

Handreichung zur Aufgabe „Nachrichtenkanal“

Titel der Aufgabe: Nachrichtenkanal

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

Über einen Nachrichtenkanal wird ein Zeichen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.8 korrekt übertragen. Eine Nachricht besteht aus 10 Zeichen. Wir bezeichnen die Zahl der falsch übertragenen Zeichen mit X .

(a) Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung eignet sich am besten zur Modellierung von X ?

Antwort:

Autoren: [Jonas Lache](#) und [Herold Dehling](#), Ruhr-Universität Bochum

Lizenz: [CC BY-SA 4.0](#)

Zielgruppe: Studierende der Mathematik und in Serviceveranstaltungen

Thema: Diskrete Verteilungen

Tags: Stochastik, Wahrscheinlichkeitstheorie, diskrete Zufallsvariablen, Binomialverteilung, Wahrscheinlichkeitsfunktion, Erwartungswert, Varianz

Randomisierung: ja


Aufgabentyp: tutorielle Aufgabe¹

Beschreibung: In der Aufgabe ist die Situation gegeben, dass eine Nachricht mit einer gegebenen Anzahl an Zeichen zu einer ebenfalls gegebenen Wahrscheinlichkeit korrekt über einen Nachrichtenkanal übertragen wird. In der ersten Teilaufgabe soll die Verteilung der Zufallsvariablen X , die die Anzahl der falsch übertragenen Zeichen beschreibt, angegeben werden (Binomialverteilung). In der zweiten Teilaufgabe sind der Erwartungswert und die Varianz von X gesucht, bevor $P(X \geq k)$ in der dritten Teilaufgabe für ein gegebenes k bestimmt werden soll. Beantworten die Studierenden die dritte Teilaufgabe falsch, wird sie in zwei Teilaufgaben unterteilt: Zunächst wird nach der Wahrscheinlichkeitsfunktion von X unter Verwendung der gegebenen Werte für die Parameter gefragt. Dann soll in einer Single-Choice-Aufgabe noch die Formel für die Gegenwahrscheinlichkeit eines Ereignisses ausgewählt werden.

Didaktische Überlegungen: In dieser Aufgabe bearbeiten die Studierenden eine Reihe von klassischen Problemen der Stochastik, bei denen auf die Binomialverteilung abgezielt wird. Die Studierenden müssen dabei selbst erkennen, welche Wahrscheinlichkeitsverteilung die sinnvollste Wahl für eine Modellierung ist. Die Aufgabe enthält Zwischenschritte und Hilfestellungen. Dadurch sollen die Studierenden in die Lage versetzt werden, alle Teilaufgaben und damit auch die komplexeren Aufgabenstellungen zu lösen, und die Motivation der Lernenden soll aufrecht erhalten sowie ihr Kompetenzerleben gefördert werden.

Enthaltene Fremdmaterialien: Diese Aufgabe bindet das Skript `stackselbstlern.js` von Michael Kallweit für die Aufgabennavigation sowie das Skript `allinone_latexautocomplete.js` von Michael Kallweit für die Umsetzung eines Autocomplete-Eingabefelds ein.

Daten oder Links (evtl. aktualisieren): keine

Lizenz: „Handreichung zur Aufgabe ‚Nachrichtenkanal‘“ wurde entwickelt von [Jonas Lache](#) an der Ruhr-Universität Bochum. Dieses Werk ist lizenziert unter der Lizenz „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. 

¹Eine *tutorielle Aufgabe* ist eine digitale Aufgabe, die im Falle einer fehlerhaften Antwort in kleinere und einfachere Teilaufgaben unterteilt wird. Nach der Bearbeitung dieser Teilaufgaben werden die Lernenden zur erneuten Bearbeitung der ursprünglichen Aufgabe aufgefordert.

Screenshots aus der Aufgabe

a) Teilaufgabe – Verteilung auswählen:

Über einen Nachrichtenkanal wird ein Zeichen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.8 korrekt übertragen. Eine Nachricht besteht aus 10 Zeichen. Wir bezeichnen die Zahl der falsch übertragenen Zeichen mit X .

(a) Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung eignet sich am besten zur Modellierung von X ?

Antwort:

b) Teilaufgabe – Erwartungswert und Varianz angeben:

(b) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X .

Bitte geben Sie exakte, ungerundete Werte ein und klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort:

$E(X) =$

$\text{Var}(X) =$

c) Teilaufgabe – $P(X \geq k)$ angeben:

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 2)$.

Antwort:

i.) Zwischenschritt – Wahrscheinlichkeitsfunktion angeben:

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 2)$.

1. Zwischenschritt: Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion von X unter Verwendung der Parameter $n = 10$ und $p = 0.2$ an. Klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort: $P(X = k) =$

ii.) Zwischenschritt – Formel für Gegenereignis auswählen:

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 2)$.

2. Zwischenschritt: Sei A ein Ereignis. Wie kann die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses von A bestimmt werden? Bitte kreuzen Sie eine der folgenden Optionen an und klicken Sie dann auf "Prüfen".

Antwort: Es gilt $P(A^C) =$

$\frac{\#A}{\#\Omega}$

$(P(A))^c$

$\frac{1}{P(A)}$

$1 - P(A)$