Vorkus

Mathematik & Physik

zum Wintersemester 2024/25

Nils Heerten Christian Lehn Ercan Sönmez

Übungsblatt 3

Aufgabe 1

Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? Geben Sie im zweiten Fall eine korrekte Lösung an.

i. $\{4, 2, 3, 3, 1, 2\} = \{1, 2, 3, 4\}$

ii. $\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$

iii. $\{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4\} = \{1, 2\}$

iv. $4 \notin \{2^n : n \in \mathbb{N}\}$

v. $\{1, 2, 3\} \setminus \{3\} = \{1, 2\}$

vi. $\{1, 2, 3\} \setminus \{1, 2, 3\} = 0$

vii. $\varnothing \in \mathbb{Z}$

Aufgabe 2

Es seien $A := \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 2\}$ und $B := \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 4\}$ zwei Mengen. Bestimmen Sie

i. $A \cup B$

ii. $A \cap B$

iii. $A \setminus B$

Aufgabe 3

Beweisen Sie die übrigen Aussagen von Lemma 3.8 aus der Vorlesung, also

i. Kommutativität:
$$A \cup B = B \cup A$$

ii. Assoziativität:
$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

iii. Distributivität:
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

iv. Regel von de Morgan:
$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

Dabei können Ihnen die in der Vorlesung bereits bewiesenen Aussagen als Orientierung dienen.

Aufgabe 4

Es seien A, B, C beliebige Mengen. Ist die (echte) Teilmengenrelation „$\subset$“

i. reflexiv, d.h. gilt $A \subset A$?

ii. symmetrisch, d.h. gilt $A \subset B \implies B \subset A$?

iii. transitiv, d.h. gilt $(A \subset B) \wedge (B \subset C) \implies A \subset C$?

Begründen Sie Ihre Entscheidung. (Als Begründung für „nein“ reicht auch die Angabe eines Gegenbeispiels aus.)

Aufgabe 5* – Zusatz, wenn fertig

Es sei X eine Menge. Definiert $R := \{X : X \notin X\}$ eine Menge?