

Handreichung zur Aufgabe „Verkehrstote (diskrete Zufallsvariablen)“

Titel der Aufgabe: Verkehrstote (diskrete Zufallsvariablen)

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

Laut Polizeistatistik gab es in der Stadt Bochum im 10-Jahreszeitraum von 2012 bis 2021 insgesamt 43 Verkehrstote. Diese verteilen sich wie folgt auf die einzelnen Jahre:

Jahr	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Anzahl Verkehrstote in diesem Jahr	5	3	8	5	2	5	3	2	6	4

Wir fassen die Daten als Realisierungen unabhängiger Zufallsvariablen auf.

(a) Welche Verteilung eignet sich am besten, um die Daten zu beschreiben? Bitte wählen Sie eine Option aus und klicken dann auf "Prüfen".

Antwort: Die ist die beste Wahl zur Beschreibung der Daten.

Autoren: [Jonas Lache](#) und [Herold Dehling](#), Ruhr-Universität Bochum

Lizenz: [CC BY-SA 4.0](#)

Zielgruppe: Studierende der Mathematik und in Serviceveranstaltungen

Thema: Diskrete Verteilungen

Tags: Stochastik, Wahrscheinlichkeitstheorie, diskrete Zufallsvariablen, Poisson-Verteilung, Poisson-Approximation, Wahrscheinlichkeitsfunktion, Erwartungswert, Varianz

Randomisierung: nein

Aufgabentyp: mehrteilige Aufgabe

Beschreibung: In der Aufgabe ist die Anzahl der Verkehrstoten in der Stadt Bochum in zehn aufeinanderfolgenden Jahren gegeben. Die Daten werden als Realisierungen unabhängiger Zufallsvariablen aufgefasst. In der ersten Teilaufgabe soll eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung angegeben werden, die sich am besten zur Beschreibung der Daten eignet (Poisson-Verteilung). In der zweiten Teilaufgabe sind ein Schätzwert für den Parameter der Verteilung und die entsprechende Wahrscheinlichkeitsfunktion gesucht, bevor in der dritten Teilaufgabe der Erwartungswert und die Varianz der Verteilung bestimmt werden sollen. Die Aufgabe schließt mit einer vierten Teilaufgabe, in der die Wahrscheinlichkeit gesucht ist, dass es im folgenden Jahr höchstes zwei Verkehrstote geben wird.

Didaktische Überlegungen: In dieser Aufgabe bearbeiten die Studierenden eine Reihe von klassischen Problemen der Stochastik, bei denen auf die Poisson-Verteilung, genauer: auf die Beschreibung eines gegebenen Datensatzes durch die Poisson-Verteilung abgezielt wird. Die Studierenden müssen dabei selbst erkennen, welche Wahrscheinlichkeitsverteilung hier die sinnvollste Wahl ist. Die Aufgabe enthält Zwischenversicherungen und Hilfestellungen. Dadurch sollen die Studierenden in die Lage versetzt werden, alle Teilaufgaben und damit auch die komplexeren Aufgabenstellungen zu lösen, und die Motivation der Lernenden soll aufrecht erhalten werden.

Enthaltene Fremdmaterialien: Diese Aufgabe bindet das Skript `stackselbstlern.js` von Michael Kallweit für die Aufgabennavigation ein.

Daten oder Links (evtl. aktualisieren): Es sind authentische Daten (Unfallstatistiken) enthalten, die ggf. aktualisiert werden können.

Lizenz: „Handreichung zur Aufgabe „Verkehrstote (diskrete Zufallsvariablen)““ wurde entwickelt von [Jonas Lache](#) an der Ruhr-Universität Bochum. Dieses Werk ist lizenziert unter der Lizenz „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. 

Screenshots aus der Aufgabe

a) Teilaufgabe – Verteilung auswählen:

Laut Polizeistatistik gab es in der Stadt Bochum im 10-Jahreszeitraum von 2012 bis 2021 insgesamt 43 Verkehrstote. Diese verteilen sich wie folgt auf die einzelnen Jahre:

Jahr	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Anzahl Verkehrstote in diesem Jahr	5	3	8	5	2	5	3	2	6	4

Wir fassen die Daten als Realisierungen unabhängiger Zufallsvariablen auf.

(a) Welche Verteilung eignet sich am besten, um die Daten zu beschreiben? Bitte wählen Sie eine Option aus und klicken dann auf "Prüfen".

Antwort: Die ist die beste Wahl zur Beschreibung der Daten.

b) Teilaufgabe – Schätzwert für Parameter der Verteilung und Wahrscheinlichkeitsfunktion angeben:

(b) Geben Sie einen geeigneten Schätzwert für den Parameter der Verteilung an und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion. Tipp: Gesetz der großen Zahlen.

Antwort: Der Schätzwert ist eine Annäherung an den Parameter der Verteilung.

Die Wahrscheinlichkeitsfunktion in Abhängigkeit dieses Schätzwerts lautet $p(k) =$.

c) Teilaufgabe – Erwartungswert und Varianz angeben:

(c) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz dieser Verteilung. Bitte geben Sie ungerundete Werte ein und klicken Sie dann auf "Prüfen".

$E(X) =$

$\text{Var}(X) =$

d) Teilaufgabe – Wahrscheinlichkeit angeben, dass es im folgenden Jahr höchstens zwei Verkehrstote geben wird:

(d) Geben Sie einen geeigneten Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit an, dass es im folgenden Jahr höchstens zwei Verkehrstote geben wird.

Bitte geben Sie für den Schätzwert einen exakten Ausdruck oder eine auf mindestens zwei Nachkommastellen gerundete Dezimalzahl ein und klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort: $P(X \leq 2) \approx$