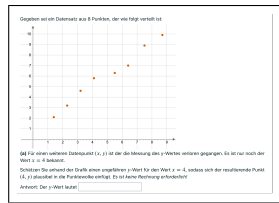


Handreichung zur Aufgabe „Regressionsgerade (Grafik)“

Titel der Aufgabe: Regressionsgerade (Grafik)

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:



Autor: Jonas Lache, Ruhr-Universität Bochum

Lizenz: CC BY-SA 4.0

Zielgruppe: Studierende der Mathematik und in Serviceveranstaltungen

Thema: Statistik

Tags: Stochastik, Statistik, Regression, Korrelation

Randomisierung: ja

Aufgabentyp: Grafik im Feedback

Beschreibung: Gegeben ist zunächst ein Scatterplot mit acht Datenpunkten. In der ersten Teilaufgabe soll für einen x -Wert, der nicht im Datensatz enthalten ist, ein y -Wert geschätzt werden, sodass sich der Punkt plausibel in die Punktwolke einfügt. In der zweiten Teilaufgabe sollen die Parameter der passenden Regressionsgeraden anhand gegebener Kenngrößen berechnet werden. Nach dem Absenden der Antwort erscheint im Feedback eine Grafik, in der die resultierende Gerade gemeinsam mit den Datenpunkten zu sehen ist. Ist die Antwort falsch, erhalten die Studierenden Tipps zur Bearbeitung und können die Teilaufgabe erneut versuchen. In der letzten Teilaufgabe wird erneut der y -Wert aus der ersten Teilaufgabe gesucht, soll aber nun mit der Gleichung der Regressionsgeraden rechnerisch bestimmt werden. Im Fall einer falschen Antwort erscheint eine Grafik mit der Regressionsgeraden, den Datenpunkten, dem soeben angegebenen Punkt und einer senkrecht Linie durch den Punkt. Es folgt die Weiterleitung zu einer Single-Choice-Aufgabe, in der ausgewählt werden soll, woran in der Grafik man sehen kann, dass die Antwort nicht richtig ist. Wurde diese Zwischenschrittsaufgabe korrekt gelöst, kann die ursprüngliche Teilaufgabe erneut versucht werden. Wird diese Teilaufgabe richtig gelöst, erscheint im Feedback eine Grafik, in der die Regressionsgerade, die Datenpunkte, der geschätzte Punkt aus der ersten und der berechnete Punkt aus der letzten Teilaufgabe zu sehen sind.

Didaktische Überlegungen: Die Grafiken im Feedback liefern eine weitere mathematische Repräsentation der eingegebenen Antwort, was als lernförderlich gilt. Es wird so veranschaulicht, wie sich eine Regressionsgerade zu den Datenpunkten und dem vorhergesagten Punkt verhält. Durch den Verzicht auf eine Berechnung mit den Datenpunkten zugunsten einer Berechnung mit bereits gegebenen Kenngrößen ist die Aufgabe weniger rechenintensiv und der Fokus kann mehr auf dem Verständnis des Konzepts liegen. Die Frage danach, an welcher Stelle der Grafik zu sehen ist, dass die angegebene Vorhersage falsch sein muss, soll das konzeptionelle Verständnis der Regressionsgerade als Modell fördern, mit dem Vorhersagen getroffen werden können.

