Übungsblatt 3

Aufgabe 1. Es seien M, N, P beliebige Mengen. Ist die Teilmengenrelation

a) reflexiv, d.h. $M \subset M$?

b) symmetrisch, d.h. $(M \subset N) \to (N \subset M)$?

c) transitiv, d.h. $((M \subset N) \wedge (N \subset P)) \to (M \subset P)$?

Beweisen Sie oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

Aufgabe 2. Potenzmengen

a) Geben Sie die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ der Menge $M = \{1, 2, 3\}$ an.

b) Es sei M eine Menge mit n Elementen und $a \notin M$. Um wie viele Elemente ist $\mathcal{P}(M \cup \{a\})$ größer als $\mathcal{P}(M)$?

Aufgabe 3. Beweisen Sie das de Morgansche Gesetz $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

Aufgabe 4. Zeigen Sie: Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$, die Gleichung $a.x = b$ ist eindeutig lösbar.

Aufgabe 5. Zeigen Sie:

(1) Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt $-(-a) = a$ und $-(a + b) = (-a) + (-b)$.

(2) Für alle $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ gilt $(a^{-1})^{-1} = a$ und $(a.b)^{-1} = a^{-1}.b^{-1}$.