

Handreichungen zur Aufgabe „Wahrscheinlichkeitsmaß ganze Zahlen“

Titel der Aufgabe:	Wahrscheinlichkeitsmaß ganze Zahlen
Autoren:	Riko Kelter , Universität Siegen
Lizenz:	CC BY-SA 4.0
Zielgruppe:	Studierende der Mathematik und von Serviceveranstaltungen
Thema:	Kombinatorik
Tags:	Stochastik, Wahrscheinlichkeitstheorie, Wahrscheinlichkeitsmaß, diskrete Verteilungen
Randomisierung:	nein
Aufgabentyp:	tutorielle Aufgabe ¹
Beschreibung:	In der Aufgabe sollen die Studierenden ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf den ganzen Zahlen konstruieren.
Didaktische Überlegungen:	Das Problem lässt sich mit Hilfe elementarer wahrscheinlichkeitstheoretischer Prinzipien lösen.
Enthaltene Fremdmaterialien:	Diese Aufgabe bindet das Skript <code>stackselbstlern.js</code> von Michael Kallweit für die Aufgabenavigation ein.
Daten oder Links (evtl. aktualisieren):	keine

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

The screenshot shows a task interface with the following text:

Wahrscheinlichkeitsmaß auf den ganzen Zahlen

Seien $N = \{1, 2, \dots\}$ und Z die natürlichen und die ganzen Zahlen. Geben Sie ein Wahrscheinlichkeitsmaß P auf dem Messraum $Z, \mathcal{P}(Z)$ an, für das $P(\{0\}) = 0.5$, $P(\{0, 1, -1\}) = 0.7$, $P(\{2, -2\}) = 0.3$, $P(\{-1, 2\}) = 0.35$ und $P(\{-1, 2, -2\}) = 0.4$ gilt. Stellen Sie dazu zunächst ein Gleichungssystem auf Basis der obigen Bedingungen auf, wobei $p_0, p_1, p_2, p_{-1}, p_{-2}, p_{-3}$ die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten für die Indizes angeben. Es muss z.B. wegen $P(\{0\}) = 0.5$ gelten, dass $p_0 = 0.5$. Setzen Sie $p_k = 0$ für alle $k \in Z \setminus \{0, 1, -1, 2, -2\}$ und machen Sie sich klar, dass sich durch die restlichen p_k eine Zähldichte auf dem Messraum ergibt. Lösen Sie dazu das Gleichungssystem nach $p_0, p_1, p_2, p_{-1}, p_{-2}, p_{-3}$.

Die Lösung für p_0 ist:

Die Lösung für p_1 ist:

Die Lösung für p_{-1} ist:

Die Lösung für p_2 ist:

Die Lösung für p_{-2} ist:

¹Eine *tutorielle Aufgabe* ist eine digitale Aufgabe, bei der die eigentlich zu lösende Aufgabe in kleinere und einfachere Teilaufgaben unterteilt wird. Die Lernenden werden dann zur Bearbeitung dieser Teilaufgaben aufgefordert, wenn sie die eigentliche Aufgabe nicht lösen können. Die Zwischenschritte sind als Hilfestellung gedacht, die den Lernenden aber nicht nur präsentiert werden, sondern mit denen sich die Lernenden aktiv auseinandersetzen müssen.