

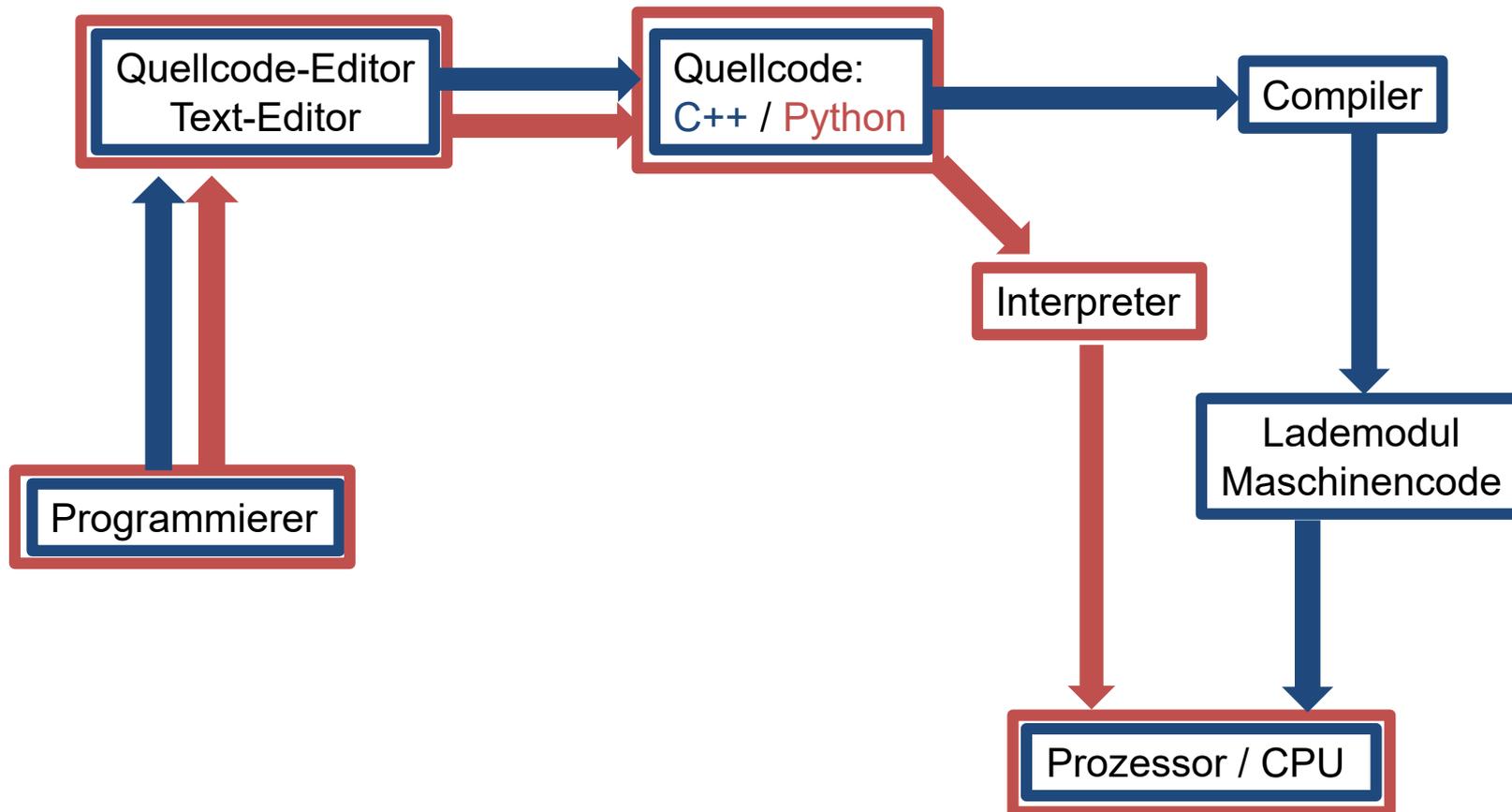
Einführung in das wissenschaftliche Arbeiten

Einheit VII: Programmiersprachen - Teil 2: Python

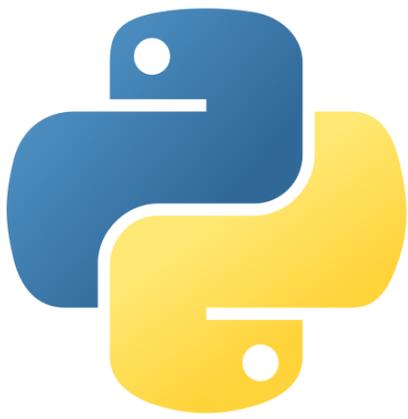
Dr. Björn Eichmann (eiche@tp4.rub.de)

