

Anwesenheitsübungen zur Analysis II

Blatt 9

Aufgabe 1 Sei $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x, y) := y^2 - (2x + 1)(x - 1)^2$. Zeigen Sie:

- (a) f hat genau ein striktes lokales Minimum.
- (b) f ist unbeschränkt nach unten.
- (c) f hat kein lokales Maximum.

Studieren Sie das qualitative Verhalten der Funktion f , indem Sie die Höhenlinien

$$\{p \in \mathbb{R}^2 \mid f(p) = c\}, \quad c \in \mathbb{R},$$

skizzieren.

Gibt es eine stetige Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit den obigen Eigenschaften (a) – (c)?

Aufgabe 2 Bestimmen Sie die Extremstellen und Extremwerte der Funktion

$$\varphi: S^3 := \{x \in \mathbb{R}^4 \mid \|x\| = 1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \varphi(x) = x_1x_4 - x_2x_3.$$