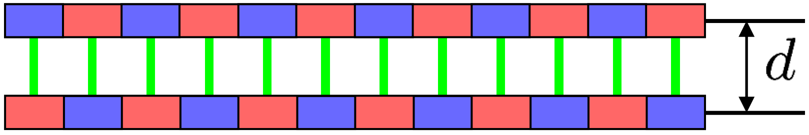


FIG. 2. Zero bias tunneling conductance G_0 vs inverse filling factor at high and low density. Light solid trace: $N_T = 10.9 \times 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-2}$; the data was displaced vertically for clarity. Above about $\nu_T^{-1} = 0.3$ the conductance is nearly zero. Dotted trace: $N_T = 4.2 \times 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-2}$. A huge enhancement of the tunneling is observed near $\nu_T = 1$. Dashed curve: longitudinal resistance R_{xx} for $N_T = 4.2 \times 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-2}$ showing QHE minimum at $\nu_T = 1$. Inset: tunneling conductance at $\nu_T = 1$ vs d/ℓ. All data was taken at $T = 40$ mK.

$$l = (\hbar/eB)^{1/2}$$



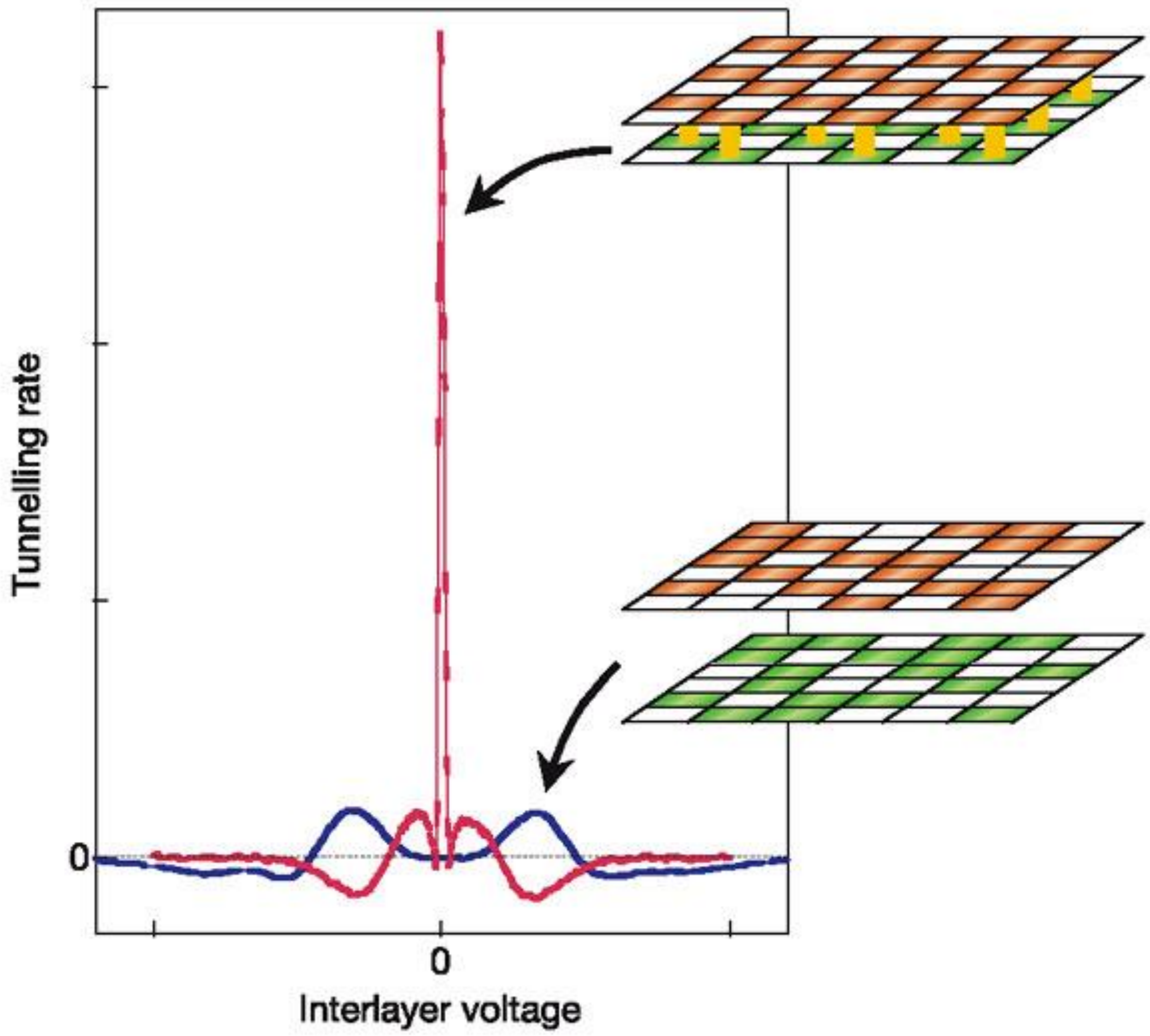
I. B. Spielman, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, K. W. West, Phys. Rev. Lett. **84**, 5808 (2000).

5. Quantenfilme
5.7 Doppellagensysteme

Doppellagen-System

Tunnelresonanz

Deutung:
Phasenübergang durch Exziton-Bildung zwischen Coulomb- wechselwirken-den Elektronenfilmen mit Füllfaktoren ½: Elektron + Loch bilden je ein Exziton (Boson), so wird die Unterdrückung des Tunneleffekts zwischen gleichen Landau-Zuständen aufgehoben.



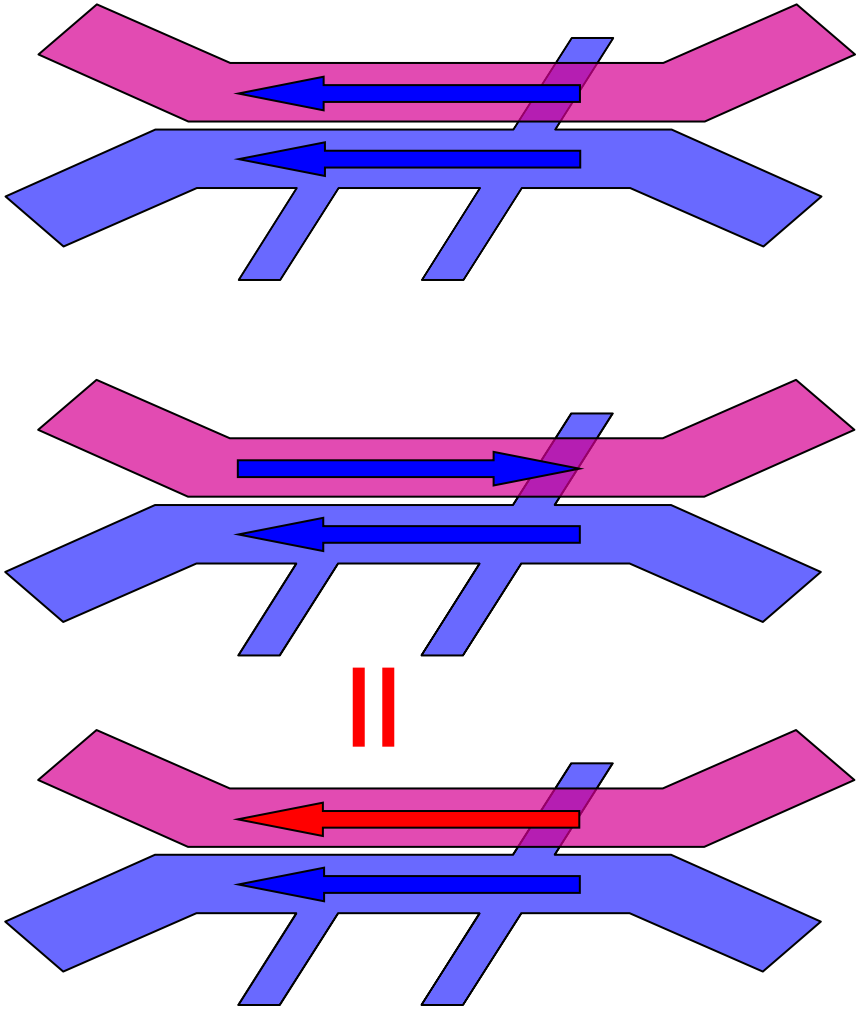
J.P. Eisenstein, A.H. MacDonald, Nature **432**, 691 (2004).

