

Handreichung zur Aufgabe „Versicherungsvertreterin“

Titel der Aufgabe: Versicherungsvertreterin

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

Eine Versicherungsvertreterin hat 1000 Häuser gegen Sturmschäden versichert. Aus langjähriger Erfahrung weiß sie, dass die Wahrscheinlichkeit eines Sturmschadens in einem Jahr $p = \frac{1}{2000}$ beträgt. Wir bezeichnen mit X die Anzahl der Sturmschäden unter den 1000 versicherten Häusern im kommenden Jahr.

(a) Welche Verteilung eignet sich am besten für die Modellierung der Zufallsvariablen X ? Bitte wählen Sie eine Option aus der Liste aus und klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort:

Autoren: Jonas Lache und Herold Dehling, Ruhr-Universität Bochum

Lizenz: CC BY-SA 4.0

Zielgruppe: Studierende der Mathematik und in Serviceveranstaltungen

Thema: Diskrete Verteilungen

Tags: Stochastik, Wahrscheinlichkeitstheorie, diskrete Zufallsvariablen, Poisson-Verteilung, Poisson-Approximation, Wahrscheinlichkeitsfunktion

Randomisierung: ja

Aufgabentyp: tutorielle Aufgabe¹

Beschreibung: In der Aufgabe ist die Situation gegeben, dass eine Versicherungsvertreterin eine gegebenen Anzahl an Häusern gegen Sturmschäden versichert. Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Jahr ein Sturmschaden auftritt, ist ebenfalls bekannt. In der ersten Teilaufgabe soll die sinnvollste Wahl einer Verteilung zur Beschreibung der Zufallsvariablen X (Anzahl der Sturmschäden im kommenden Jahr) angegeben werden (Poisson-Verteilung). In der zweiten Teilaufgabe ist der Parameter λ der Verteilung gesucht, bevor $P(X \geq k)$ in der dritten Teilaufgabe für ein gegebenes k bestimmt werden soll. Beantworten die Studierenden die dritte Teilaufgabe falsch, wird sie in zwei Teilaufgaben unterteilt: Zunächst wird nach der Wahrscheinlichkeitsfunktion von X unter Verwendung des bereits berechneten Wertes für den Parameter λ gefragt. Dann soll in einer Single-Choice-Aufgabe noch die Formel für die Gegenwahrscheinlichkeit eines Ereignisses ausgewählt werden.

Didaktische Überlegungen: In dieser Aufgabe bearbeiten die Studierenden eine Reihe von klassischen Problemen der Stochastik, bei dem durch die Wahl der Parameter (p klein, n groß) auf die Poisson-Verteilung bzw. eine Poisson-Approximation abgezielt wird. Die Studierenden müssen dabei selbst erkennen, welche Wahrscheinlichkeitsverteilung hier verwendet werden sollte. Die Aufgabe enthält Zwischenschritte und Hilfestellungen. Dadurch sollen die Studierenden in die Lage versetzt werden, alle Teilaufgaben und damit auch die komplexeren Aufgabenstellungen zu lösen, und die Motivation der Lernenden soll aufrecht erhalten sowie ihr Kompetenzerleben gefördert werden.

Enthaltene Fremdmaterialien: Diese Aufgabe bindet das Skript `stackselbstlern.js` von Michael Kallweit für die Aufgabennavigation ein.

Daten oder Links (evtl. aktualisieren): keine

Lizenz: „Handreichung zur Aufgabe ‚Versicherungsvertreterin‘“ wurde entwickelt von [Jonas Lache](#) an der Ruhr-Universität Bochum. Dieses Werk ist lizenziert unter der Lizenz „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. 

¹Eine *tutorielle Aufgabe* ist eine digitale Aufgabe, die im Falle einer fehlerhaften Antwort in kleinere und einfachere Teilaufgaben unterteilt wird. Nach der Bearbeitung dieser Teilaufgaben werden die Lernenden zur erneuten Bearbeitung der ursprünglichen Aufgabe aufgefordert.

Screenshots aus der Aufgabe

a) Teilaufgabe – Verteilung auswählen:

Eine Versicherungsvertreterin hat 1000 Häuser gegen Sturmschäden versichert. Aus langjähriger Erfahrung weiß sie, dass die Wahrscheinlichkeit eines Sturmschadens in einem Jahr $p = \frac{1}{2000}$ beträgt. Wir bezeichnen mit X die Anzahl der Sturmschäden unter den 1000 versicherten Häusern im kommenden Jahr.

(a) Welche Verteilung eignet sich am besten für die Modellierung der Zufallsvariablen X ? Bitte wählen Sie eine Option aus der Liste aus und klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort: 

b) Teilaufgabe – Parameter λ angeben:

(b) Sie haben soeben festgestellt, dass X approximativ Poisson-verteilt ist. Bestimmen Sie den Parameter der Poisson-Verteilung.

Bitte geben Sie einen exakten, ungerundeten Wert an und klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort: $\lambda =$

c) Teilaufgabe – $P(X \geq k)$ angeben:

(c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass im kommenden Jahr mindestens ein Sturmschaden bei den 1000 Häusern eintreten wird.

Bitte geben Sie einen exakten Wert oder eine auf mindestens vier Nachkommastellen gerundete Dezimalzahl an und klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit beträgt

i.) Zwischenschritt – Wahrscheinlichkeitsfunktion angeben:

(c.1) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion von X unter Verwendung des Parameters $\lambda = \frac{1}{2}$ an.

Antwort: $P(X = k) =$

ii.) Zwischenschritt – Formel für Gegenereignis auswählen:

(c.2) Sei A ein Ereignis. Wie kann die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses von A bestimmt werden? Bitte kreuzen Sie eine der folgenden Optionen an.

Antwort: Es gilt $P(A^C) =$

- $\frac{1}{P(A)}$
- $\frac{\#A}{\#\Omega}$
- $(P(A))^c$
- $1 - P(A)$