

Handreichung zur Aufgabe „Urnenmodell vs. Fächermodell“

Titel der Aufgabe: Urnenmodell vs. Fächermodell

Screenshot der anfänglichen Aufgabe:

(a) In einer Schublade eines Apothekerschanks gibt es 11 Fächer zur Aufbewahrung von Medikamentenpackungen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, 18 gleich aussehende Packungen eines Medikaments in die Schublade einzusortieren, wenn in jedes Fach beliebig viele Packungen passen?
Die Anzahl an Möglichkeiten ist . Geben Sie das Ergebnis als Formel ein.

Autoren: [Axel Bücher](#), [Peter Kern](#), [Christian Müller](#), Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

Lizenz: [CC BY-SA 4.0](#)

Zielgruppe: Mathematische Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematik, Physik, Informatik, Ingenieurwissenschaften, Wirtschaftswissenschaften, Pharmazie, Humanmedizin und Gesundheitswissenschaften

Thema: Kombinatorik

Tags: Stochastik, Wahrscheinlichkeitstheorie, Kombinatorik, Urnenmodell, Fächermodell

Randomisierung: ja

Aufgabentyp: tutorielle Aufgabe¹

Beschreibung: In der Aufgabe sollen die Studierenden verschiedene kombinatorische Fragestellungen, die beim Befüllen eines Apothekerschanks auftreten, aus der Sicht eines Urnenmodells oder eines Fächermodells betrachten und mithilfe eines passenden kombinatorischen Modells lösen.

Didaktische Überlegungen: Die Studierenden lernen, kombinatorische Modelle zur Lösung kombinatorischer Fragestellungen anzuwenden. Zwischenschritte helfen ihnen dabei, das richtige Modell und die richtige Formel auszuwählen. In den Zwischenschritten können sie zwischen einem Urnenmodell oder einem Fächermodell wählen und so beide Sichtweisen miteinander vergleichen.

Enthaltene Fremdmaterialien: Diese Aufgabe bindet das Skript `stackselbstlern.js` von Michael Kallweit für die Aufgabennavigation ein.

Daten oder Links (evtl. aktualisieren): keine

Lizenz: „Handreichung zur Aufgabe ‚Urnenmodell vs. Fächermodell‘“ wurde entwickelt von [Christian Müller](#) an der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf. Dieses Werk ist lizenziert unter der Lizenz „Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. 

¹Eine *tutorielle Aufgabe* ist eine digitale Aufgabe, die im Falle einer fehlerhaften Antwort in kleinere und einfachere Teilaufgaben unterteilt wird. Nach der Bearbeitung dieser Teilaufgaben werden die Lernenden zur erneuten Bearbeitung der ursprünglichen Aufgabe aufgefordert.

Screenshots aus der Aufgabe

(a) Teilaufgabe – Anzahl berechnen:

(a) In einer Schublade eines Apothekerschrankes gibt es **11** Fächer zur Aufbewahrung von Medikamentenpackungen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, **18** gleich aussehende Packungen eines Medikaments in die Schublade einzusortieren, wenn in jedes Fach beliebig viele Packungen passen?

Die Anzahl an Möglichkeiten ist . Geben Sie das Ergebnis als Formel ein.

i.) Zwischenschritt Alternative 1 – passendes Fächermodell auswählen:

(a) In einer Schublade eines Apothekerschrankes gibt es **11** Fächer zur Aufbewahrung von Medikamentenpackungen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, **18** gleich aussehende Packungen eines Medikaments in die Schublade einzusortieren, wenn in jedes Fach beliebig viele Packungen passen?

(a1) Durch welches Fächermodell kann die Situation sinnvoll beschrieben werden?

- Verteilen unterscheidbarer Objekte mit Mehrfachbelegung
- Verteilen unterscheidbarer Objekte ohne Mehrfachbelegung
- Verteilen ununterscheidbarer Objekte mit Mehrfachbelegung
- Verteilen ununterscheidbarer Objekte ohne Mehrfachbelegung

ii.) Zwischenschritt Alternative 2 – passendes Urnenmodell auswählen:

(a) In einer Schublade eines Apothekerschrankes gibt es **10** Fächer zur Aufbewahrung von Medikamentenpackungen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, **12** gleich aussehende Packungen eines Medikaments in die Schublade einzusortieren, wenn in jedes Fach beliebig viele Packungen passen?

(a1) Durch welches Urnenmodell kann die Situation sinnvoll beschrieben werden?

