

# Handreichung für Dozierende zum Themenpaket Kombinatorik

OER.Stochastik.nrw

## Materialien in diesem Paket

3 Videos, 1 Interaktive Anwendung, 14 Aufgaben

## Fachbereiche

Mathematische Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematik, Physik, Informatik, Ingenieurwissenschaften, Wirtschaftswissenschaften, Pharmazie, Humanmedizin und Gesundheitswissenschaften

## Kurzbeschreibung der Materialien

### Video: Kombinatorisches Zählen – Einführung und $k$ -Permutationen

In diesem Video werden die vier kombinatorischen Grundformeln eingeführt und ein Überblick gegeben. Das Fundamentalprinzip des Zählens wird besprochen und die erste Grundformel für Ziehen mit Zurücklegen unter Beachtung der Reihenfolge wird vorgestellt.

### Video: 2. und 3. kombinatorische Grundfigur – Ziehen ohne Zurücklegen

In diesem Video werden die zweite und dritte kombinatorische Grundfigur/-formel besprochen. Das Ziehen ohne Zurücklegen mit beziehungsweise ohne Beachtung der Reihenfolge werden ausführlich motiviert und mit Anwendungsbeispielen verdeutlicht.

### Video: Kombinatorisches Zählen 3 – Der 4. Fall und der Übergang zum äquivalenten Kästchenmodell

In diesem dritten Video zur Kombinatorik wird die vierte kombinatorische Grundfigur/-formel thematisiert, das Ziehen mit Zurücklegen ohne Beachtung der Reihenfolge. Der Übergang zum äquivalenten Kästchenmodell wird besprochen und Anwendungsbeispiele verdeutlichen diese letzte Grundformel.

### Interaktive Anwendung: Ziehen mit vs. ohne Zurücklegen

Der Unterschied zwischen den Dichten von hypergeometrischer Verteilung und Binomialverteilung kann für verschiedene Kombinationen ihrer Parameter interaktiv erkundet werden. Ein Beobachtungsauftrag leitet die eigenständige Erkundung der Grafik an. Werden beide Verteilungen als Modelle für das Ziehen von Kugeln mit oder ohne Zurücklegen interpretiert, kann bei

festem Mischungsverhältnis der Kugeln die immer deutlichere Annäherung beider Modelle beobachtet werden. Der Beweis der entsprechenden Grenzwertaussage liefert eine mathematische Erklärung für die beobachteten Zusammenhänge.

**Aufgabe: Geburtstagsproblem**

In dieser Aufgabe lösen die Studierenden das Geburtstagsproblem.

**Aufgabe: Koffer und Eulen**

In dieser Aufgabe lösen die Studierenden ein kombinatorisches Problem, in dem es um die Verteilung von Gepäckstücken auf Zugabteile geht.

**Aufgabe: Kartenspiel**

Die hypergeometrische Verteilung wird in einem Beispiel eingesetzt.

**Aufgabe: Getränkebox**

Die Anwendung der verschiedenen kombinatorischen Grundformeln wird an einem weiteren Beispiel veranschaulicht.

**Aufgabe: Ziffernfolge**

Es wird die Verwendung einfacher kombinatorischer Formeln demonstriert.

**Aufgabe: Ziffernfolge 2**

Es wird die Verwendung einfacher kombinatorischer Formeln demonstriert.

**Aufgabe: Stellenwerttafel**

Die Anwendung der verschiedenen kombinatorischen Grundformeln wird an einem Beispiel veranschaulicht.

**Aufgabe: Laplace-Glücksrad**

Die Anwendung des Laplace-Modells wird an einem einfachen Beispiel illustriert.

**Aufgabe: Spielkarten**

Die Anwendung der verschiedenen kombinatorischen Grundformeln und des Laplace-Modells wird an einem Beispiel veranschaulicht.

**Aufgabe: Schulhefte**

Die Anwendung der verschiedenen kombinatorischen Grundformeln wird an einem Beispiel veranschaulicht.