5. Quantenfilme

5.7 Doppellagensysteme

Doppellagen-System

Phasenübergang



Bei gleichsinniger Stromrichtung werden in den beiden Schichten die Elektronen entgegen der Stromrichtung transportiert.

Bei gegensinniger Stromrichtung fließen in der oberen Schicht die **Löcher parallel zu den Elektronen** in der unteren Schicht, also können sich Elektron-Loch-Paare bilden und als **Exzitonen transportiert** werden.

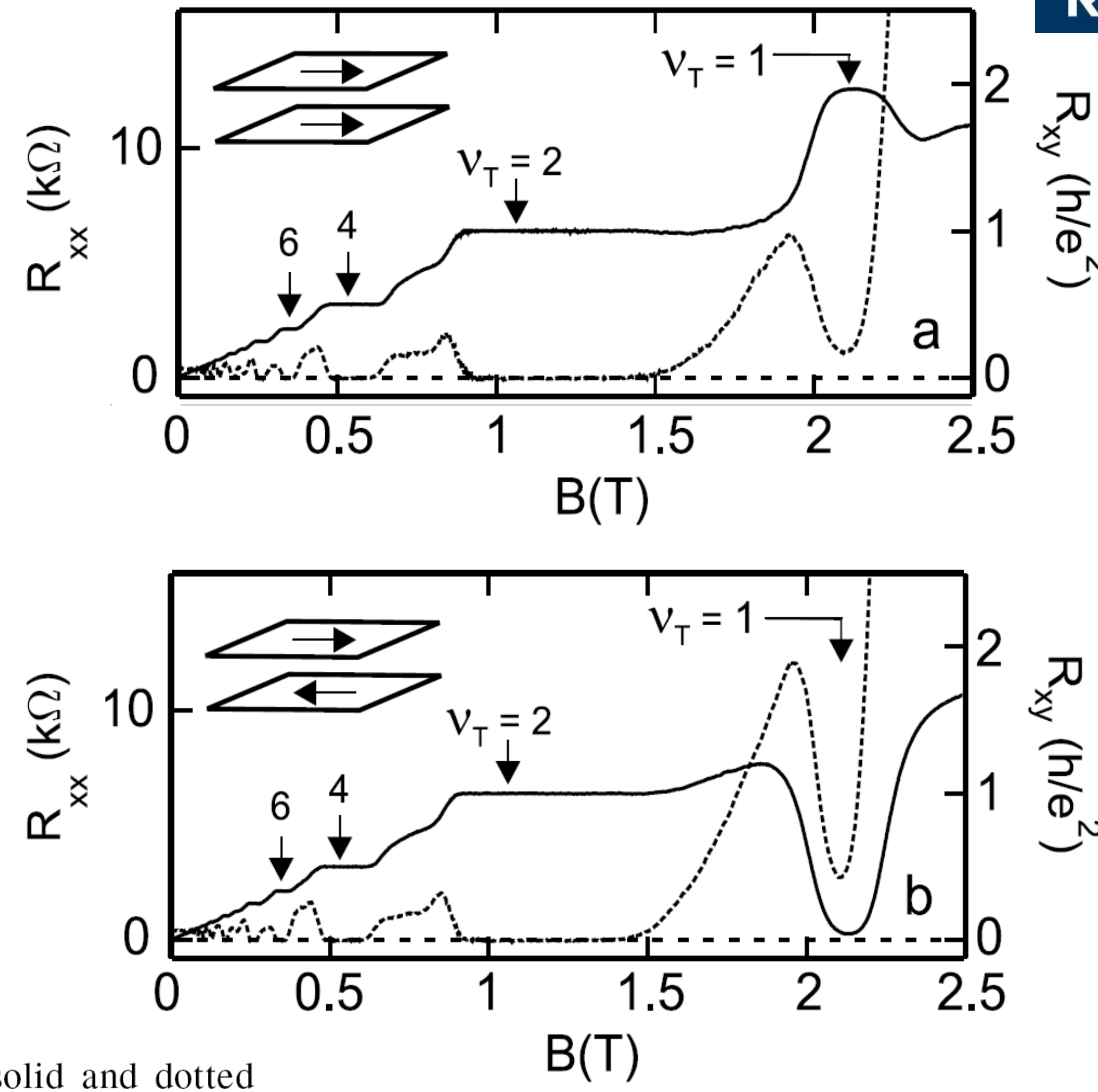
M. Kellogg, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Phys. Rev. Lett. **93**, 036801 (2004)

5. Quantenfilme

5.7 Doppellagensysteme

Doppellagen-System

Phasenübergang



Nachweis: Elektronen erzeugen eine Hall-Spannung, der QHE bildet ein Plateau bei $\nu_T = 1$.

Exzitonen erfahren keine Lorentz-Kraft, daher verschwindet auch der Hall-Widerstand.

FIG. 2. Hall and longitudinal resistances (solid and dotted traces, respectively) in a low density double-layer 2DES at T = 50 mK. (a) Currents in parallel in the two layers. (b) Currents in counterflow configuration. Resistances determined from voltage measurements on one of the layers.