- Ziehen mit Zurücklegen und mit Reihenfolge
- Ziehen ohne Zurücklegen und mit Reihenfolge
- Ziehen mit Zurücklegen und ohne Reihenfolge
- Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Reihenfolge

iii.) Zwischenschritt Alternative 1 und 2 – passende Formel auswählen:

(a) In einer Schublade eines Apothekerschrankes gibt es **11** Fächer zur Aufbewahrung von Medikamentenpackungen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, **18** gleich aussehende Packungen eines Medikaments in die Schublade einzusortieren, wenn in jedes Fach beliebig viele Packungen passen?

(a2) Wir bezeichnen die Anzahl der Fächer mit N und die Anzahl der Packungen mit n . Wie lautet dann die Formel zur Berechnung der Anzahl an Elementen im gewählten kombinatorischen Modell "Verteilen ununterscheidbarer Objekte mit Mehrfachbelegung" bzw. "Ziehen mit Zurücklegen und ohne Reihenfolge"?

- N^n
- $\frac{N!}{(N-n)!}$
- $\binom{N+n-1}{n}$
- $\binom{N}{n}$

(b) Teilaufgabe – Anzahl berechnen:

(b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, **18** gleich aussehende Packungen eines Medikaments in eine Schublade mit **11** Fächern einzusortieren, wenn in jedes Fach beliebig viele Packungen passen, aber kein Fach leer bleiben soll?

Die Anzahl an Möglichkeiten ist . *Geben Sie das Ergebnis als Formel ein.*

(c) Teilaufgabe – Anzahl berechnen:

(c) Der Apothekerschrank hat **10** Schubladen und somit insgesamt $10 \cdot 11 = 110$ Fächer. Damit jedes Medikament möglichst schnell wiedergefunden werden kann, soll jedes Fach nur mit (ggf. mehreren Packungen von) jeweils einem Medikament belegt werden. Dabei darf ein Fach auch leer bleiben. Wie viele Möglichkeiten gibt es, **29** verschiedene Medikamente in den Apothekerschrank einzusortieren?

Die Anzahl an Möglichkeiten ist . *Geben Sie das Ergebnis als Formel ein.*

i.) Zwischenschritt Alternative 1 – passendes Fächermodell auswählen:

(c) Der Apothekerschrank hat 10 Schubladen und somit insgesamt $10 \cdot 11 = 110$ Fächer. Damit jedes Medikament möglichst schnell wiedergefunden werden kann, soll jedes Fach nur mit (ggf. mehreren Packungen von) jeweils einem Medikament belegt werden. Dabei darf ein Fach auch leer bleiben. Wie viele Möglichkeiten gibt es, 29 verschiedene Medikamente in den Apothekerschrank einzusortieren?

(c1) Durch welches Fächermodell kann die Situation sinnvoll beschrieben werden?

- Verteilen unterscheidbarer Objekte mit Mehrfachbelegung
- Verteilen unterscheidbarer Objekte ohne Mehrfachbelegung
- Verteilen ununterscheidbarer Objekte mit Mehrfachbelegung
- Verteilen ununterscheidbarer Objekte ohne Mehrfachbelegung

ii.) Zwischenschritt Alternative 2 – passendes Urnenmodell auswählen:

(c) Der Apothekerschrank hat 11 Schubladen und somit insgesamt $11 \cdot 10 = 110$ Fächer. Damit jedes Medikament möglichst schnell wiedergefunden werden kann, soll jedes Fach nur mit (ggf. mehreren Packungen von) jeweils einem Medikament belegt werden. Dabei darf ein Fach auch leer bleiben. Wie viele Möglichkeiten gibt es, 97 verschiedene Medikamente in den Apothekerschrank einzusortieren?

(c1) Durch welches Urnenmodell kann die Situation sinnvoll beschrieben werden?

- Ziehen mit Zurücklegen und mit Reihenfolge
- Ziehen ohne Zurücklegen und mit Reihenfolge
- Ziehen mit Zurücklegen und ohne Reihenfolge
- Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Reihenfolge

iii.) Zwischenschritt Alternative 1 und 2 – passende Formel auswählen:

(c) Der Apothekerschrank hat 10 Schubladen und somit insgesamt $10 \cdot 11 = 110$ Fächer. Damit jedes Medikament möglichst schnell wiedergefunden werden kann, soll jedes Fach nur mit (ggf. mehreren Packungen von) jeweils einem Medikament belegt werden. Dabei darf ein Fach auch leer bleiben. Wie viele Möglichkeiten gibt es, 29 verschiedene Medikamente in den Apothekerschrank einzusortieren?

(c2) Wir bezeichnen die Anzahl der Fächer mit N und die Anzahl der Medikamente mit n . Wie lautet dann die Formel zur Berechnung der Anzahl an Elementen im gewählten Fächermodell "Verteilen unterscheidbarer Objekte ohne Mehrfachbelegung"?

- N^n
- $\frac{N!}{(N-n)!}$
- $\binom{N+n-1}{n}$
- $\binom{N}{n}$