Dr. Stefan Suhr Wintersemester 2023/24

Anwesenheitsübungen zur Analysis II

Blatt 7

Aufgabe 1 Es seien $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ und $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar. Zeigen Sie:

$$\operatorname{grad}(g \circ f)(x) = g'(f(x)) \operatorname{grad} f(x)$$

für alle $x \in \mathbb{R}^n$.

Aufgabe 2 Zeigen Sie:

1. Für die Abbildung $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = \big(u(x,y), v(x,y)\big) := \big(e^x \cos y, e^x \sin y\big)$ gelten die *Cauchy-Riemann'schen Differentialgleichungen*

$$\begin{aligned} \partial_x u &= \partial_y v \\ \partial_y u &= -\partial_x v \end{aligned} \tag{$*$}$$

2. Aus den Cauchy-Riemann'schen Differentialgleichungen $(*)$ folgt $\partial_x \partial_x u + \partial_y \partial_y u = 0$ und $\partial_x \partial_x v + \partial_y \partial_y v = 0$.
3. $(*)$ bedeutet, daß $Df(x,y)\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ eine Drehstreckung ist.

Bemerkung: Abbildungen $f = (u,v)$, die $(*)$ erfüllen, heißen *holomorph*.