

Übungen zur Analysis II

Blatt 2

Aufgabe 1 Berechnen Sie das Integral

$$\int_{[0,a]} x^k$$

für $k \in \mathbb{N}$ und $a > 0$ mittels Riemannsummen. Benutzen Sie dabei eine äquidistante Zerlegung des Intervalls $[0, a]$.

Aufgabe 2 Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \leq b$ und sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine integrierbare Funktion. Zeigen Sie: Falls ein $\delta > 0$ existiert mit $f(x) \geq \delta$ für alle $x \in [a, b]$, so ist $\frac{1}{f}$ ebenfalls integrierbar.

Aufgabe 3 Die Funktion $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} 0, & \text{falls } x \notin \mathbb{Q} \\ \frac{1}{q}, & \text{falls } x = \frac{p}{q} \text{ mit teilerfremden } p, q \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass f integrierbar ist mit

$$\int_{[0,1]} f = 0.$$

Abgabe bis 16 Uhr Dienstag, 27. Oktober 2023 auf der Moodle-Seite.