Bochum, 03. April 2019

Programmierpfad (C++/Python)



Eine (ganz kurze) Einführung in Python



pythonTM

Hilfreiche Literatur & Web Tutorials

- Allen B. Downey: *Programmieren lernen mit Python*. O'Reilly.
- Bernd Klein: *Einführung in Python 3. Für Ein- und Umsteiger*. Hanser.
- Thomas Theis: *Einstieg in Python. Ideal für Programmieranfänger geeignet*. Galileo Press
- Mark Lutz: *Learning Python*. 5. Auflage. O'Reilly.
- Hans Petter Langtangen: *A Primer on Scientific Programming with Python*. Springer.
- <https://py-tutorial-de.readthedocs.io/de/python-3.3/>
- <https://www.python-kurs.eu/kurs.php>
- <https://docs.python.org/3/tutorial/>
- <https://www.programiz.com/python-programming/tutorial>

Zur Geschichte

- Anfang der 1990er von Guido van Rossum (NL) als Nachfolger von *ABC* entwickelt, und ursprünglich für das verteilte Betriebssystem Amoeba gedacht.
- 2000: Python2.0 mit einer voll funktionsfähigen automatischen Speicherbereinigung und die Unterstützung für den Unicode-Zeichensatz.
- 2008: Python3.0 mit einigen tiefgreifenden Änderungen an der Sprache, wie das Entfernen von Redundanzen bei Befehlssätzen und veralteten Konstrukten (inkompatibel zu früheren Versionen).
- Ab 2020: Python 2 wird nicht mehr unterstützt.



Bild: MJO~commonswiki, CC BY-SA 3.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.en>)

Quelle: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Guido_van_Rossum.jpg

Interpreter

- Python ist (üblicherweise) eine **Interpretersprache**
- Der Interpreter ist unter Linux häufig bereits installiert unter `usr/local/bin` und ansonsten frei verfügbar (für Linux, Mac OSX, Windows) unter <https://www.python.org/downloads/>
- Alternativ: *Integrated Development Environment (IDE)*, z.B.:
 - *Jupyter Notebook* (<https://jupyter.org/>) → **Empfehlung!**
Für Windows (Anaconda Distribution notwendig: <https://www.anaconda.com/>), Linux, Mac OSX; open-source, kostenlos, übersichtlich, interaktiver Output (z.B. LaTeX), unterstützt andere Sprachen wie R, Julia, und Scala
 - *KDevelop* (<https://www.kdevelop.org/>)
Für Windows, Linux, Mac OSX; open-source, kostenlos
 - *Geany* (<https://www.geany.org/>)
Für Windows, Linux, Mac OSX; kostenlos, übersichtlich (umfangarm)

Das „Hello World“ - Programm

...wird zum Einzeiler:

Text-Editor (z.B. Geany)

```
hello.py x
1 print "Hello world!"
2
```

**z.B. im Terminal
interpretieren**

```
Datei Bearbeiten Ansicht Suchen
eiche@localhost:~/PythonTest$ python hello.py
Hello world!
eiche@localhost:~/PythonTest$ python3 hello.py
File "hello.py", line 1
  print "Hello world!"
      ^
SyntaxError: Missing parentheses in call to 'print'
eiche@localhost:~/PythonTest$
```

Jupyter Notebook

Jupyter hello Last Checkpoint: 12 minu

File Edit View Insert Cell Kernel

Code CellToolbar

```
In [1]: print("Hello world!")
Hello world!
```

```
In [2]: "Hello world!"
Out[2]: 'Hello world!'
```

Das „Hello World“ - Programm

...wird zum Einzeiler:

Python 2 Syntax

```
hello.py x
1 print "Hello world!"
2

eiche@localhost: ~/PythonTest
Datei Bearbeiten Ansicht Suchen Terminal Hilfe
eiche@localhost:~/PythonTest$ python hello.py
Hello world!
eiche@localhost:~/PythonTest$ python3 hello.py
File "hello.py", line 1
  print "Hello world!"
    ^
SyntaxError: Missing parentheses in call to 'print'
eiche@localhost:~/PythonTest$
```

Wahl des Interpreters (Python 2 bzw. 3)

Python 3 Syntax

jupyter hello Last Checkpoint: 12 minu

File Edit View Insert Cell Kernel

Code CellToolbar

```
In [1]: print("Hello world!")
Hello world!
```

```
In [2]: "Hello world!"
Out[2]: 'Hello world!'
```

