

Handreichung zur Aufgabe „Sterbewahrscheinlichkeit“

Titel der Aufgabe: Sterbewahrscheinlichkeit

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

Die Wahrscheinlichkeit einer zufällig gewählten 65-jährigen Person in der Bundesrepublik Deutschland, im Laufe der kommenden zwölf Monate zu sterben, ist $p = 0.01$. Eine kleine Pensionsversicherung hat $n = 600$ Versicherte dieses Alters.

Wie viele von ihnen werden in den kommenden zwölf Monaten sterben?

(a) Geben Sie zunächst an, welche Verteilung diejenige Zufallsvariable X haben könnte, die diese Anzahl beschreibt.

Antwort:

Autoren: [Jonas Lache](#) und [Herold Dehling](#), Ruhr-Universität Bochum

Lizenz: [CC BY-SA 4.0](#)

Zielgruppe: Studierende der Mathematik und in Serviceveranstaltungen

Thema: Diskrete Verteilungen

Tags: Stochastik, Wahrscheinlichkeitstheorie, diskrete Zufallsvariablen, Binomialverteilung, Poisson-Verteilung, Poisson-Approximation, Wahrscheinlichkeitsfunktion, Erwartungswert, Varianz

Randomisierung: ja

Aufgabentyp: mehrteilige Aufgabe mit zwei Lösungswegen

Beschreibung: In der Aufgabe ist die Situation gegeben, dass eine zufällig gewählte 65-jährige Person in Deutschland mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.01 im kommenden Jahr stirbt. Zudem ist die Anzahl der versicherten 65-jährigen Personen einer kleinen Pensionsversicherung gegeben. In der ersten Teilaufgabe sollen die Studierenden angeben, welche Verteilung die Zufallsvariable X haben könnte, die die Anzahl der versicherten Personen beschreibt, die im nächsten Jahr sterben. Dabei wird sowohl die Binomialverteilung als auch die Poisson-Verteilung als korrekt anerkannt. Bei den dann folgenden Teilaufgaben fahren die Studierenden mit ihrer gewählten Verteilung fort und berechnen verschiedene Kenngrößen und Wahrscheinlichkeiten: In der zweiten Teilaufgabe soll die Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(X = k)$ angegeben werden. In der dritten Teilaufgabe ist dann ist der Erwartungswert und in der dritten Teilaufgabe die Varianz von X gesucht. In der fünften Teilaufgabe soll die Wahrscheinlichkeit, dass es mindestens vier Todesfälle gibt, bestimmt werden, und die sechste und letzte Teilaufgabe befasst sich mit der Wahrscheinlichkeit, dass es gar keinen Todesfall gibt.

Didaktische Überlegungen: In dieser Aufgabe bearbeiten die Studierenden eine Reihe von klassischen Problemen der Stochastik, die sowohl mit der Binomialverteilung als auch mit der Poisson-Verteilung (bzw. einer Poisson-Approximation) gelöst werden können. Die Studierenden müssen dabei selbst erkennen, welche Wahrscheinlichkeitsverteilung hier verwendet werden sollte. Dadurch, dass es zwei Möglichkeiten gibt die Teilaufgaben zu lösen (Binomial- und Poisson-Verteilung), ist die Aufgabe offener als manch andere digitale Aufgaben.

Enthaltene Fremdmaterialien: Diese Aufgabe bindet das Skript `stackselbstlern.js` von Michael Kallweit für die Aufgabennavigation ein.

Daten oder Links (evtl. aktualisieren): keine

Lizenz: „Handreichung zur Aufgabe „Sterbewahrscheinlichkeit““ wurde entwickelt von [Jonas Lache](#) an der Ruhr-Universität Bochum. Dieses Werk ist lizenziert unter der Lizenz „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. 

Screenshots aus der Aufgabe

a) Teilaufgabe – Verteilung auswählen:

Die Wahrscheinlichkeit einer zufällig gewählten 65-jährigen Person in der Bundesrepublik Deutschland, im Laufe der kommenden zwölf Monate zu sterben, ist $p = 0.01$. Eine kleine Pensionsversicherung hat $n = 600$ Versicherte dieses Alters.

Wie viele von ihnen werden in den kommenden zwölf Monaten sterben?

(a) Geben Sie zunächst an, welche Verteilung diejenige Zufallsvariable X haben könnte, die diese Anzahl beschreibt.

Antwort: 

b) Teilaufgabe – Wahrscheinlichkeitsfunktion angeben:

(b) Bitte geben Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsvariablen X an und klicken dann auf "Prüfen".

Antwort: $p(k) =$

c) Teilaufgabe – Erwartungswert angeben:

(c) Bestimmen Sie den Erwartungswert von X . Bitte geben Sie einen exakten, ungerundeten Wert an und klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort: $E(X) =$

d) Teilaufgabe – Varianz angeben:

(d) Bestimmen Sie die Varianz von X . Bitte geben Sie einen exakten, ungerundeten Wert an und klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort: $\text{Var}(X) =$

e) Teilaufgabe – $P(X \geq 4)$ angeben:

(e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es mindestens 4 Todesfälle in dieser Altersgruppe gibt?

Bitte geben Sie einen exakten Wert oder eine auf mindestens vier Nachkommastellen gerundete Dezimalzahl ein und klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit beträgt

f) Teilaufgabe – $P(X = 0)$ angeben:

(f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es in der Altersgruppe keinen Todesfall gibt?

Bitte geben Sie einen exakten Wert oder eine auf mindestens vier Nachkommastellen gerundete Dezimalzahl ein und klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit beträgt