

Handreichung zur Aufgabe „Farbverteilung in einer Packung Schokolinsen“

Titel der Aufgabe: Farbverteilung in einer Packung Schokolinsen

Ein:e Mitarbeiter:in eines Lehrstuhls behauptet, dass die Wahrscheinlichkeit, dass eine Schokolinse eines bekannten Herstellers blau oder orange ist, jeweils 0.25 ist, und dass die Wahrscheinlichkeit für die anderen 4 Farben (rot, gelb, grün, braun) jeweils 0.125 ist. Ein:e Professor:in vertraut diesen Angaben nicht und bestimmt dazu die Farbverteilung von 180 zufällig gewählten Schokolinsen. Die sechs Farben kamen mit den folgenden Häufigkeiten vor:

Farbe	rot	gelb	blau	grün	orange	braun
Anzahl	33	22	39	17	47	22

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

Wir wollen wissen, ob diese Daten im Einklang mit der Verteilung aus der Literatur sind. Weil wir uns sicher sein wollen, wenn wir der Behauptung widersprechen, wählen wir als Nullhypothese, dass die Daten von der oben genannten Verteilung kommen.

(a) Wählen Sie einen geeigneten Test für dieses Testproblem aus.

- Einseitiger Test für die Varianz bei einer Stichprobe
- Zweiseitiger Test für den Erwartungswert bei einer Stichprobe
- Zweiseitiger Test für die Varianz bei einer Stichprobe
- Einseitiger Test für den Erwartungswert bei einer Stichprobe
- Chi-Quadrat-Anpassungstest

Autoren: [Daniel Meißner](#) und [Herold Dehling](#), Ruhr-Universität Bochum

Lizenz: [CC BY-SA 4.0](#)

Zielgruppe: Studierende der Mathematik und in Serviceveranstaltungen

Thema: Statistik

Tags: Stochastik, Wahrscheinlichkeitstheorie, Stetige Verteilungen, Erwartungswert

Randomisierung: nein

Aufgabentyp: tutorielle Aufgabe¹

Beschreibung: Im Zentrum dieser Aufgabe steht eine Behauptung über die Farbverteilung von Schokolinsen. Den Studierenden wird ein Datensatz von 180 Packungen präsentiert. Mithilfe des Chi-Quadrat-Tests sollen die Studierenden entscheiden, ob die Daten die behauptete Farbverteilung stützen. Die Studierenden werden schrittweise durch dieses Vorhaben geleitet. Nach Eingabe falscher Antworten besteht bei zwei der fünf Aufgabenteile die Möglichkeit, dass diese noch einmal kleinschrittiger abgefragt werden.

Didaktische Überlegungen: Die Studierenden sollen in die Lage versetzt werden, ausgehend von konkreten Daten und einer alltagssprachlich formulierten Hypothese einen geeigneten statistischen Test zu finden, das Testverfahren durchzuführen und das Ergebnis korrekt zu interpretieren. Insbesondere sollen die Studierenden in dieser Aufgabe eine typische Anwendung des Chi-Quadrat-Tests kennenlernen.

Enthaltene Fremdmaterialien: keine

Daten oder Links (evtl. aktualisieren): keine

¹Eine *tutorielle Aufgabe* ist eine digitale Aufgabe, die im Falle einer fehlerhaften Antwort in kleinere und einfachere Teilaufgaben unterteilt wird. Nach der Bearbeitung dieser Teilaufgaben werden die Lernenden zur erneuten Bearbeitung der ursprünglichen Aufgabe aufgefordert.

Lizenz: „Handreichung zur Aufgabe ‚Farbverteilung in einer Packung Schokolinsen‘“ wurde entwickelt von [Daniel Meißner](#) an der Ruhr-Universität Bochum. Dieses Werk ist lizenziert unter der Lizenz „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. 

Screenshots aus der Aufgabe

Aufgabe – Geeigneten Test auswählen:

Ein:e Mitarbeiter:in eines Lehrstuhls behauptet, dass die Wahrscheinlichkeit, dass eine Schokolinse eines bekannten Herstellers blau oder orange ist, jeweils 0.25 ist, und dass die Wahrscheinlichkeit für die anderen 4 Farben (rot, gelb, grün, braun) jeweils 0.125 ist. Ein:e Professor:in vertraut diesen Angaben nicht und bestimmt dazu die Farbverteilung von 180 zufällig gewählten Schokolinsen. Die sechs Farben kamen mit den folgenden Häufigkeiten vor:

Farbe	rot	gelb	blau	grün	orange	braun
Anzahl	33	22	39	17	47	22

Wir wollen wissen, ob diese Daten im Einklang mit der Verteilung aus der Literatur sind. Weil wir uns sicher sein wollen, wenn wir der Behauptung widersprechen, wählen wir als Nullhypothese, dass die Daten von der oben genannten Verteilung kommen.

(a) Wählen Sie einen geeigneten Test für dieses Testproblem aus.

- Einseitiger Test für die Varianz bei einer Stichprobe
- Zweiseitiger Test für den Erwartungswert bei einer Stichprobe
- Zweiseitiger Test für die Varianz bei einer Stichprobe
- Einseitiger Test für den Erwartungswert bei einer Stichprobe
- Chi-Quadrat-Anpassungstest

Aufgabe – Wert der Test-Statistik bestimmen:

(b) Bestimmen Sie den Wert der Test-Statistik.

$T =$

i.) Zwischenschritt – Richtige Formel für Test-Statistik auswählen:

(b.1) Wählen Sie die richtige Formel für die Test-Statistik des χ^2 -Tests aus.

- $\sum_{i=1}^n \frac{X_i - \mu}{\sqrt{n\sigma}}$
- $\sum_{i=1}^n \frac{(n_i - n\theta_i^{(0)})^2}{n\theta_i^{(0)}}$
- $\frac{s_Y^2}{s_X^2}$
- $\sum_{i=1}^n \frac{n_i - n\theta_i^{(0)}}{n\theta_i^{(0)}}$

ii.) Zwischenschritt – Erwartete Anzahlen berechnen:

(b.2) Tragen Sie in die folgende Tabelle die Anzahlen ein, die Sie laut Mitarbeiter:in für die jeweilige Farbe erwarten würden.

Hinweis: Bitte füllen Sie alle Felder der Tabelle aus, um Feedback zu Ihrer Lösung zu erhalten.

Farbe	rot	gelb	blau	grün	orange	braun
beobachtet n_i	33	22	39	17	47	22
erwartet $n\theta_i^{(0)}$	<input type="text"/>					

Aufgabe – Kritischen Wert bestimmen:

(c) Es soll zum Niveau $\alpha = 0.05$ getestet werden. Bestimmen Sie den kritischen Wert für Ihren Test.

$k_\alpha =$

Hinweis: Runden Sie den Wert auf mindestens eine Nachkommastelle.

Aufgabe – Testentscheidung treffen:

(d) Wie lautet Ihre Testentscheidung?

⌵

Aufgabe – p -Wert bestimmen:

(e) Berechnen Sie den p -Wert.

Antwort: