Dr. Stefan Suhr Wintersemester 2023/24

Übungen zur Analysis II

Blatt 6

Aufgabe 1 Die Funktion $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ sei gegeben durch $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \sin x_2 + x_2 e^{x_3}$. Berechnen Sie die ersten und zweiten partiellen Ableitungen von f, d. h. alle Ableitungen der Gestalt $\partial_i f$ und $\partial_j(\partial_i f)$ für $i, j = 1, 2, 3$.

Aufgabe 2 Bestimmen Sie die Richtungsableitung $\partial_v f(x_0, y_0)$ für die folgenden Funktionen f:

(a) $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$,$v = (3, ?4)$,

(b) $f(x, y) = x^{y+1}$, $(x_0, y_0) = (2, 2)$, $v = (1, 1)$.

Aufgabe 3 Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $u\colon (0, \infty) \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$u(t, x) := (2\pi t)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{\|x\|^2}{4t}\right).$$

Zeigen Sie, dass u die *Wärmeleitungsgleichung*

$$\partial_t u(t, x) = \sum_{i=1}^{n} \partial_{ii}^2 u(t, x)$$

für alle $(t, x) \in (0, \infty) \times \mathbb{R}^n$ löst.

Abgabe bis 16 Uhr Freitag, 24. November 2023 auf der Moodle-Seite.