Jupyter Notebooks stellen grundsätzlich den Rückgabewert der letzten Funktion der Zelle dar

Einfachheit und Übersichtlichkeit

- relativ **wenig Schlüsselworte**
- auf **Übersichtlichkeit** reduzierte/ optimierte Syntax, z.B. **kein Deklarieren** von Variablen notwendig, dynamische Typanpassung
 - *Gefahr*: unsaubere Programmierung
- Vielzahl an nützlichen Bibliotheken (**Module**), z.B.
 - *numpy* (numerische Rechnungen auf *numpy-Arrays*)
 - *scipy* (spezielle Funktionen, numerische Integration, statistische Tests)
 - *matplotlib* (Plots jeglicher Art)
 - *pandas* (Datenverarbeitung bei großen Datenmengen)
- *Grundsatz*: Ihr habt ein Problem – jemand anders hat vielleicht schon eine (effiziente) Lösung dazu entwickelt.

Basisklassen

Einige der wichtigsten Basisklassen in Python:

- Bool (**bool**): True oder False
- Integer (**int**), z.B. `a = 42`
- Float (**float**), z.B. `a = 3.142`
- String (**str**), z.B. `a = 'Hello'`
- Liste (**list**), z.B. `a = ['A', 2., [2, 3, 4], 'Hello']`
- Tuple (**tuple**), z.B. `a = (1, 2, 3)`
- Dictionary (**dict**), z.B. `a = {'A':2., 'Hello':'World', (1, 2):(3., 4.)}`
- NumpyArray (**numpy.ndarray**), z.B. `a = numpy.array([1, 2, 3])`
(Hinweis: Erfordert das Einbinden des Moduls *numpy*)

Hinweis: mit **typ(Variable)** lässt der Variablentyp ausgegeben

Basisklassen

Einige der wichtigsten Basisklassen in Python:

- Bool (bool): True oder False
- Integer (int), z.B. `a = 42`
- Float (float), z.B. `a = 3.142`
- String (str), z.B. `a = 'Hello'`
- Liste (list), z.B. `a = ['A', 2., [2, 3, 4], 'Hello']`
- Tuple (tuple), z.B. `a = (1, 2, 3)`
- Dictionary (dict), z.B. `a = {'A':2., 'Hello':'World', (1, 2):(3., 4.)}`
- NumpyArray (numpy.ndarray), z.B. `a = numpy.array([1, 2, 3])`
(Hinweis: Erfordert das Einbinden des Moduls *numpy*)

Merke:

- Variablen müssen nicht deklariert werden
- Variablenbezeichner unterliegt denselben Regeln wie bei C++

Hinweis: mit `typ(Variable)` lässt der Variablentyp ausgegeben

Operatoren

Operator	Beschreibung	Beispiel(e)
+ , - , *	Addition, Subtraktion, Multiplikation	10+3, 4.5-2, 3.3*1.16
%	Rest	27%7 (Ergebnis: 6)
/	Division (<i>Achtung</i> : Es wird nicht mehr eine Integer-Zahl (wie noch in Python 2) sondern eine Float-Zahl (in Python 3) als Ergebnis geliefert.	10/3 (Python 3 Ergebnis: 3.333...; Python 2 Ergebnis: 3)
//	Ganzzahldivision (schneller)	10//3 (Ergebnis: 3); 10.0//3.0 (Ergebnis: 3.0)
**	Exponentiation	10**3 (Ergebnis: 1000)

Operatoren

Operator	Beschreibung	Beispiel(e)
or, and, not	Boolsches ODER, UND, NICHT	(a or b) not c
in	„Element von“	3 in [3, 2, 1] (Ergebnis: True)
<, <=, >, >=, !=, ==	„Üblichen“ (siehe C++) Vergleichsoperatoren	10 <= 3 (Ergebnis: False); 4.5 != 4 (Ergebnis: True)

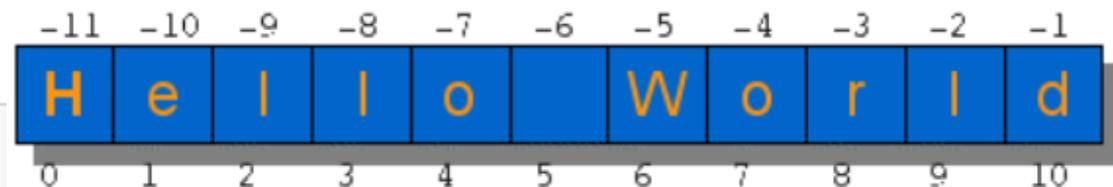
Hinweis: Es gibt zudem noch einige *bitweise Operatoren* (\sim , $\&$, $|$, \wedge , \ll , \gg), auf die hier aber nicht weiter eingegangen werden soll! Siehe: <https://wiki.python.org/moin/BitwiseOperators>