M. Kellogg, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Phys. Rev. Lett. **93**, 036801 (2004)

5. Quantenfilme

5.7 Doppellagensysteme

Doppellagen-System

Phasenübergang

Exzitonen bilden sich nur im balancierten System, $\nu_\mathrm{T} = 1$, und bei hinreichend starker **Coulomb-Kopplung**, also kleinem Lagenabstand d, sowie bei sehr niedriger Temperatur. Verschwindende R_{xx} und R_{xy} bedeuten verlustloser Transport: **Bose-Einstein-Kondensat**

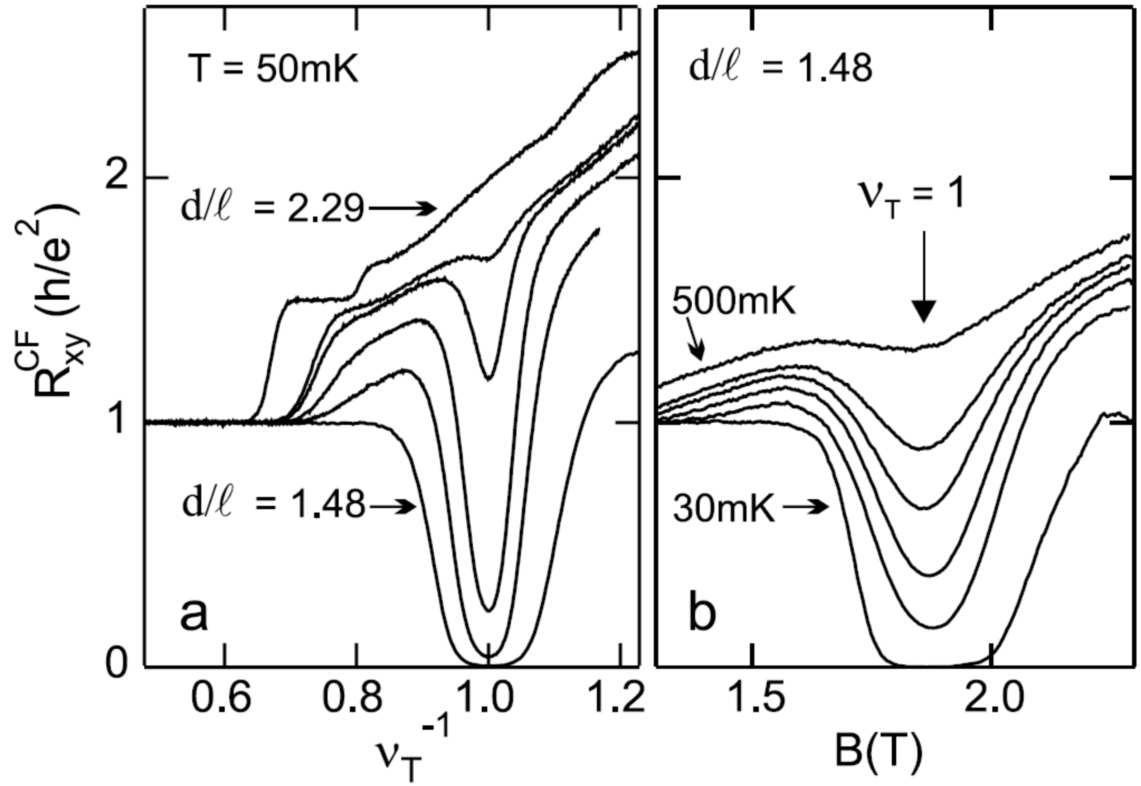
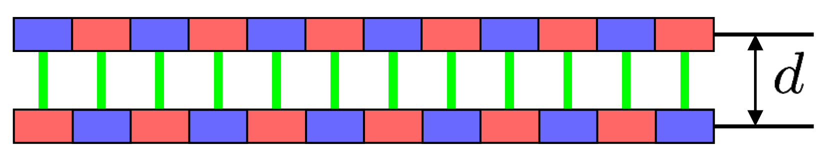


FIG. 3. Development of a deep minimum in R_{xy}^{CF} with decreasing effective layer separation (a) and falling temperature (b). In (a) data taken at various d/ℓ (1.48, 1.59, 1.66, 1.71, 1.75, and 2.29) are plotted versus inverse filling factor ν_{tot}^{-1}. In (b) the fixed d/ℓ data, taken at $T = 30$, 150, 200, 250, 300, and 500 mK, are plotted versus magnetic field.

$$l = (\hbar/eB)^{1/2}$$



M. Kellogg, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Phys. Rev. Lett. **93**, 036801 (2004)

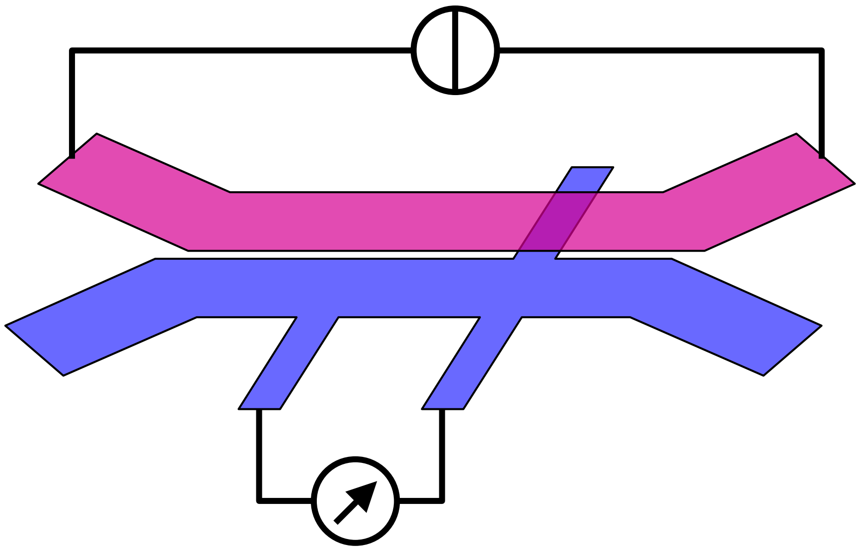
5. Quantenfilme

5.7 Doppellagensysteme

Doppellagen-System

Coulomb drag

Bei Stromeinspeisung in der oberen Lage wird in der unteren Lage eine Spannung gemessen: Reibungskopplung



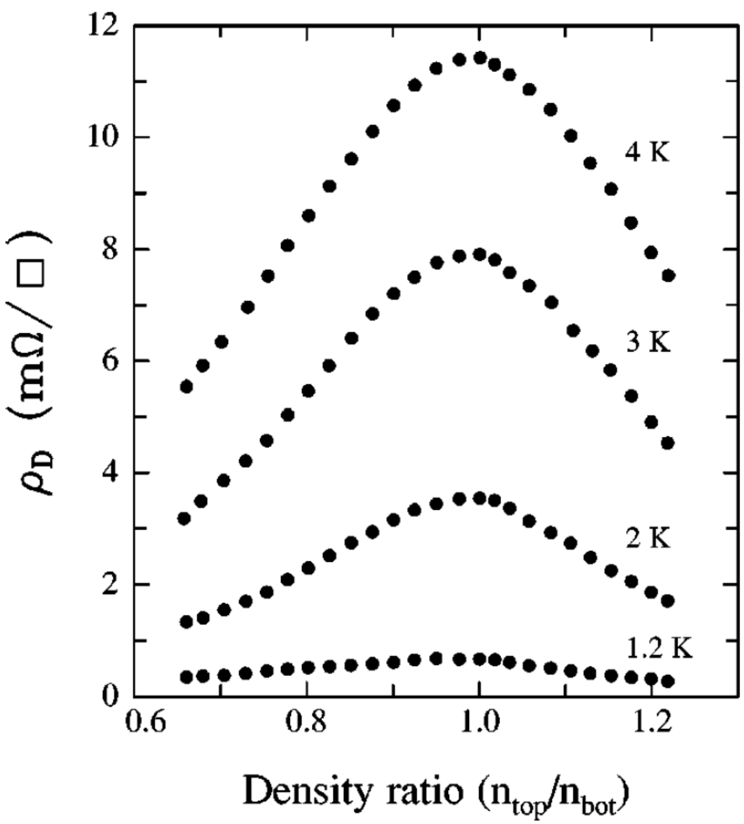


FIG. 3. Measured drag resistivity vs layer density ratio for $d = 2600$ Å at four different temperatures. The top layer density n_{top} is varied while the bottom layer density n_{bot} is fixed at 1.53×10^{11} cm^{-2}. The peak at matched densities confirm the importance of $2k_F$ scattering, which persists even to the lowest temperatures. Coulomb scattering is entirely negligible in this sample.

