

Vorkurs für angehende Studierende der Natur-,
Ingenieurwissenschaften, Informatik und Angew. Informatik
Aufgabenblatt 3

Der Satz von Pythagoras

Aufgabe 1:

Ein rechtwinkliges Dreieck hat die Katheten a und $a + 1$ und die Hypotenuse 29. Wie groß ist dann a ?

Aufgabe 2:

Welche Höhe kann man mit einer 6 m langen Leiter, die in einem Abstand von 1 m an die (natürlich senkrechte) Hauswand gelehnt ist, erreichen?

Machen Sie vor der Rechnung eine Skizze.

Aufgabe 3:

- Wie lang ist die Raumdiagonale in einem Quader mit den Seitenlängen $a = 2$ m, $b = 3$ m und $c = 5$ m?
- Wenn man mit einem Zirkel einen Kreis vom Radius R auf eine massive Holzkugel vom Radius R zeichnet, wie groß ist dann der Umfang dieses Kreises?

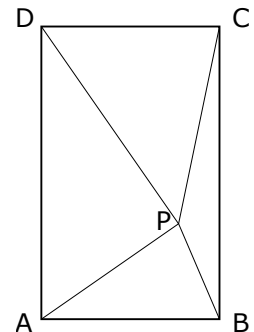
Aufgabe 4:

Im Innern eines beliebigen Rechtecks ABCD ist ein Punkt P eingezeichnet. Zeigen Sie, dass für die Längen der Verbindungslinien von den Ecken zum Punkt P die Identität

$$|AP|^2 + |CP|^2 = |BP|^2 + |DP|^2$$

gilt.

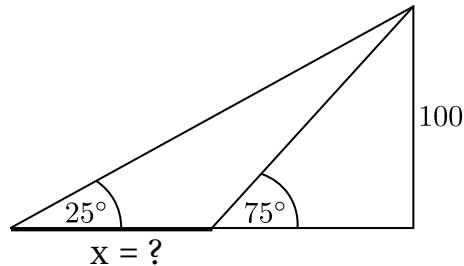
Ist diese Gleichung auch noch erfüllt, wenn P außerhalb des Rechtecks liegt?



Sinus und Cosinus

Aufgabe 5:

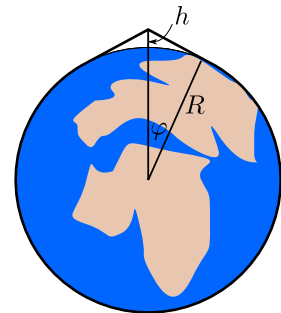
Bestimmen Sie in der folgenden (nicht maßstäblichen) Skizze die Länge x , d.h. stellen Sie x durch $\sin(75^\circ)$, $\cos(75^\circ)$, $\sin(25^\circ)$ etc. dar. Um einen expliziten Zahlenwert zu bestimmen, benötigen Sie einen Taschenrechner o.ä.



Aufgabe 6:

Jemand legt um den Äquator der (natürlich perfekt kugelförmigen) Erde ein Seil. Nachdem dieses Seil um genau einen Meter verlängert wurde, wird es an einer Stelle nach oben angehoben. Wie weit lässt sich das Seil anheben?

Hinweis: Der Durchmesser der Erde beträgt ungefähr 12.800 km. Man kommt bei der Rechnung auf eine Gleichung für den Winkel φ , die sich nicht exakt lösen lässt. Versuchen Sie, die Lösung dieser Gleichung bis auf eine Nachkommastelle zu bestimmen und damit weiterzurechnen.



Aufgabe 7 (mit Sinussatz, Cosinussatz und Taschenrechner):

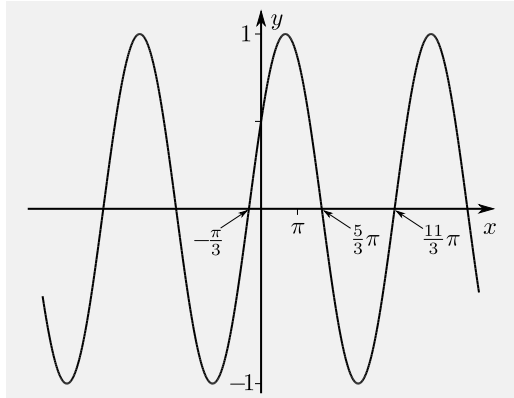
- Bestimmen Sie in einem Dreieck mit den Seitenlängen $a = 4$ cm, $b = 7$ cm und $c = 11$ cm die Winkel.
- Bestimmen Sie in einem Dreieck mit den Seitenlängen $a = 5$ cm, $b = 8$ cm und $c = 10$ cm die Winkel.
- Bestimmen Sie in einem Dreieck mit den Seitenlängen $a = 10$ cm, $b = 2$ cm und dem Winkel $\alpha = 150^\circ$ die Seitenlänge c und die beiden Winkel β und γ .

Aufgabe 8:

Benutzen Sie die Additionstheoreme für Sinus/Cosinus und die Gleichung $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$, um eine Formel herzuleiten, mit der man $\sin(\frac{1}{2}x)$ aus $\sin(x)$ und $\cos(x)$ berechnen kann. Bestimmen Sie damit $\sin(15^\circ)$ aus den bekannten Werten von $\sin(30^\circ)$ und $\cos(30^\circ)$.

Aufgabe 9:

- (a) Skizzieren Sie die Schaubilder der Funktionen $f_1(x) = \sin(3x)$, $f_2(x) = 2 \sin(3x)$ und $f_3(x) = 2 \cos(3x + \frac{3\pi}{4})$ in ein gemeinsames Koordinatensystem
- (b) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung des dargestellten Schaubildes:

**Aufgabe 10:**

Zeigen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme, dass für alle Winkel $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\alpha)) \quad \text{und} \quad \sin(3\alpha) = 3 \sin(\alpha) - 4 \sin^3(\alpha)$$