

Vorkurs für angehende Studierende der Natur-,  
Ingenieurwissenschaften, Informatik und Angew. Informatik  
Aufgabenblatt 5

## Differenzieren

### Aufgabe 1:

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke zunächst mit Hilfe der Potenzgesetze und berechnen Sie dann jeweils die Ableitung:

(a)  $\sqrt{x+1}$                       (b)  $\sqrt[3]{x^4}$                       (c)  $\sqrt[4]{(2x+3)^3}$

(d)  $\frac{4}{(x-4)^5}$                       (e)  $\frac{3}{\sqrt{x^2+1}}$                       (f)  $\sqrt{\sin(x)}$

### Aufgabe 2: Differenzieren Sie:

(a)  $\tan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

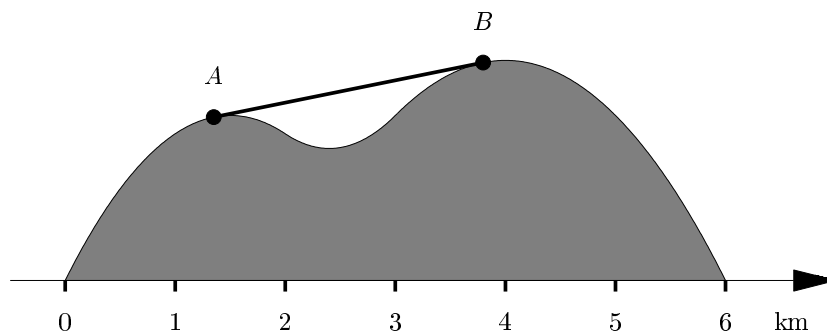
(b)  $\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}$

(c)  $(\ln x)^{\ln x}$

### Aufgabe 3: Ein Geländeprofil wird näherungsweise durch die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{5}x, & \text{für } x \in [0, 2], \\ \frac{1}{12}x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}, & \text{für } x \in (2, 3], \\ -\frac{1}{20}x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{3}{5}, & \text{für } x \in (3, 6], \end{cases}$$

beschrieben. Die beiden Berge sollen durch eine Seilbahn verbunden werden, die an beiden Enden tangential zur obigen Profilkurve verläuft (vgl. Abbildung).



Wo müssen die beiden Stationen A und B gebaut werden – und welche Länge hat die Seilbahnstrecke? Der Durchhang des Seils ist zu vernachlässigen.

# Logarithmus & Exponentialfunktion

## Aufgabe T5:

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach  $y$  auf:

(a)  $2 \ln y = 1 - x^2$

(b)  $\ln x = 5 - 3 \ln y$ .

## Aufgabe T10:

Lösen Sie durch geschicktes Ausklammern die Exponentialgleichungen

$$2^{x-2} + 2^{x+3} = 132$$

und

$$2^{2x+1} + 4^{x-1} = 72.$$

## Aufgabe T14:

Lösen Sie durch eine geeignete Substitution die Exponentialgleichungen

$$4^x - 6 \cdot 2^x = 16$$

und

$$9^x - 6 \cdot 9^{-x} = 1.$$

## Aufgabe T15:

Skizzieren Sie in ein gemeinsames Koordinatensystem die Schaubilder der Funktionen  $f(x) = 2^x$ ,  $g(x) = 2^x - 3$ ,  $h(x) = -2^{-x}$  und  $k(x) = 2^{x-2}$ .

Wie gehen die Schaubilder von  $g$  und  $h$  aus dem Schaubild von  $f$  hervor?

Geben Sie zwei verschiedene Arten an, wie man das Schaubild von  $k$  aus dem Schaubild von  $f$  erhalten kann.

# Integration

## Aufgabe T1:

(a) Berechnen Sie  $\int \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{5} dx$ ,  $\int \sqrt{t+3} dt$  und  $\int_0^1 e^x dx$

(b) mit partieller Integration:  $\int x^2 \ln(x) dx$ ,  $\int_0^2 ue^{3u} du$  und  $\int \ln(x) dx = \int 1 \cdot \ln(x) dx$

(c) mit einer geeigneten Substitution:  $\int_0^{\pi/2} \sin(3x+1) dx$  und  $\int_0^1 \frac{1}{2}e^{-2x+1} - 2e^{2x-1} dx$

**Aufgabe T2:**

Für welche Zahl  $b > 0$  ist die Gleichung

$$\int_0^b x^2 dx = \left( \int_0^b x dx \right)^2$$

erfüllt?

**Aufgabe T3:**

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche zwischen der  $x$ -Achse und den Schaubildern von

$$f(x) = \frac{3-x}{2} \text{ und } g(x) = \sqrt{x}.$$