H. Noh, S. Zelakiewicz, T.J. Gramila, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Phys. Rev. B **59**, 13114 (1999)

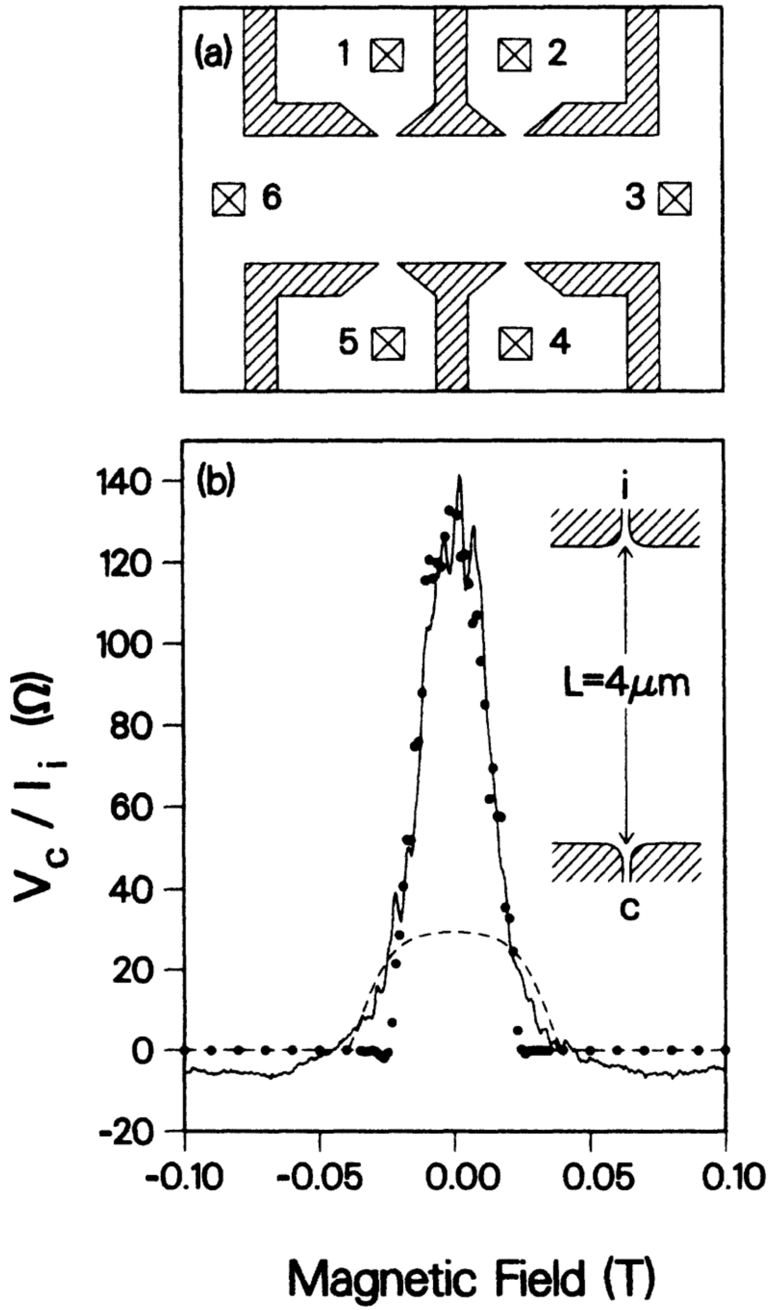
5. Quantenfilme

5.8 Ballistischer Transport

Fokussierung

Ein 2DEG in einer **GaAs/AlGaAs-Heterostruktur** erreicht typisch $\ell_e > 10$ µm (T = 4 K). Die Elektronen erleiden durch die entfernten Donatoren in der Supply-Layer nur eine Kleinwinkel-Streuung, sie verlieren ihren Impuls also erst nach vielen Streuereignissen.

Experiment zum Nachweis der geringen Streuung: Erzeugen eines **Elektronen-strahls** aus einem engen Injektor, der gerichtet ist auf einen engen Kollektor in 4 µm Entfernung. Ein Magnetfeld senkrecht zur Schicht lenkt den Strahl seitlich ab.



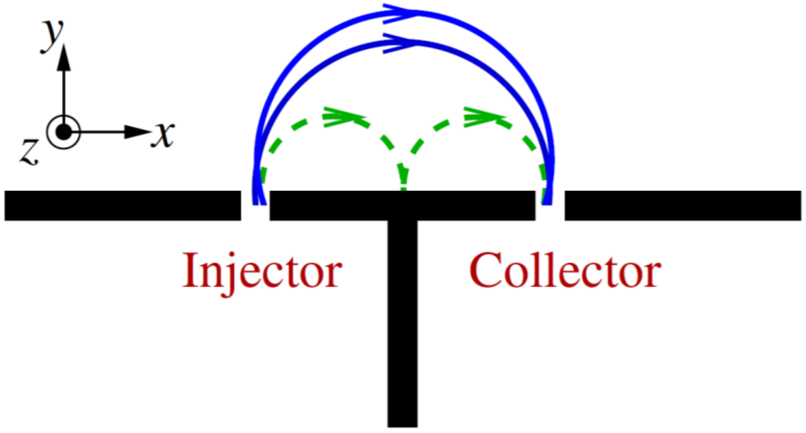
L. W. Molenkamp *et al.*, Phys. Rev. **B41,** 1274 **(1990)**

