

# Handreichung zur Aufgabe „Brettspiel“

Titel der Aufgabe: Brettspiel

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

Beim Brettspiel "Mensch ärgere dich nicht" darf man zu Beginn dreimal würfeln und kann starten, wenn man dabei mindestens eine 6 würfelt. Ansonsten muss man warten, bis man das nächste Mal an der Reihe ist und dann wieder dreimal würfeln darf.

**(a)** Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei den drei Versuchen zu Beginn mindestens eine 6 zu erhalten?  
*Bitte geben Sie einen Bruch oder eine auf mindestens zwei Nachkommastellen gerundete Dezimalzahl ein.*

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit beträgt

Autoren: [Jonas Lache](#) und [Herold Dehling](#), Ruhr-Universität Bochum

Lizenz: [CC BY-SA 4.0](#)

Zielgruppe: Studierende der Mathematik und in Serviceveranstaltungen

Thema: Diskrete Verteilungen

Tags: Stochastik, Wahrscheinlichkeitstheorie, diskrete Zufallsvariablen, Binomialverteilung, geometrische Verteilung, Wahrscheinlichkeitsfunktion, Erwartungswert, Varianz

Randomisierung: nein


Aufgabentyp: tutorielle Aufgabe<sup>1</sup>

Beschreibung: In der Aufgabe geht es um das Brettspiel „Mensch ärgere dich nicht“. Dabei ist die Situation gegeben, dass man zu Beginn dreimal würfeln darf und starten kann, wenn man dabei mindestens eine 6 würfelt. Im ersten Aufgabenteil soll die Wahrscheinlichkeit angegeben werden, in drei Versuchen mindestens eine 6 zu erhalten. Als nächstes wird die Anzahl an Runden betrachtet (und mit  $X$  bezeichnet), die man vor dem Starten warten muss. In der zweiten Teilaufgabe soll die Verteilung der Zufallsvariablen  $X$  angegeben werden (geometrische Verteilung). In der dritten Teilaufgabe ist der Parameter der Verteilung gesucht. Die vierte Teilaufgabe besteht darin, den Erwartungswert von  $X$  anzugeben. Beantworten die Studierenden diese Teilaufgabe falsch, wird sie in zwei Zwischenschrittaufgaben unterteilt: Zunächst wird nach der Wahrscheinlichkeitsfunktion einer geometrisch verteilten Zufallsvariablen gefragt. Dann soll die Formel für die Berechnung des Erwartungswerts angegeben werden. In der fünften Teilaufgabe ist schließlich noch die Varianz von  $X$  gesucht.

Didaktische Überlegungen: In dieser Aufgabe bearbeiten die Studierenden eine Reihe von klassischen Problemen der Stochastik, bei denen auf die geometrische Verteilung abgezielt wird. Die Studierenden müssen dabei selbst erkennen, welche Wahrscheinlichkeitsverteilung hier verwendet werden sollte und auch den Parameter der Verteilung selbst bestimmen. Die Aufgabe enthält Zwischenschritte und Hilfestellungen. Dadurch sollen die Studierenden in die Lage versetzt werden, alle Teilaufgaben zu lösen, und die Motivation der Lernenden soll aufrecht erhalten sowie ihr Kompetenzerleben gefördert werden.

Enthaltene Fremdmaterialien: Diese Aufgabe bindet das Skript `stackselbstlern.js` von Michael Kallweit für die Aufgabennavigation ein.

Daten oder Links (evtl. aktualisieren): keine

**Lizenz:** „Handreichung zur Aufgabe ‚Brettspiel‘“ wurde entwickelt von [Jonas Lache](#) an der Ruhr-Universität Bochum. Dieses Werk ist lizenziert unter der Lizenz „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. 

<sup>1</sup>Eine *tutorielle Aufgabe* ist eine digitale Aufgabe, die im Falle einer fehlerhaften Antwort in kleinere und einfachere Teilaufgaben unterteilt wird. Nach der Bearbeitung dieser Teilaufgaben werden die Lernenden zur erneuten Bearbeitung der ursprünglichen Aufgabe aufgefordert.

## Screenshots aus der Aufgabe

a) Teilaufgabe – Wahrscheinlichkeit angeben:

Beim Brettspiel "Mensch ärgere dich nicht" darf man zu Beginn dreimal würfeln und kann starten, wenn man dabei mindestens eine 6 würfelt. Ansonsten muss man warten, bis man das nächste Mal an der Reihe ist und dann wieder dreimal würfeln darf.

**(a)** Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei den drei Versuchen zu Beginn mindestens eine 6 zu erhalten?

Bitte geben Sie einen Bruch oder eine auf mindestens zwei Nachkommastellen gerundete Dezimalzahl ein.

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit beträgt

b) Teilaufgabe – Verteilung auswählen:

Wir bezeichnen mit  $X$  die Anzahl der Runden, die man warten muss, bevor man starten kann.

**(b)** Bestimmen Sie die Verteilung von  $X$

Antwort:  $X$  ist

c) Teilaufgabe – Parameter der Verteilung angeben:

**(c)** Bitte geben Sie den Parameter der Verteilung an.

Bitte geben Sie einen Bruch oder eine auf mindestens zwei Nachkommastellen gerundete Dezimalzahl ein.

Antwort:  $X$  ist geometrisch verteilt mit Parameter

d) Teilaufgabe – Erwartungswert angeben:

**(d)** Bestimmen Sie den Erwartungswert von  $X$ .

Bitte geben Sie einen Bruch oder eine auf mindestens zwei Nachkommastellen gerundete Dezimalzahl ein.

Antwort:  $E(X) =$

i.) Zwischenschritt – Wahrscheinlichkeitsfunktion angeben:

**(d.1)** Sei  $Z$  nun eine (ggf. andere) geometrisch verteilte Zufallsvariable mit Parameter  $p$ . Geben Sie unter Verwendung von  $p$  die Wahrscheinlichkeitsfunktion von  $Z$  an.

Antwort: Die Wahrscheinlichkeitsfunktion von  $Z$  in Abhängigkeit von  $p$  lautet  $P(Z = k) =$

ii.) Zwischenschritt – Formel für Erwartungswert angeben:

**(d.2)** Geben Sie nun noch die Formel für  $E(Z)$  in Abhängigkeit von  $p$  ein.

Antwort: Die Formel lautet  $E(Z) =$

e) Teilaufgabe – Varianz angeben:

**(e)** Bestimmen Sie die Varianz von  $X$ .

Bitte geben Sie einen Bruch oder eine auf mindestens zwei Nachkommastellen gerundete Dezimalzahl ein.

Antwort:  $\text{Var}(X) =$