

Handreichung zur Aufgabe „IQ-Stichprobe“

Titel der Aufgabe: IQ-Stichprobe

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

Tests für den Intelligenzquotienten (IQ) sind immer so konstruiert, dass die Ergebnisse für eine repräsentative Stichprobe der Bevölkerung normalverteilt mit Erwartungswert $\mu_0 = 100$ und Standardabweichung $\sigma = 15$ sind.

Sie führen eine Studie mit $n = 15$ Personen durch und erhalten die folgenden Daten

$$X = (X_1, \dots, X_{15}) = [98, 99, 96, 113, 110, 90, 91, 86, 97, 88, 104, 105, 101, 114, 95].$$

Sie fragen sich, ob Ihre Stichprobe sich im IQ signifikant von der Population unterscheidet. Führen Sie dazu einen Hypothesentest zum Niveau $\alpha = 0.05$ durch.

a) Welche Hypothese und welche Alternative sollen untersucht werden?

- $H_0 : \mu = 100$ vs. $H_1 : \mu \neq 100$
- $H_0 : \mu < 100$ vs. $H_1 : \mu \leq 100$
- $H_0 : \mu > 100$ vs. $H_1 : \mu \geq 100$
- $H_0 : \mu = 100$ vs. $H_1 : \mu > 100$

a) Welche Hypothese soll untersucht werden?

b) Wählen Sie die richtige Teststatistik aus.

c) Berechnen Sie die Teststatistik T .

d) Treffen Sie die Testentscheidung.

Autoren: Daniel Meißner und Herold Dehling, Ruhr-Universität Bochum

Lizenz: CC BY-SA 4.0

Zielgruppe: Studierende der Mathematik und in Serviceveranstaltungen

Thema: Statistik

Tags: Stochastik, Statistik, Hypothesentests, Gaußtest, Erwartungswert

Randomisierung: ja


Aufgabentyp: mehrteilige Aufgabe¹

Beschreibung: Anhand einer IQ-Stichprobe soll den Studierenden ein möglicher Anwendungsfall für den Gaußtest vorgestellt werden. In vier Aufgabenteilen leitet die Aufgabe durch die Vorgehensweise bei diesem Test.

Didaktische Überlegungen: In dieser Aufgabe lernen die Studierenden, ausgehend von konkreten Daten und einer alltagssprachlich formulierten Hypothese einen geeigneten statistischen Test zu finden, das Testverfahren durchzuführen und das Ergebnis korrekt zu interpretieren. Insbesondere sollen die Studierenden in dieser Aufgabe eine typische Anwendung des Gauß-Tests für den Erwartungswert einer Normalverteilung bei bekannter Varianz kennenlernen.

Enthaltene Fremdmaterialien: keine

Daten oder Links (evtl. aktualisieren): keine

Lizenz: „Handreichung zur Aufgabe ‚IQ-Stichprobe‘“ wurde entwickelt von Daniel Meißner an der Ruhr-Universität Bochum. Dieses Werk ist lizenziert unter der Lizenz „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. 

¹Eine *mehrteilige Aufgabe* ist eine digitale Aufgabe, bei der die einzelnen Aufgabenteile nacheinander angezeigt werden. Es muss zunächst ein Aufgabenteil korrekt beantwortet werden, bevor man den nächsten Aufgabenteil bearbeiten kann.

Screenshots aus der Aufgabe

Aufgabe – Hypothese und Alternative auswählen:

Tests für den Intelligenzquotienten (IQ) sind immer so konstruiert, dass die Ergebnisse für eine repräsentative Stichprobe der Bevölkerung normalverteilt mit Erwartungswert $\mu_0 = 100$ und Standardabweichung $\sigma = 15$ sind.

Sie führen eine Studie mit $n = 15$ Personen durch und erhalten die folgenden Daten

$$X = (X_1, \dots, X_{15}) = [98, 99, 96, 113, 110, 90, 91, 86, 97, 88, 104, 105, 101, 114, 95].$$

Sie fragen sich, ob Ihre Stichprobe sich im IQ signifikant von der Population unterscheidet. Führen Sie dazu einen Hypothesentest zum Niveau $\alpha = 0.05$ durch.

a) Welche Hypothese und welche Alternative sollen untersucht werden?

- $H_0 : \mu = 100$ vs. $H_1 : \mu \neq 100$
- $H_0 : \mu < 100$ vs. $H_1 : \mu \leq 100$
- $H_0 : \mu > 100$ vs. $H_1 : \mu \geq 100$
- $H_0 : \mu = 100$ vs. $H_1 : \mu > 100$

a) Welche Hypothese soll untersucht werden?

b) Wählen Sie die richtige Teststatistik aus.

c) Berechnen Sie die Teststatistik T .

d) Treffen Sie die Testentscheidung.

Aufgabe – Teststatistik auswählen:

b) Wählen Sie die richtige Teststatistik aus.

- $F = \frac{s_Y^2}{s_X^2}$
- $T = \frac{\bar{Y} - \bar{X}}{\sqrt{(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}) \cdot s_P^2}}$
- $T = \frac{(n-1) \cdot s_X^2}{\sigma_0^2}$
- $T = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu_0)}{\sqrt{n \cdot s_X^2}}$
- $T = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu_0)}{\sqrt{n \cdot \sigma^2}}$

Aufgabe – Wert der Teststatistik berechnen:

c) Berechnen Sie die Teststatistik T . Geben Sie die Lösung auf 3 Nachkommastellen gerundet an.

$T =$

Aufgabe – Testentscheidung treffen:

d) Treffen Sie die Testentscheidung:

Die Hypothese H_0 wird .