5. Quantenfilme

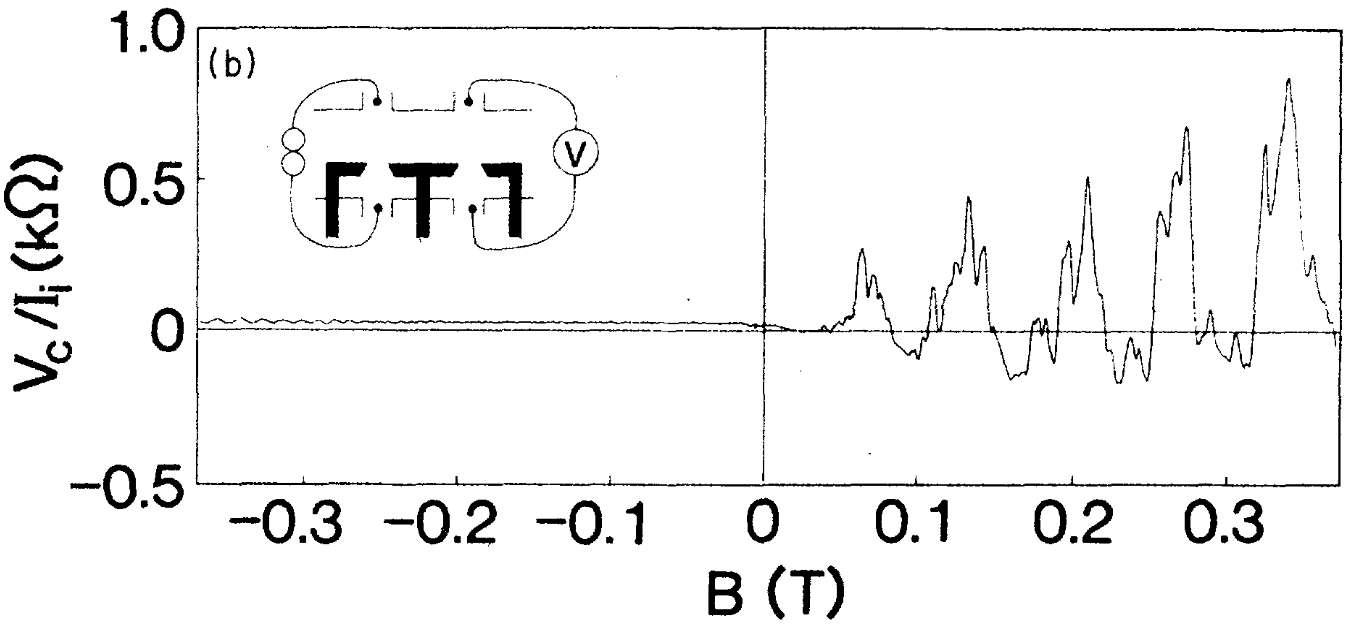
5.8 Ballistischer Transport

Fokussierung

Das Magnetfeld kann den Strahl auf eine **Kreisbahn** zwingen und ermöglicht damit die Fokussierung auf einen Kollektor, der parallel zum Injektor angeordnet ist.



Bei **höheren Magnetfeldern** ergeben sich weitere Fokussierungssignale durch Kreisbahnen mit kleinerem Radius, wobei die Elektronen an einer Barriere reflektiert werden.



H. Van Houten *et al*. Phys. Rev. B**39**, 8556 (1989);
U. Zülicke, J. Bolte, R. Winkler, New J. Phys. **9**, 355 (2007)

5. Quantenfilme

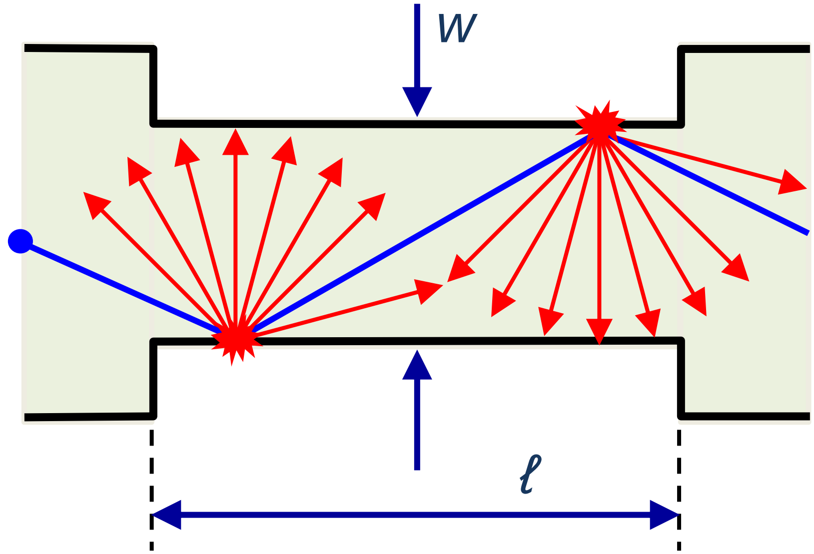
5.9 Hydrodynamischer Transport

Einfluss des Randes

Gleichgewichtsnaher Transport: Individuelle Trajektorien (Billiard-Ballistik)

Ideal: Ladungsträger werden nur durch E-, B-Felder abgelenkt, spiegelnde Reflexion am Rand (mittl. freie Weglänge = ℓ_e , Impulsrelaxationslänge = ℓ_m , *e*-*e*-Streulänge = ℓ_{ee}

Real: Rand-Rauigkeit erzeugt diffuse Komponente, die den Impuls relaxieren lässt.



$\ell_{ee} \gg \ell_e > \ell, w$

$\ell_m \lesssim \ell_e$

R. L. Samaraweera *et al.*, Sci. Repts. **8**, 10061 (2018)

5. Quantenfilme

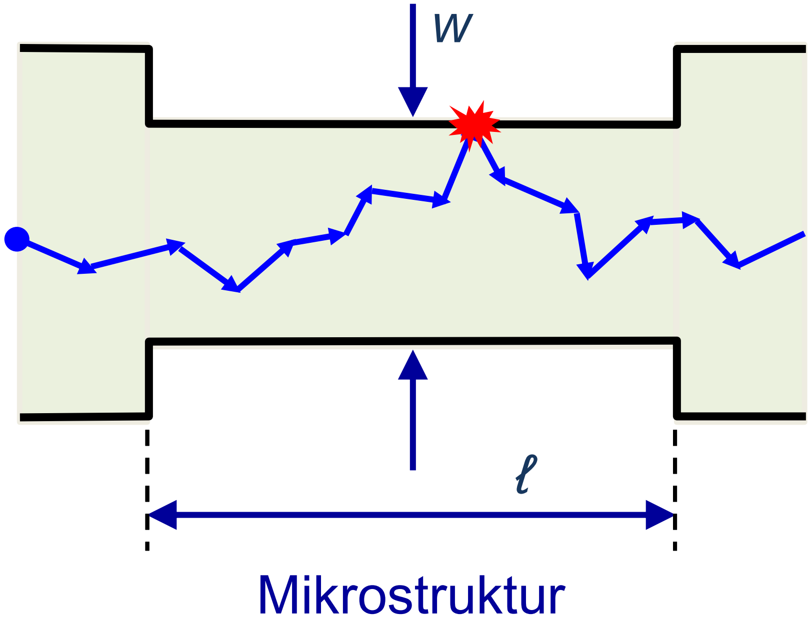
5.9 Hydrodynamischer Transport

Einfluss des Randes

Warme Elektronen: Elektron-Elektron-Streuung nimmt zu

Elektron-Elektron-Streuung ist impulserhaltend, Randstreuung wird reduziert, eine geringere Randstreuung führt zu schwächerer Impulsrelaxation

Gurzhi Effekt: Leitwert steigt, da Impuls besser erhalten bleibt.



