

# Handreichung zur Aufgabe „Dichte angeben“

Titel der Aufgabe: Dichte angeben

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

Sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine Funktion mit  $x \mapsto \begin{cases} g(x), & \text{wenn } -7 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ .

Geben Sie ein Beispiel für eine rationale Funktion  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto g(x)$  an, sodass  $f$  die Eigenschaften einer Wahrscheinlichkeitsdichte erfüllt.

Antwort:  $g(x) =$

Autor: [Jonas Lache](#), Ruhr-Universität Bochum

Lizenz: [CC BY-SA 4.0](#)

Zielgruppe: Studierende der Mathematik und in Serviceveranstaltungen

Thema: Stetige Verteilungen

Tags: Stochastik, Wahrscheinlichkeitstheorie, stetige Zufallsvariablen, Dichtefunktion

Randomisierung: ja


Aufgabentyp: Umkehraufgabe, Grafik im Feedback

Beschreibung: In der Aufgabenstellung ist eine Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben, die auf einem gegebenen Intervall  $[a, b]$  die Vorschrift  $g(x)$  hat und sonst überall den Wert 0 annimmt. Die Studierenden sollen die Vorschrift von  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  so angeben, dass  $f$  die Eigenschaften einer Dichtefunktion erfüllt. Das Feedback der Aufgabe enthält einen Plot des Funktionsgraphen von  $f$  mit dem von den Lernenden angegebenen  $g$ . Ist die Antwort beim ersten Versuch falsch, werden die Studierenden zunächst zu einer Teilaufgabe weitergeleitet, in der sie Eigenschaften der durch ihre Wahl von  $g$  definierten Funktion  $f$  per Multiple-Choice auswählen sollen. Dann sollen sie die Eigenschaften auswählen, die eine Dichtefunktion haben muss. Nach einer korrekten Bearbeitung dieser Teilaufgaben werden die Studierenden zur ursprünglichen Aufgabe zurückgeleitet und können diese erneut versuchen.

Didaktische Überlegungen: Bei dieser Aufgabe handelt es sich um eine Umkehraufgabe, da die Studierenden – anders als gewohnt – keine Funktion auf die Eigenschaften einer Dichtefunktion überprüfen, sondern eine Funktion mit diesen Eigenschaften angeben. Dadurch ist die Aufgabe offen und besitzt unendlich viele Lösungen. Die Grafik im Feedback liefert eine weitere mathematische Repräsentation der eingegebenen Antwort, was als lernförderlich gilt. Die Teilaufgabe, in der die Eigenschaften der durch die eigene Antwort definierten Funktion  $f$  und von Dichtefunktionen als Multiple-Choice ausgewählt werden sollen, soll sicherstellen, dass die Studierenden selbstständig erkennen, welche Eigenschaften ihre Funktion noch nicht erfüllt, aber erfüllen sollte, und dabei ggf. die Grafik zur Hilfe nehmen. Bei der erneuten Bearbeitung der ursprünglichen Aufgabe kann dann auf diese Erkenntnisse zurückgegriffen werden.

Enthaltene Fremdmaterialien: Diese Aufgabe bindet das Skript `stackselbstlern.js` von Michael Kallweit für die Aufgabennavigation ein.

Daten oder Links (evtl. aktualisieren): keine

**Lizenz:** „Handreichung zur Aufgabe ‚Dichte angeben‘“ wurde entwickelt von [Jonas Lache](#) an der Ruhr-Universität Bochum. Dieses Werk ist lizenziert unter der Lizenz „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. 

## Screenshots aus der Aufgabe

Aufgabe – Funktion angeben:

Sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine Funktion mit  $x \mapsto \begin{cases} g(x), & \text{wenn } -7 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ .

Geben Sie ein Beispiel für eine rationale Funktion  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto g(x)$  an, sodass  $f$  die Eigenschaften einer Wahrscheinlichkeitsdichte erfüllt.

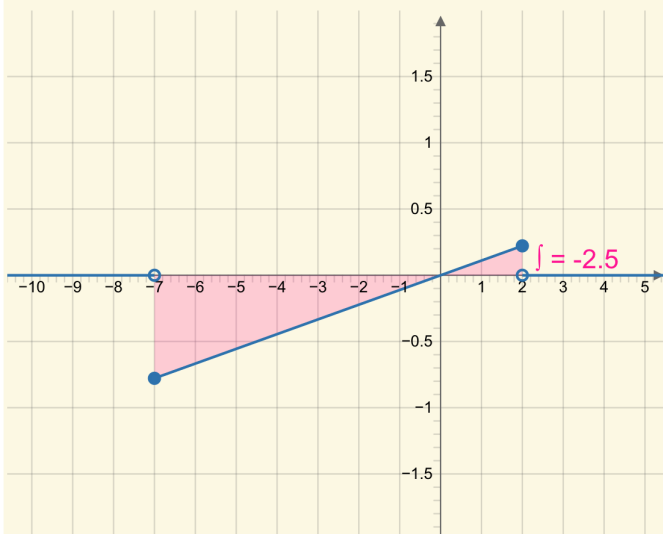
Antwort:  $g(x) =$

Feedback (mit Grafik):

**✗ Falsche Antwort.**

In der folgenden Abbildung sehen Sie den Graphen der Funktion  $f$ , mit der Funktionsvorschrift

$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{9}, & \text{wenn } -7 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$  gemäß Ihrer Antwort.



i.) Zwischenschritt – Eigenschaften der Funktion  $f$  auswählen:

Betrachten Sie die [obige Grafik](#).

Welche Eigenschaften treffen auf **Ihre Funktion** zu? Kreuzen Sie eine oder mehrere Antwortoptionen an und klicken Sie dann auf "Prüfen".

- Es gilt  $f(x) \geq 0$  für alle  $x \in \mathbb{R}$
- Es existiert mindestens ein  $x \in \mathbb{R}$  mit  $f(x) < 0$
- Es gilt  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
- Es gilt  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx > 1$
- Es gilt  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx < 1$

ii.) Zwischenschritt – Eigenschaften einer Dichtefunktion auswählen:

Welche der folgenden Eigenschaften müssen auf eine Funktion  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zutreffen, damit  $h$  eine **Wahrscheinlichkeitsdichte** ist? Kreuzen Sie eine oder mehrere Antwortoptionen an und klicken Sie dann auf "Prüfen".

- Es muss gelten  $h(x) \geq 0$  für alle  $x \in \mathbb{R}$
- Es muss mindestens ein  $x \in \mathbb{R}$  mit  $h(x) < 0$  existieren
- Es muss gelten  $\int_{-\infty}^{\infty} h(x) dx = 1$
- Es muss gelten  $\int_{-\infty}^{\infty} h(x) dx > 1$
- Es muss gelten  $\int_{-\infty}^{\infty} h(x) dx < 1$