

Anwesenheitsübungen zur Analysis II

Blatt 5

Aufgabe 1 Sei $(V, \|\cdot\|)$ ein normierter \mathbb{R} -Vektorraum und $W \subset V$ ein Untervektorraum. Zeigen Sie: Der Abschluß \overline{W} von W ist ein Untervektorraum von V .

Verdeutlichen Sie sich diese Aussage an folgendem Beispiel:

$$V = C^0([a, b]), \text{ und } \|f\| = \|f\|_\infty := \sup\{|f(x)| \mid x \in [a, b]\}.$$

Aufgabe 2

1. Sei $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ stetig. Zeigen Sie:

Ist $A \subset \mathbb{R}^m$ abgeschlossen, so ist auch $f^{-1}(A) \subset \mathbb{R}^n$ abgeschlossen.

2. Zeigen Sie: Untervektorräume von \mathbb{R}^n sind abgeschlossen. *Hinweis:* Jeder Untervektorraum ist Kern einer linearen Abbildung. Benutzen Sie Teil (a).