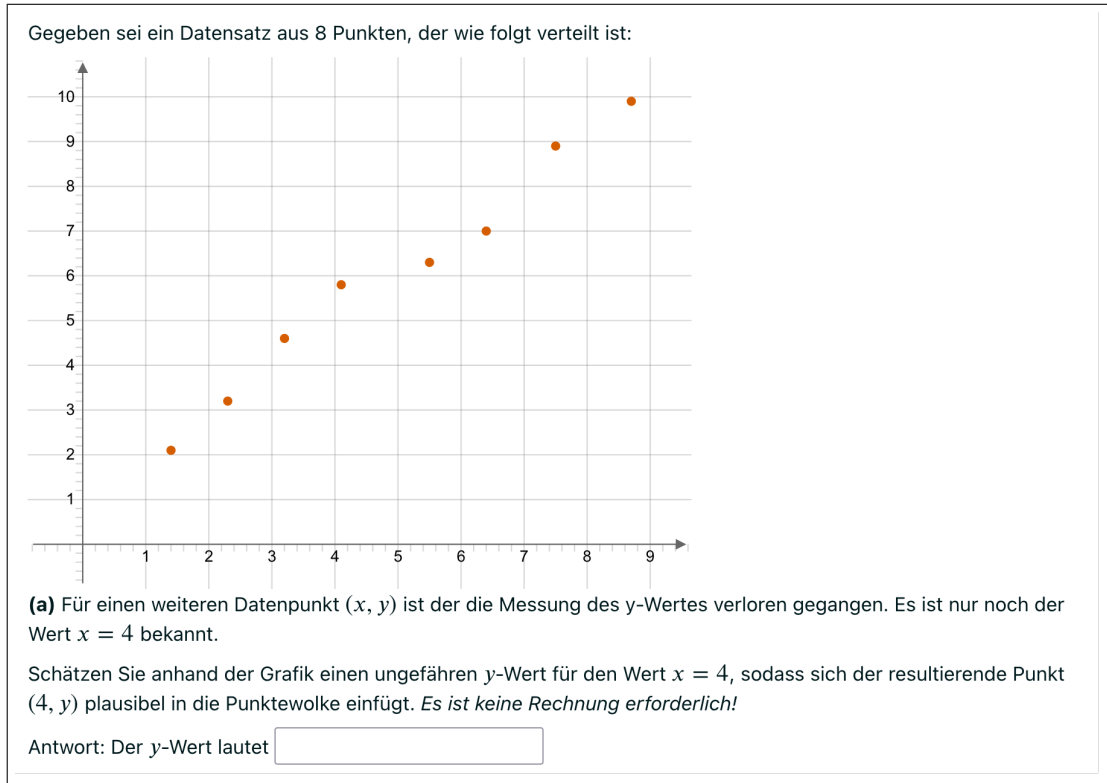
Enthaltene Fremdmaterialien: Diese Aufgabe bindet das Skript `stackselbstlern.js` von Michael Kallweit für die Aufgabennavigation ein.

Daten oder Links (evtl. aktualisieren): keine

Lizenz: „Handreichung zur Aufgabe ‚Regressionsgerade (Grafik)‘“ wurde entwickelt von Jonas Lache an der Ruhr-Universität Bochum. Dieses Werk ist lizenziert unter der Lizenz „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. 

Screenshots aus der Aufgabe

a) Teilaufgabe – y -Wert schätzen:



b) Teilaufgabe – Parameter der Regressionsgeraden bestimmen:

(b) Eine statistische Analyse der Daten aus Aufgabe (a) ergab die folgenden Zahlen:

$$\bar{x} = 4.79, s_x^2 = 5.83, \bar{y} = 5.95, s_y^2 = 5.77, r_{x,y} = 0.98$$

Geben Sie die Kleinste-Quadrate-Regressionsgerade $g(x) = \alpha + \beta \cdot x$ an, indem Sie die zugehörigen Parameter α und β bestimmen. Klicken Sie dann auf "Prüfen".

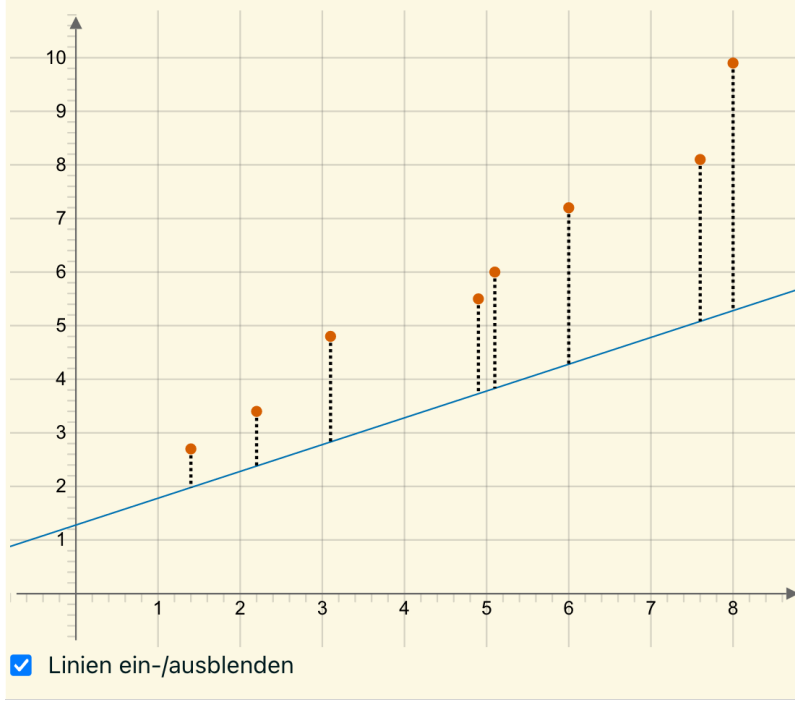
Antwort:

