Dr. S. Suhr
Ruhr-Universität Bochum
September 2023

Vorkurs für angehende Studierende der Natur-, Ingenieurwissenschaften, Informatik und Angew. Informatik
Aufgabenblatt 1

Allgemeine Informationen

Sie finden alle wichtigen Informationen zum Vorkurs auf der **Webseite zum Vorkurs** im Moodle der Ruhr-Uni Bochum.

1. Moodle-System unter `moodle.rub.de` aufrufen
2. Falls RUB-Login vorhanden: damit anmelden
   Sonst: neu registrieren (auch mit externer Email möglich)
3. Kurs „*Vorkurs für angehende Studierende der Natur-, Ingenieurwissenschaften, Informatik und Angew. Informatik (150072-WS 23/24)*“ suchen und einschreiben.
4. Im Moodle-Kurs ist ab 27.8. nachmittags die Anmeldung zu den Übungsgruppen möglich („Wahl der Übungsgruppen“).

Zeiten und Räume der Übungsgruppen

Beginn: Mittwoch, 06.09.2023, 8:30-10 Uhr, 12.15-13.45 Uhr bzw. 14:15-15:45 Uhr

Übungsgruppen vor den Vorlesungen (8:30-10 Uhr):
Gruppe 1: NB 5/99 bei David Derpmann
Gruppe 2: NB 3/99 bei Duc Long Chu
Gruppe 3: NC 2/99 bei Tim Sauerland
Gruppe 4: NC 3/99 bei Gabriel Volpe Pimenta
Gruppe 5: NB 02/99 bei Laura Wellner
Gruppe 6: NC 5/99 bei Brian Kaminski

Übungsgruppen nach den Vorlesungen (12:15-13:45 Uhr):
Gruppe 7: NB 02/99 bei Laura Wellner
Gruppe 8: NC 3/99 bei Gabriel Volpe Pimenta
Gruppe 9: NC 6/99 bei Deniz Bozoglu
Gruppe 10: ND 6/99 bei Victoria Griehl
Gruppe 11: ND 03/99 bei David Derpmann
Gruppe 12: NC 2/99 bei Tim Sauerland
Gruppe 13: NC 5/99 bei Brian Kaminski

Übungsgruppen nach den Mittagessen (14:15-15:45 Uhr):

Gruppe 14: NC 6/99 bei Deniz Bozoglu

****

Die Aufgaben stellen ein Angebot dar und nicht jede/r muss alle Aufgaben bearbeiten. Die Aufgaben sind thematisch sortiert, am Ende gibt es aber noch ein paar vermischte zusätzliche Aufgaben. Die Tutor/inn/en helfen Ihnen bestimmt mit Tipps, wenn Sie mal nicht weiterkommen.
Die folgenden Aufgaben werden in den Übungen bearbeitet und sollen nicht vorher gelöst werden.

Rechnen mit Brüchen und Co.

Aufgabe 1:

(a) Berechnen Sie und kürzen Sie das Ergebnis vollständig:

$$\frac{69}{90}+\frac{1}{10},\quad \frac{150}{625}\cdot\frac{100}{3},\quad \frac{120023}{456456}+\frac{3100}{456456}\quad\text{und}\quad \frac{a^3b^2}{(b^2+b)^5}:\frac{a^4}{b^5}\,.$$

(b) Was ist

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}}}}\quad ?$$

(c) Welches ist die kleinste natürliche Zahl N, die (ohne Rest, versteht sich) durch $1, 2, 3, \ldots, 9$ und 10 teilbar ist?

(d) Welches ist die größte Bruchzahl, die kleiner als $1/3$ ist und bei der die Summe aus Zähler und Nenner genau 2019 ergibt?

