

Vorkurs für angehende Studierende der Natur-,
Ingenieurwissenschaften, Informatik und Angew. Informatik
Aufgabenblatt 5

Differenzieren

Aufgabe 1:

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke zunächst mit Hilfe der Potenzgesetze und berechnen Sie dann jeweils die Ableitung:

- (a) $\sqrt{x+1}$ (b) $\sqrt[3]{x^4}$ (c) $\sqrt[4]{(2x+3)^3}$
(d) $\frac{4}{(x-4)^5}$ (e) $\frac{3}{\sqrt{x^2+1}}$ (f) $\sqrt{\sin(x)}$

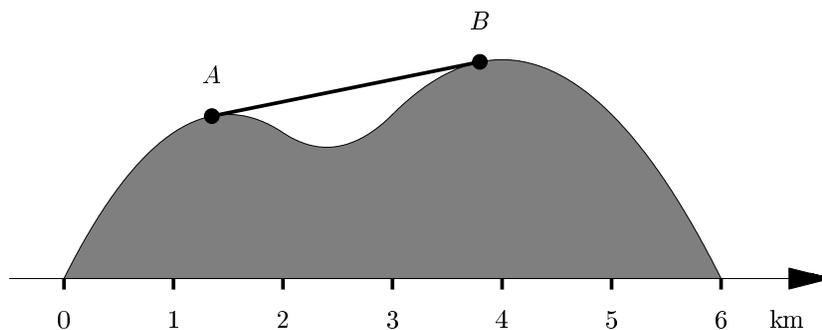
Aufgabe 2: Differenzieren Sie:

- (a) $\tan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$
(b) $\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}$
(c) $(\ln x)^{\ln x}$

Aufgabe 3: Ein Geländeprofil wird näherungsweise durch die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{5}x, & \text{für } x \in [0, 2], \\ \frac{1}{12}x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}, & \text{für } x \in (2, 3], \\ -\frac{1}{20}x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{3}{5}, & \text{für } x \in (3, 6], \end{cases}$$

beschrieben. Die beiden Berge sollen durch eine Seilbahn verbunden werden, die an beiden Enden tangential zur obigen Profilkurve verläuft (vgl. Abbildung).



Wo müssen die beiden Stationen A und B gebaut werden – und welche Länge hat die Seilbahnstrecke? Der Durchhang des Seils ist zu vernachlässigen.

Logarithmus & Exponentialfunktion

Aufgabe 4:

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach y auf:

(a) $2 \ln y = 1 - x^2$

(b) $\ln x = 5 - 3 \ln y$.

Aufgabe 5:

Lösen Sie durch geschicktes Ausklammern die Exponentialgleichungen

$$2^{x-2} + 2^{x+3} = 132$$

und

$$2^{2x+1} + 4^{x-1} = 72.$$

Aufgabe 6:

Lösen Sie durch eine geeignete Substitution die Exponentialgleichungen

$$4^x - 6 \cdot 2^x = 16$$

und

$$9^x - 6 \cdot 9^{-x} = 1.$$

Aufgabe 7:

Skizzieren Sie in ein gemeinsames Koordinatensystem die Schaubilder der Funktionen $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^x - 3$, $h(x) = -2^{-x}$ und $k(x) = 2^{x-2}$.

Wie gehen die Schaubilder von g und h aus dem Schaubild von f hervor?

Geben Sie zwei verschiedene Arten an, wie man das Schaubild von k aus dem Schaubild von f erhalten kann.

Integration

Aufgabe 8:

(a) Berechnen Sie $\int \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{5} dx$, $\int \sqrt{t+3} dt$ und $\int_0^1 e^x dx$

(b) mit partieller Integration: $\int x^2 \ln(x) dx$, $\int_0^2 ue^{3u} du$ und $\int \ln(x) dx = \int 1 \cdot \ln(x) dx$

(c) mit einer geeigneten Substitution: $\int_0^{\pi/2} \sin(3x+1) dx$ und $\int_0^1 \frac{1}{2}e^{-2x+1} - 2e^{2x-1} dx$

Aufgabe 9:

Für welche Zahl $b > 0$ ist die Gleichung

$$\int_0^b x^2 dx = \left(\int_0^b x dx \right)^2$$

erfüllt?

Aufgabe 10:

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche zwischen der x -Achse und den Schaubildern von

$$f(x) = \frac{3-x}{2} \text{ und } g(x) = \sqrt{x}.$$