$\alpha =$

$\beta =$

Feedback (mit Grafik):

In der folgenden Abbildung sehen Sie die Datenpunkte und die von Ihnen angegebene Gerade. Die Gerade liegt so, dass die vertikalen quadratischen Abstände der Datenpunkte zur Geraden noch nicht minimal sind.



c) Teilaufgabe – y -Wert berechnen:

(c) In Aufgabe (a) haben Sie einen zum Wert $x = 7$ passenden y -Wert geschätzt, sodass der resultierende Punkt der Verteilung der Punkte aus dem Datensatz folgt.

Berechnen Sie nun eine *genaue* Vorhersage des y -Werts für $x = 7$, indem Sie das Regressionsmodell nutzen. Klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort: Der y -Wert lautet

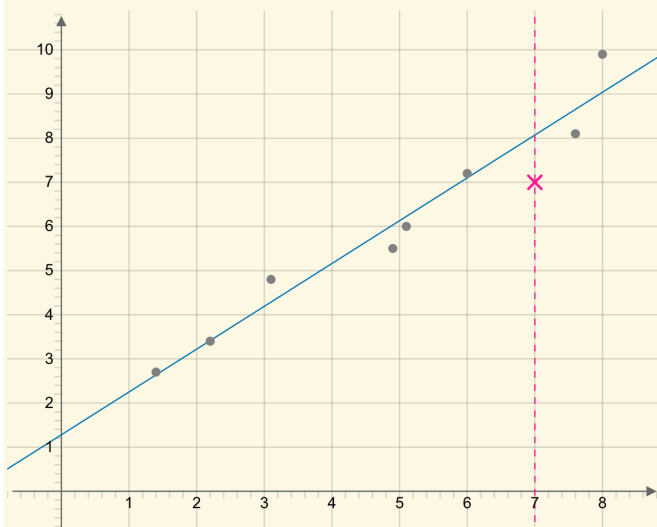
Zur Erinnerung: Ihre angegebene Regressionsgerade lautete $g(x) = 0.97 \cdot x + 1.28$.

Feedback (mit Grafik):

✘ Falsche Antwort.

Sie haben den zu $x = 7$ gehörigen y -Wert nicht korrekt mit dem Regressionsmodell vorhergesagt.

In der folgenden Abbildung sehen Sie noch einmal die Datenpunkte und die von Ihnen angegebene Gerade aus Aufgabe a). Zudem sehen Sie den Punkt (7 | 7) eingezeichnet, dessen y -Koordinate Sie soeben angegeben haben (pinkes "X"). Die *pinke vertikale Linie* markiert die gegebene x -Stelle.



Zwischenschritt – Single-Choice-Aufgabe:

Schauen Sie in die Grafik. Woran können Sie sehen, dass Ihre Antwort nicht richtig ist?

Bitte wählen Sie *eine* Antwort aus und klicken Sie dann auf "Prüfen".

- Der Abstand des Punktes an der Stelle $x = 7$ von der Regressionsgeraden ist null.
- Der Punkt an der Stelle $x = 7$ liegt nicht auf der Regressionsgeraden.
- Der Punkt an der Stelle $x = 7$ stimmt mit keinem der Datenpunkte überein.
- Der Punkt an der Stelle $x = 7$ liegt auf der gestrichelten vertikalen Linie.