(e) Berechnen Sie ohne Taschenrechner

$$2018\cdot 2019201920192019 - 2019\cdot 2020202020202020\,.$$

Aufgabe 2:
Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke soweit wie möglich:

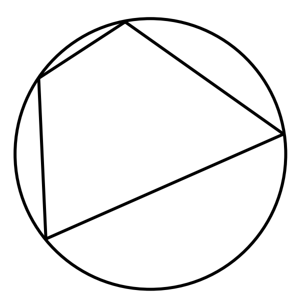
(i) $\dfrac{2a}{(a+b)(3a+b)}+\dfrac{5b}{(a-b)(3a+b)}$ (ii) $\left(\dfrac{c}{d}-\dfrac{d}{c}\right)\dfrac{1}{c-d}$ (iii) $\dfrac{x+\frac{1}{1-x}}{1-\frac{1}{1-x}}$

(iv) $\dfrac{1}{a^2+b^2}\left(\dfrac{b}{a-b}+\dfrac{a}{a+b}\right)$ (v) $\dfrac{3x+6}{x^2+3x+2}\cdot\dfrac{x+1}{2x+8}$

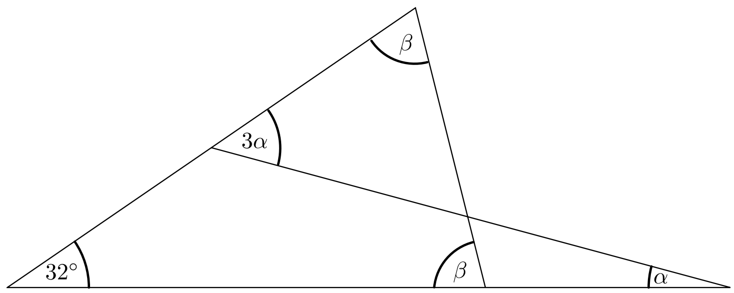
Aufgabe 3:
In einem Eimer sind fünf Liter einer Lösung, die aus 60% Säure und 40% Wasser besteht. Nun werden noch einmal fünf Liter Wasser hinzugeschüttet. Welcher Prozentsatz Wasser ist nun in der Mischung?

Winkel, Dreiecke, Strahlensätze

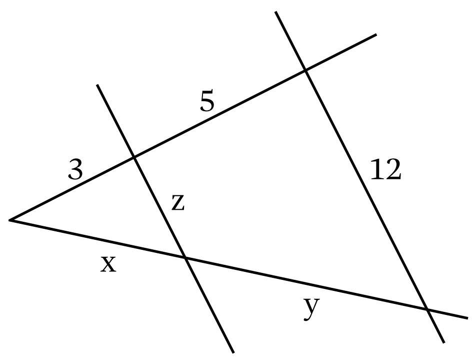
Aufgabe 4:
Überlegen Sie sich, dass in einem Viereck, das einem Kreis einbeschrieben ist, die Summe der gegenüberliegenden Winkel immer 180° ergibt.
Betrachten Sie zunächst den Fall, dass der Mittelpunkt des Kreises im Innern des Vierecks liegt.
Anschließend können Sie noch den Fall untersuchen, dass der Kreismittelpunkt außerhalb des Vierecks liegt.
Welche entsprechende Aussage gilt für alle Sechsecke, die einem Kreis einbeschrieben sind? Wie ist es bei einbeschriebenen Achtecken, Zehnecken,...? Hierbei können Sie wieder annehmen, dass der Mittelpunkt im Innern liegt.



Aufgabe 5:
Bestimmen Sie in der abgebildeten Figur die Winkel α und β.

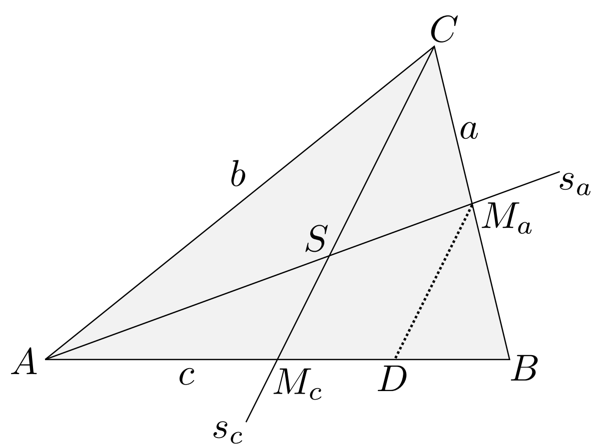


Aufgabe 6:
Bestimmen Sie in der folgenden (nicht maßstäblichen) Skizze die Streckenlängen x, y und z. Dabei sei bekannt, dass $x+y=6$ ist und dass die parallel aussehenden Geraden auch tatsächlich parallel zueinander sind.



