

Übungen zur Analysis II

Blatt 4

Aufgabe 1 Zeigen Sie:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

konvergiert nicht absolut.

Aufgabe 2 Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert.

(a)

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx,$$

(b)

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x} \sin(\ln x) dx,$$

(c)

$$\int_1^{\infty} \frac{\arctan x}{x^2} dx.$$

Hinweis zu (a) und (b): partielle Integration.

Aufgabe 3 Für stetige Funktionen $f \in C^0([a, b])$ definiert man

$$\|f\|_1 := \int_a^b |f(x)| dx \quad \text{und} \quad \|f\|_2 := \sqrt{\int_a^b f(x)^2 dx}.$$

Zeigen Sie: $\|\cdot\|_1$ und $\|\cdot\|_2$ sind Normen auf dem Vektorraum $C^0([a, b])$ der stetigen Funktionen auf $[a, b]$.

Abgabe bis 16 Uhr Freitag, 10. November 2023 auf der Moodle-Seite.