

Handreichung zur Aufgabe „Die tägliche Radfahrt zur Universität (F-Test)“

Titel der Aufgabe:

Die tägliche Radfahrt zur Universität (F-Test)


Ein Professor fährt täglich mit dem Fahrrad die 8.8 km lange Strecke von seiner Wohnung zur Universität. Im Januar 2020 ist er an 20 Tagen gefahren; dabei war die mittlere Fahrzeit $\bar{x} = 26\text{min}$ und die Stichprobenvarianz $s_x^2 = 9\text{min}^2$. Im August 2020 ist er an 20 Tagen gefahren; diesmal war die mittlere Fahrzeit $\bar{y} = 29\text{min}$ und die Stichprobenvarianz $s_y^2 = 10\text{min}^2$. Wir gehen davon aus, dass die Fahrzeiten unabhängig und normalverteilt sind. Wir wollen die Hypothese testen, dass die Varianz in beiden Monaten gleich war gegen die Alternative, dass die Varianz im August 2020 größer war.

(a) Wählen Sie eine geeignete Teststatistik für dieses Testproblem aus.

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

- $T = \frac{\bar{Y} - \bar{X}}{\sqrt{(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}) \cdot s_P^2}}$
- $T = \frac{(n-1) \cdot s_X^2}{\sigma_0^2}$
- $X = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - \theta_i \cdot n)^2}{\theta_i \cdot n}$
- $F = \frac{s_Y^2}{s_X^2}$
- $F = \frac{s_Y}{s_X}$

Autoren:	Daniel Meißner und Herold Dehling , Ruhr-Universität Bochum
Lizenz:	CC BY-SA 4.0
Zielgruppe:	Studierende der Mathematik und in Serviceveranstaltungen
Thema:	Statistik
Tags:	Stochastik, Statistik, Hypothesentests, F-Test, Varianz
Randomisierung:	ja
Aufgabentyp:	mehrteilige Aufgabe ¹
Beschreibung:	In dieser Aufgabe soll ein F-Test zum Vergleich von Varianzen von Fahrzeiten durchgeführt werden. Es wurden in zwei verschiedenen Monaten im Jahr Fahrzeiten mit dem Rad für eine Strecke von Wohnung zur Universität ermittelt. Den Studierenden werden die Kennzahlen Mittelwert und Stichprobenvarianz für die zwei Stichproben präsentiert. Es soll die Hypothese, dass die beiden Varianzen gleich sind, gegen die Alternative, dass die Varianz in einem Monat größer war, getestet werden.
Didaktische Überlegungen:	Die Studierenden sollen in die Lage versetzt werden, ausgehend von konkreten Daten und einer alltagssprachlich formulierten Hypothese einen geeigneten statistischen Test zu finden, das Testverfahren durchzuführen und das Ergebnis korrekt zu interpretieren. Insbesondere sollen die Studierenden in dieser Aufgabe eine typische Anwendung des F-Tests zum Vergleich der Varianzen zweier Normalverteilungen kennenlernen.
Enthaltene Fremdmaterialien:	keine
Daten oder Links (evtl. aktualisieren):	keine

Lizenz: „Handreichung zur Aufgabe ‚Die tägliche Radfahrt zur Universität (F-Test)‘“ wurde entwickelt von [Daniel Meißner](#) an der Ruhr-Universität Bochum. Dieses Werk ist lizenziert unter der Lizenz „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. 

¹Eine *mehrteilige Aufgabe* ist eine digitale Aufgabe, bei der die einzelnen Aufgabenteile nacheinander angezeigt werden. Es muss zunächst ein Aufgabenteil korrekt beantwortet werden, bevor man den nächsten Aufgabenteil bearbeiten kann.

Screenshots aus der Aufgabe

Aufgabe – Teststatistik auswählen:

Ein Professor fährt täglich mit dem Fahrrad die 8.8 km lange Strecke von seiner Wohnung zur Universität. Im Januar 2020 ist er an 20 Tagen gefahren; dabei war die mittlere Fahrzeit $\bar{x} = 26\text{min}$ und die Stichprobenvarianz $s_x^2 = 9\text{min}^2$. Im August 2020 ist er an 20 Tagen gefahren; diesmal war die mittlere Fahrzeit $\bar{y} = 29\text{min}$ und die Stichprobenvarianz $s_y^2 = 10\text{min}^2$. Wir gehen davon aus, dass die Fahrzeiten unabhängig und normalverteilt sind. Wir wollen die Hypothese testen, dass die Varianz in beiden Monaten gleich war gegen die Alternative, dass die Varianz im August 2020 größer war.

(a) Wählen Sie eine geeignete Teststatistik für dieses Testproblem aus.

- $T = \frac{\bar{Y} - \bar{X}}{\sqrt{(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}) \cdot s_P^2}}$
- $T = \frac{(n-1) \cdot s_X^2}{\sigma_0^2}$
- $X = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - \theta_i \cdot n)^2}{\theta_i \cdot n}$
- $F = \frac{s_Y^2}{s_X^2}$
- $F = \frac{s_Y}{s_X}$

Aufgabe – Wert der Teststatistik berechnen:

(b) Bestimmen Sie den Wert Ihrer Teststatistik.

Antwort:

Hinweis: Wenn Sie gerundete Werte eingeben, dann runden Sie bitte auf zwei Nachkommastellen.

Aufgabe – Kritischen Wert bestimmen:

(c) Bestimmen Sie den kritischen Wert zu Ihrer Teststatistik zum Niveau $\alpha = 5\%$.

Antwort:

Hinweis: Wenn Sie gerundete Werte eingeben, dann runden Sie bitte auf zwei Nachkommastellen.

Aufgabe – Testentscheidung treffen:

(d) Wie lautet Ihre Testentscheidung, wenn zum Niveau $\alpha = 5\%$ getestet werden soll?