$$\ell_{ee} < w < \ell_e$$

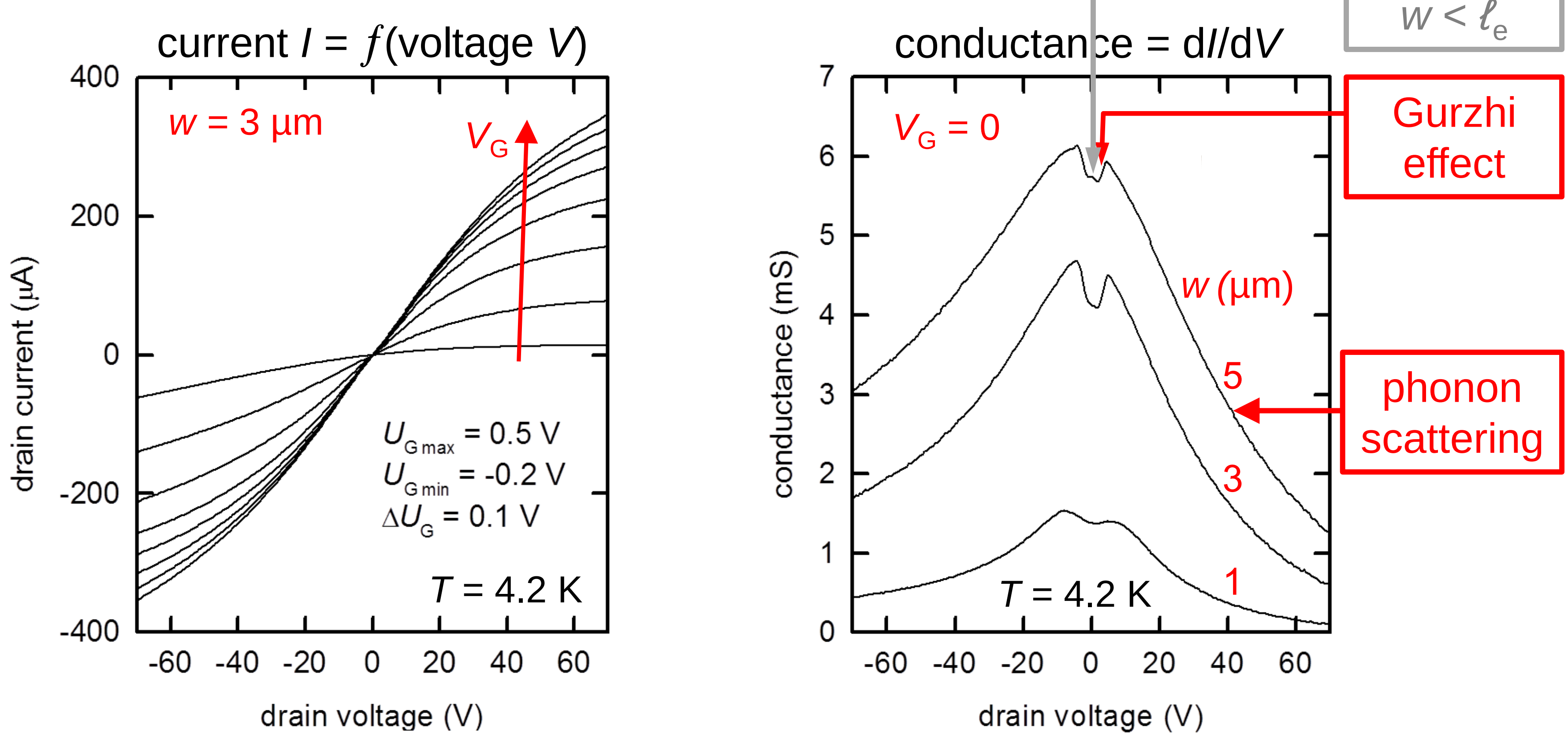
$$\ell_m \lesssim \ell_e$$

R. N. Gurzhi. Sov. Phys. JETP **17**, 521 (1963)

5. Quantenfilme

5.9 Hydrodynamischer Transport

Gurzhi-Effekt – Leitwert steigt



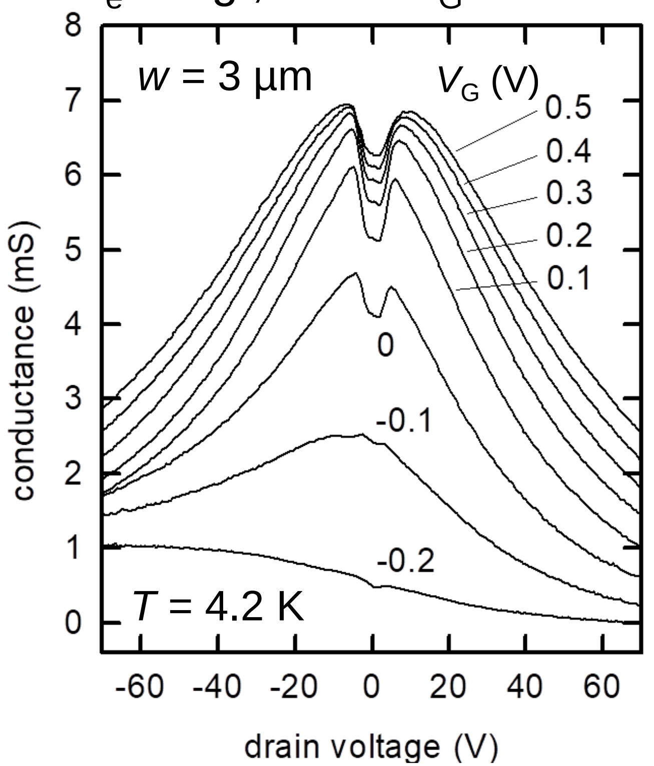
L. W. Molenkamp and M. J. M. de Jong, Phys. Rev. B **49**, 5038 (1994)
S. Skaberna, U. Kunze, D. Reuter, and A. D. Wieck, AIP Conf. Proc. **87**, 787 (2001)

5. Quantenfilme

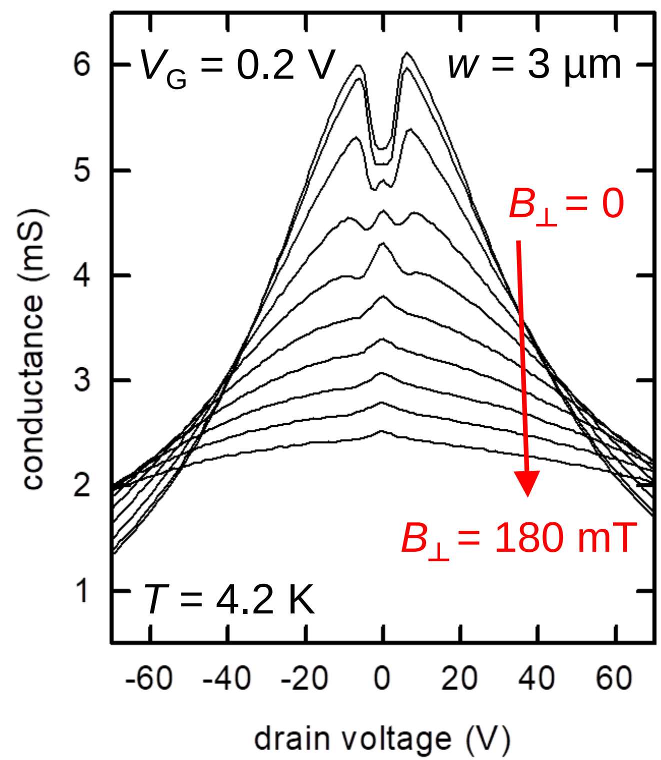
5.9 Hydrodynamischer Transport

Gurzhi-Effekt – Leitwert steigt

ℓ_e steigt, wenn V_G zunimmt



Hall-Effect: $B_\perp$ und $I \neq 0$ drückt Elektronen an den Rand, stärkere Randstreuung



