Handreichung zur Aufgabe „Die tägliche Radfahrt zur Universität (t-Test)“

Titel der Aufgabe: Die tägliche Radfahrt zur Universität (t-Test)

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

Ein Professor fährt täglich mit dem Fahrrad die 8.8 km lange Strecke von seiner Wohnung zur Universität. Im Januar 2020 ist er an 20 Tagen gefahren; dabei war die mittlere Fahrzeit $\bar{x} = 28$ min und die Stichprobenvarianz $s_x^2 = 8$ min^2. Im August 2020 ist er erneut an 20 Tagen gefahren; diesmal war die mittlere Fahrzeit $\bar{y} = 29$ min und die Stichprobenvarianz $s_y^2 = 12$ min^2. Wir gehen davon aus, dass die Fahrzeiten unabhängig und normalverteilt sind und dass die Varianzen in beiden Monaten gleich waren. Wir wollen die Hypothese testen, dass der Erwartungswert in beiden Monaten gleich war gegen die Alternative, dass der Erwartungswert im August 2020 größer war.

(a) Wählen Sie eine geeignete Teststatistik für dieses Testproblem aus.

- ○ $T = \frac{(n-1)\cdot {s_X}^2}{{\sigma_0}^2}$
- ○ $T = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu_0)}{\sqrt{n \cdot {s_X}^2}}$
- ○ $T = \frac{\bar{Y} - \bar{X}}{\sqrt{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)\cdot {s_P}^2}}$
- ○ $X = \sum_{i=1}^{k} \frac{(N_i - \theta_i \cdot n)^2}{\theta_i \cdot n}$
- ○ $F = \frac{{s_Y}^2}{{s_X}^2}$

Autoren:	Daniel Meißner und Herold Dehling, Ruhr-Universität Bochum
Lizenz:	CC BY-SA 4.0
Zielgruppe:	Studierende der Mathematik und in Serviceveranstaltungen
Thema:	Statistik
Tags:	Stochastik, Statistik, Hypothesentests, t-Test, Erwartungswert
Randomisierung:	ja
Aufgabentyp:	mehrteilige Aufgabe[1]
Beschreibung:	In dieser Aufgabe soll ein t-Test zum Vergleich von Erwartungswerten von Fahrzeiten durchgeführt werden. Es wurden in zwei verschiedenen Monaten im Jahr Fahrzeiten mit dem Rad für eine Strecke von Wohnung zur Universität ermittelt. Den Studierenden werden die Kennzahlen Mittelwert und Stichprobenvarianz für die zwei Stichproben präsentiert. Es soll die Hypothese, dass die beiden Erwartungswerte gleich sind, gegen die Alternative, dass der Erwartungswert in einem Monat größer war, getestet werden.
Didaktische Überlegungen:	Die Studierenden sollen in die Lage versetzt werden, ausgehend von konkreten Daten und einer alltagssprachlich formulierten Hypothese einen geeigneten statistischen Test zu finden, das Testverfahren durchzuführen und das Ergebnis korrekt zu interpretieren. Insbesondere sollen die Studierenden in dieser Aufgabe eine typische Anwendung des t-Tests zum Vergleich der Erwartungswerte zweier Normalverteilungen kennenlernen.
Enthaltene Fremdmaterialien:	keine
Daten oder Links (evtl. aktualisieren):	keine

[1] Eine *mehrteilige Aufgabe* ist eine digitale Aufgabe, bei der die einzelnen Aufgabenteile nacheinander angezeigt werden. Es muss zunächst ein Aufgabenteil korrekt beantwortet werden, bevor man den nächsten Aufgabenteil bearbeiten kann.

Screenshots aus der Aufgabe

Aufgabe – Teststatistik auswählen:

Ein Professor fährt täglich mit dem Fahrrad die 8.8 km lange Strecke von seiner Wohnung zur Universität. Im Januar 2020 ist er an 20 Tagen gefahren; dabei war die mittlere Fahrzeit $\bar{x} = 28$ min und die Stichprobenvarianz $s_x^2 = 8$ min^2. Im August 2020 ist er erneut an 20 Tagen gefahren; diesmal war die mittlere Fahrzeit $\bar{y} = 29$ min und die Stichprobenvarianz $s_y^2 = 12$ min^2. Wir gehen davon aus, dass die Fahrzeiten unabhängig und normalverteilt sind und dass die Varianzen in beiden Monaten gleich waren. Wir wollen die Hypothese testen, dass der Erwartungswert in beiden Monaten gleich war gegen die Alternative, dass der Erwartungswert im August 2020 größer war.

(a) Wählen Sie eine geeignete Teststatistik für dieses Testproblem aus.

- ○ $T = \dfrac{(n-1)\cdot {s_X}^2}{{\sigma_0}^2}$
- ○ $T = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu_0)}{\sqrt{n \cdot {s_X}^2}}$
- ○ $T = \dfrac{\bar{Y} - \bar{X}}{\sqrt{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)\cdot {s_P}^2}}$
- ○ $X = \sum\limits_{i=1}^{k} \dfrac{(N_i - \theta_i \cdot n)^2}{\theta_i \cdot n}$
- ○ $F = \dfrac{{s_Y}^2}{{s_X}^2}$

Aufgabe – Wert der Teststatistik berechnen:

(b) Bestimmen Sie den Wert Ihrer Teststatistik.

Antwort:

Hinweis: Wenn Sie gerundete Werte eingeben, dann runden Sie bitte auf zwei Nachkommastellen.

Aufgabe – Kritischen Wert bestimmen:

(c) Bestimmen Sie den kritischen Wert zu Ihrer Teststatistik zum Niveau $\alpha = 5\,\%$.

Antwort:

Hinweis: Wenn Sie gerundete Werte eingeben, dann runden Sie bitte auf zwei Nachkommastellen.

Aufgabe – Testentscheidung treffen:

(d) Wie lautet Ihre Testentscheidung, wenn zum Niveau $\alpha = 5\,\%$ getestet werden soll?

Antwort: Nicht beantwortet.