

Vorkurs für angehende Studierende der Mathematik und Physik

zum Wintersemester 2024/25

Nils Heerten

Christian Lehn

Ercan Sönmez

Übungsblatt 2

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen Tautologien sind:

- das Kontrapositionsgesetz: $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow ((\neg B) \Rightarrow (\neg A))$
- das De Morgansche Gesetz: $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow ((\neg A) \vee (\neg B))$
- die Abtrennungsregel $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$
- das Distributivgesetz $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- das Kommutativgesetz $A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$

Aufgabe 2

Geben Sie die Negation der folgenden Aussagen an:

- Die Quadrate aller reellen Zahlen sind positiv.
- Es gibt eine reelle Zahl größer als 10.
- Am Dienstag oder Mittwoch scheint die Sonne.
- Es gibt außerirdisches Leben.

Aufgabe 3 – Wahrheitstabeln

- Wie sieht die Wahrheitstabelle für das umgangssprachliche *entweder - oder* aus?
- Geben Sie die Wahrheitstabelle der Aussage $\neg B \vee A$ an. Wozu ist diese Aussage demnach äquivalent?

Aufgabe 4

Welche der folgenden Verknüpfungen sind Tautologien?

- a) $A \vee (\neg A)$
- b) $A \wedge (\neg A)$
- c) $\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$
- d) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow ((\neg A) \Rightarrow (\neg B))$
- e) $(A \Rightarrow B) \wedge (\neg A)$

Aufgabe 5

Geben Sie die Negation der folgenden Aussagen an:

- a) Wenn ein Viereck ein Quadrat ist, ist es ein Rechteck.
- b) Wenn $a < b$ ist, dann ist auch $a^2 < b^2$.
- c) Die Antwort auf alles ist 42.

Aufgabe 6

Beweisen Sie: Für jede natürliche Zahl n gilt: Wenn n durch 2 teilbar ist, so ist auch n^2 durch 2 teilbar.