**Aufgabe: Orakel**

Die Anwendung der verschiedenen kombinatorischen Grundformeln wird an einem Beispiel veranschaulicht.

### Aufgabe: Multiple-Choice-Test

Die Anwendung der Binomialverteilung wird an einem Beispiel illustriert.

### Aufgabe: Urnenmodell vs. Fächermodell

In der Aufgabe sollen die Studierenden verschiedene kombinatorische Fragestellungen, die beim Befüllen eines Apothekerschrankes auftreten, aus der Sicht eines Urnenmodells oder eines Fächermodells betrachten und mithilfe eines passenden kombinatorischen Modells lösen.

### Aufgabe: Lotto 6aus49

In der Aufgabe sollen die Studierenden verschiedene Gewinn- und Verlustwahrscheinlichkeiten für das Lottospiel 6aus49 berechnen. Dazu wird die Modellierung mit einem kombinatorischen Modell und der hypergeometrischen Verteilung schrittweise aufgebaut. Weiterführende Aufgabenteile berücksichtigen zusätzlich die Ziehung der Superzahl und das Lottospiel mit System.

## Schlagwörter

Kombinatorisches Zählen, Kästchenmodell, Fächermodell, Urnenmodell, Ziehen mit/ohne Zurücklegen, Kombinatorische Grundfigur, Kombinatorik, Binomialkoeffizient

## Einsatzszenarien

Das Themenpaket ist modular aufgebaut, alle Materialien können einzeln und unabhängig voneinander eingesetzt werden.

- Die Videos bieten einen motivierenden Einstieg in das Thema Kombinatorik. Sie werden parallel zum entsprechenden Vorlesungsabschnitt gezeigt oder den Studierenden zur eigenständigen Vorbereitung im Flipped Classroom Szenario zur Verfügung gestellt.
- Mit der interaktiven Anwendung erkunden die Studierenden eigenständig und mithilfe von Beobachtungsaufträgen das Ziehen mit und ohne Zurücklegen. Sie wiederholen und vertiefen auf diese Weise den Vorlesungsstoff. Die interaktive Anwendung kann auch direkt in der Vorlesung gezeigt werden.
- Die Aufgaben ergänzen im wöchentlichen Übungsbetrieb die schriftlichen Hausaufgaben zur Kombinatorik. Die Studierenden nutzen sie zur Wiederholung des Vorlesungsstoffs und zur Prüfungsvorbereitung. Weitere Informationen befinden sich in separaten Handreichungen zu den einzelnen Aufgaben.

## Ausblick

Das Projekt OER.Stochastik.nrw stellt weiterführende Materialien zur Verfügung.

- Das Themenpaket **Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit** beinhaltet Materialien zu zwei zentralen Begriffen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, deren Interpretation und Anwendungen.
- Das Themenpaket **Diskrete Verteilungen** beinhaltet Materialien zu diskreten Zufallsvariablen, ihren Verteilungen und Kennzahlen wie Erwartungswert und Varianz sowie zu konkreten Anwendungen bei der Modellierung diskreter Daten.

## Literaturhinweise

- [1] H. Dehling, B. Haupt (2004) Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik. 2. Auflage. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Kapitel 2
- [2] N. Henze (2019) Stochastik: Eine Einführung mit Grundzügen der Maßtheorie. 1. Auflage. Springer Spektrum Berlin, Heidelberg. Kapitel 2.6, 2.7
- [3] N. Henze (2021) Stochastik für Einsteiger. 13. Auflage. Springer Spektrum Berlin Heidelberg. Kapitel 8, 9



„Handreichung für Dozierende zum Themenpaket Kombinatorik“ wurde entwickelt von Riko Kelter, Jonas Lache, Daniel Meißner, Christian Müller (OER.Stochastik.nrw)

Dieses Werk ist lizenziert nach CC BY SA 4.0. Ausgenommen aus der Lizenz sind alle Logos. Der Lizenzvertrag ist hier abrufbar: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Das Werk ist online verfügbar unter: <https://www.orca.nrw>