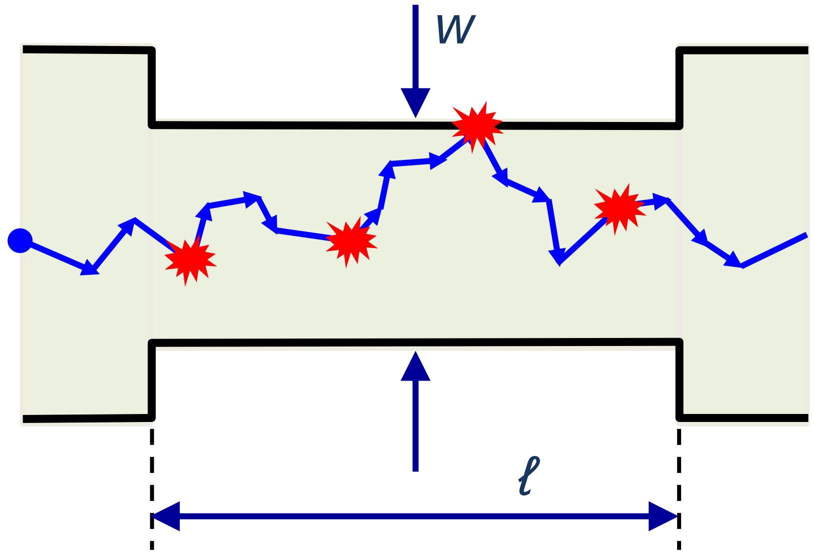
L. W. Molenkamp and M. J. M. de Jong, Phys. Rev. B **49**, 5038 (1994)
S. Skaberna, U. Kunze, D. Reuter, and A. D. Wieck, AIP Conf. Proc. **87**, 787 (2001)

5. Quantenfilme

5.9 Hydrodynamischer Transport

Diffuser Transport – Einfluss des Randes

Heiße Elektronen: Starke Elektron-Phonon-Streuung ist impulszerstörend, die Impulsrelaxationslänge relaxiert, der Leitwert sinkt.



$\ell_{ee} \ll \ell_e < w$

$\ell_m \ll \ell_e$

R. I. Hornsey, J. R. A. Cleaver, and H. Ahmed, Phys. Rev. B. 48, 14679 (1993)

5. Quantenfilme

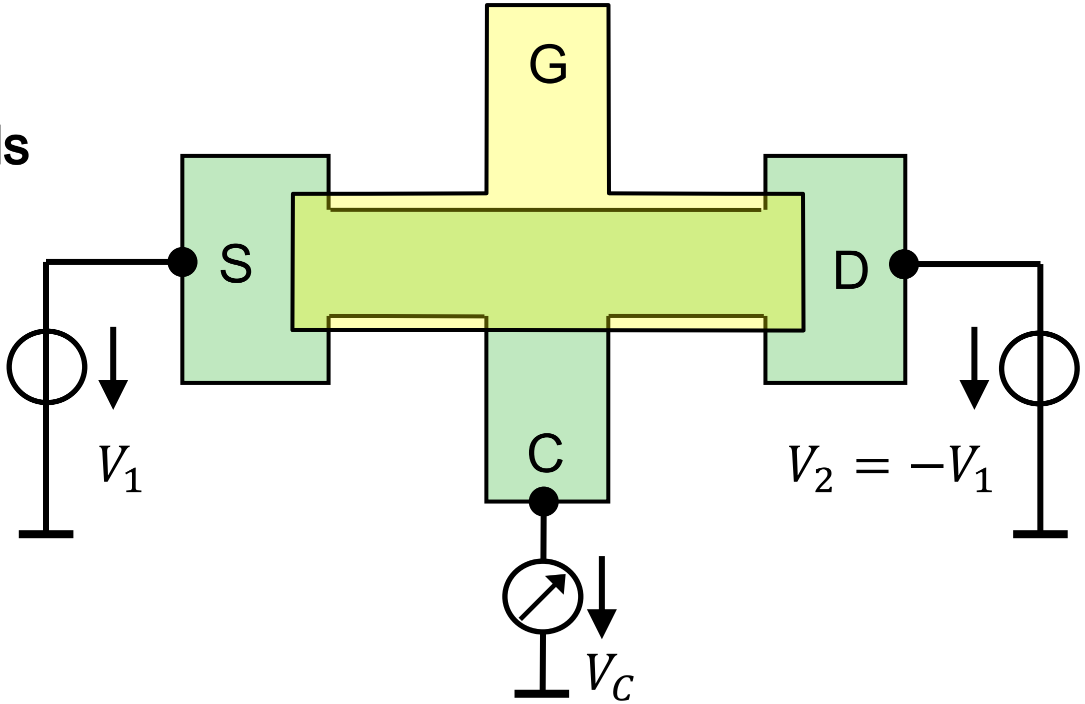
5.10 Modeneffekt

Feldeffektstruktur

Einfluss des Spannungsabfalls

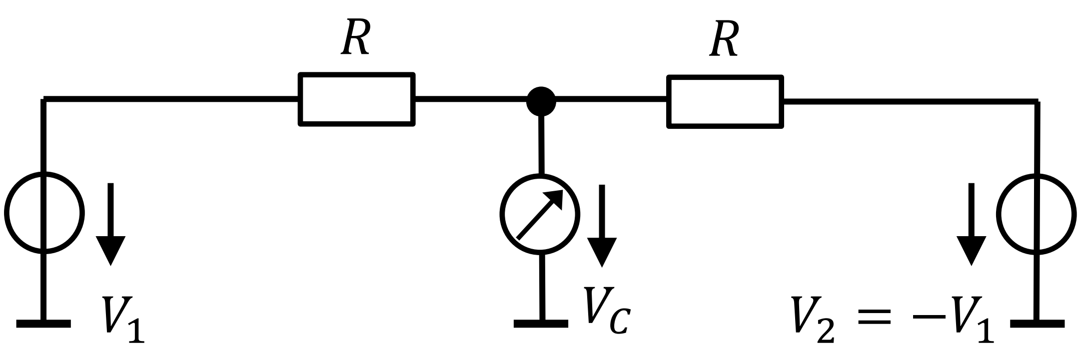
Gate: Steuert die Elektronendichte

Push-Pull Spannungs-ansteuerung



Mittenspannung V_C

Naives Widerstandsmodell:



$\boxed{V_C = 0}$

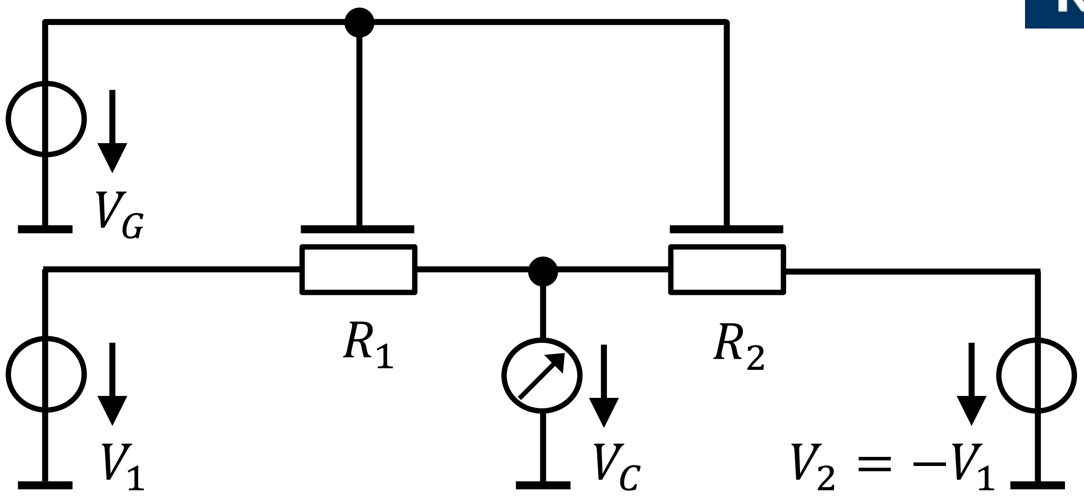
Falsch!

5. Quantenfilme

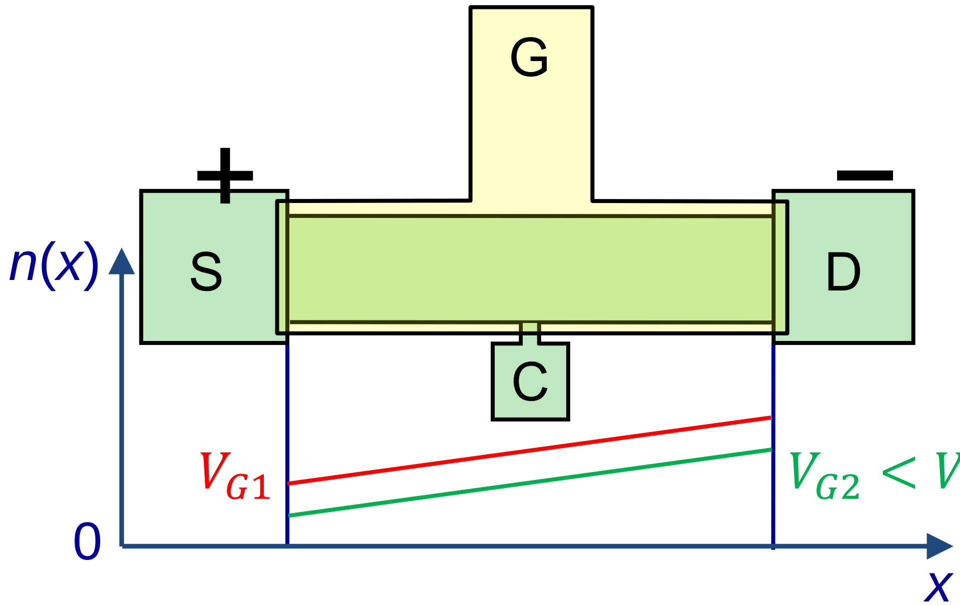
5.10 Modeneffekt

Feldeffektstruktur

Einfluss des Spannungsabfalls



Betrachte die Gate-Electrode



Wirkung des Spannungsabfalls:
Die effektive Gatespannung macht die Elektronendichte ortsabhängig: $n(x)$

Widerstand der Zuleitungen:
$R_1 > R_2$

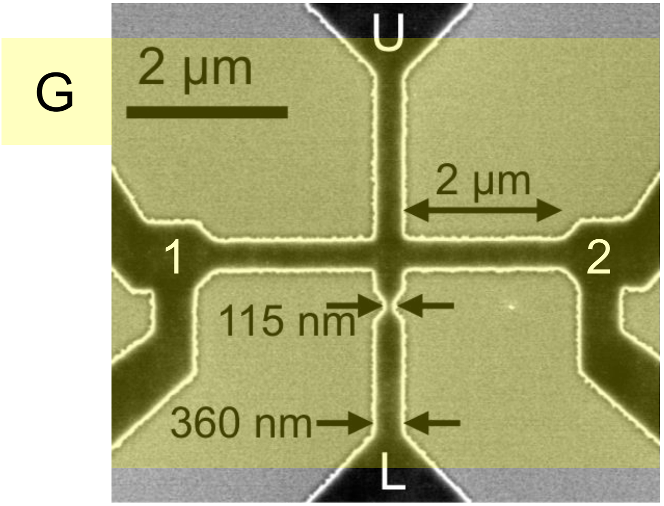
Ergebnis: $\boxed{V_C < 0}$

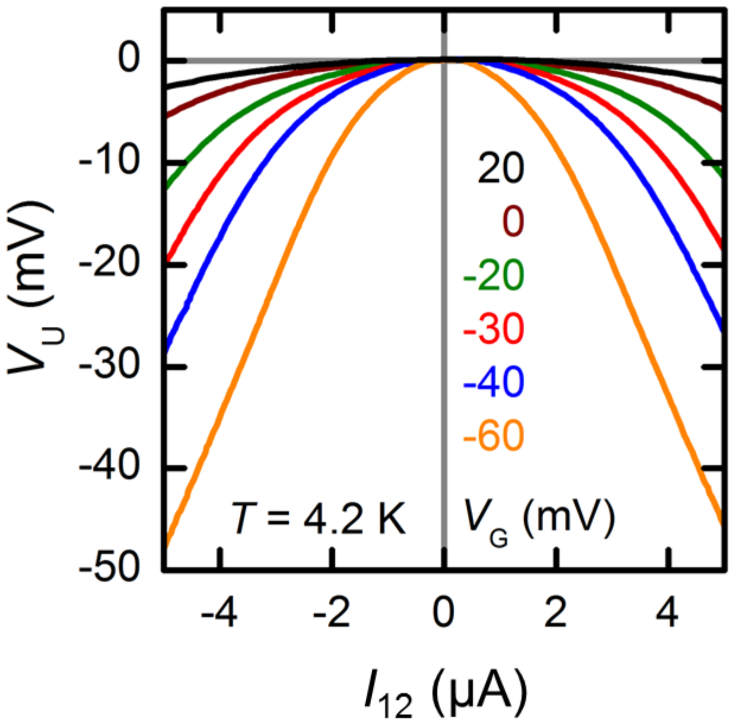
S. Kasai, T. Nakamura, S. F. B. A. Rahman, and Y. Shiratori, Jap. J. Appl. Phys. **47**, 4958 (2008)

5. Quantenfilme

5.10 Modeneffekt

GaAs/AlGaAs-Feldeffektstruktur





Der Modeneffekt tritt in allen Dreipolstrukturen bei Push-Pull-Ansteuerung auf.

M. Wiemann, U. Wieser, U. Kunze, D. Reuter, and A. D. Wieck , Appl. Phys. Lett. **97**, 062112 (2010)