Aufgabe 7:
Im Dreieck ABC verläuft die Seitenhalbierende s_a durch A und den Mittelpunkt M_a der Seite a, die Seitenhalbierende s_c entsprechend durch C und den Mittelpunkt M_c der Seite c. Der Punkt S sei der Schnittpunkt der beiden Seitenhalbierenden.

(a) Begründen Sie, warum die Strecke $\overline{CM_c}$ durch den Punkt S im Verhältnis 2 : 1 unterteilt wird. Benutzen Sie dafür die eingezeichnete Hilfslinie durch den Punkt M_a parallel zu s_c und die Strahlensätze

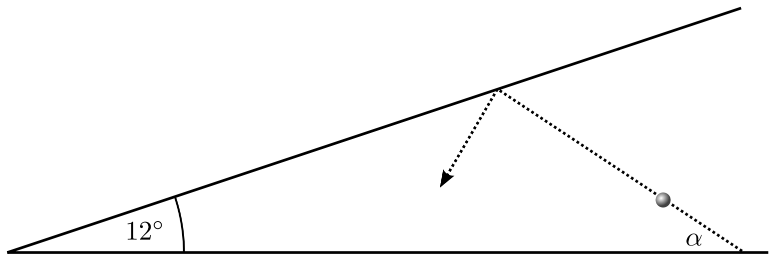


(b) Fertigen Sie eine ähnliche Skizze (mit einer anderen Hilfslinie...) an, um zu zeigen, dass der Punkt S auch die Strecke $\overline{AM_a}$ im Verhältnis 2 : 1 teilt.

(c) Begründen Sie, warum auch die dritte Seitenhalbierende s_b durch den Punkt s verlaufen muss.

Anmerkung: Der Punkt S ist der Schwerpunkt des Dreiecks ABC.

Aufgabe 8:
Auf dem unten abgebildeten Tisch mit einer recht spitzen Ecke spielt Jana Billard. Sie stößt die Kugel genau so an, dass sie nach der sechsten Bandenberührung auf dem gleichen Weg wieder zum Ausgangspunkt zurückrollt. Wie muss dazu der Winkel α gewählt werden?



Fertigen Sie sich zunächst eine (nicht zu kleine) Skizze der Bahn an.
Freiwillig: Wenn die Ecke statt eines Winkels von 12° einen Winkel φ einschließt, wie muss dann α in Abhängigkeit von φ gewählt werden?
Für welche Winkel φ ist eine solche Bahn, die nach der sechsten Bandenberührung „umkehrt“, überhaupt möglich?

Lineare Funktionen

Aufgabe 9:
Lösen Sie die Gleichung

$$a(x-a) = b(x+b)$$

nach x auf und finden sie heraus, für welche $a, b \in \mathbb{R}$ die Gleichung eine Lösung besitzt.

Aufgabe 10:
Füllen Sie die leeren Kästchen so mit Zahlen, dass die Summe der Zahlen in drei benachbarten Kästchen jeweils 2019 ergibt.

444											888

Aufgabe 11:
Eine Funktion f erfüllt für alle $x \in \mathbb{R}$ die Gleichung

$$f(x) = 2f(-x) + 5x + 2\,.$$

(a) Bestimmen Sie $f(0)$.

(b) Bestimmen Sie $f(1)$.

(c) Bestimmen Sie $f(x)$ für beliebige $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 12:
Lösen Sie die folgenden beiden linearen Gleichungssysteme jeweils zeichnerisch *und* rechnerisch. Benutzen Sie dabei *nicht* Ihren Taschenrechner.

(a) $y = 2x - 5\,,\ 2x + 3y = 9$ (b) $\frac{9}{2}x - 4y = -2\,,\ 3x - \frac{8}{3}y = 1$