Sequentielle Datentypen

- *Sequentielle Datentypen* beinhalten eine **Folge an gleichartigen oder verschiedenen Elementen** mit einer **definierten Reihenfolge**, auf die man mittels **Indizes** zugreifen kann
 - Zeichenketten (Strings)
 - Listen
 - Tupel
 - NumpyArrays (bei Verwendung von numpy)
- *Indizierung* am Beispiel „Hello World“:

```
txt = 'Hello World'
print('Der 5. Buchstabe: ',txt[4])
print('Der 3.letzte Buchstabe: ',txt[-3])
print('Alle Buchstaben von der 2. bis zur 8. Stelle: ',txt[1:7])
```

```
Der 5. Buchstabe:  o
Der 3.letzte Buchstabe:  r
Alle Buchstaben von der 2. bis zur 8. Stelle:  ello W
```



Liste oder Tupel?

- **Listen** werden von eckigen Klammern umgeben und ihre Elemente mit Kommas getrennt. Sei **s** eine *Liste*, so lässt sich diese wie folgt verändern:
 - **s.append(x)**: Hängt das Element **x** der Liste an (Alternativ: **s + [x]**).
 - **s.extend(X)**: Hängt die Elemente aus **X** der Liste an.
 - **s.insert(i, x)**: Fügt das Element **x** der Liste an der Stelle **i** ein.
 - **s.pop(i)**: Gibt das **i**'te Element **x** zurück und entfernt es aus der Liste.
 - **s.remove(x)**: Entfernt das (erste) Element **x** (einmal) aus der Liste.
- Im Gegensatz zu Listen sind **Tuple** unveränderlich (**immutable**), mit folgenden Eigenschaften:
 - Bessere Performance.
 - Als *Schlüssel* in *Dictionaries* geeignet.
 - 2 Methoden: **t.count(x)**: Anzahl der Elemente im Tupel **t** die **x** gleichen.
t.index(x): Index des ersten Elements im Tupel **t** das **x** gleicht.

Assoziatives Feld (*Dictionary*)

- Ein *Dictionary* besteht aus *Schlüssel-Objekt-Paaren*
 - *Schlüssel* müssen unveränderlich (**immutable**) sein.
 - *Objekt* kann **beliebig** sein.
- *Dictionary* am Beispiel eines Deutsch-Englisch Wörterbuchs:

```
en_dt = {"red":"rot", "blue":"blau"}
print('en_dt:', en_dt)
print('Übersetzung von blue:', en_dt['blue'])
en_dt["green"] = 'grün' # fügt das Paar 'green':'grün' hinzu
print('Schlüssel:', en_dt.keys())
print('Objekte:', en_dt.values())
print('Werte-Paare:', en_dt.items())
en_dt2 = {'cheese':'Käse', 'ham':'Schinken', 'red':'Rot'}
en_dt.update(en_dt2) # hängt en_dt2 an en_dt an
print('en_dt:', en_dt)
```

```
en_dt: {'blue': 'blau', 'red': 'rot'}
Übersetzung von blue: blau
Schlüssel: dict_keys(['green', 'blue', 'red'])
Objekte: dict_values(['grün', 'blau', 'rot'])
Werte-Paare: dict_items([('green', 'grün'), ('blue', 'blau'), ('red', 'rot')])
en dt: {'green': 'grün', 'ham': 'Schinken', 'cheese': 'Käse', 'blue': 'blau', 'red': 'Rot'}
```

Kontrollstrukturen (Verzweigungen)

- **if** - Verzweigung:
 if Ausdruck:
 Anweisung(en)

- Alternative **else** - Verzweigung:
 if Ausdruck:
 Anweisung(en)1
 else:
 Anweisung(en)2

- **else if** - Verzweigung:
 if Ausdruck1:
 Anweisung(en)1
 elif Ausdruck2:
 Anweisung(en)2
 // weitere elif-Anweisungen möglich
 // zusätzliche else-Anweisung auch möglich

Achtung: Python ist sensibel auf **Einrückungen**, d.h. alles was um einen Tab eingerückt ist, gehört zur jeweiligen Verzweigung!

Kontrollstrukturen (Schleifen)

- **while** - Anweisung:
while Ausdruck:
Anweisung(en)

Hinweis: Auch in Python sind die Sprunganweisungen **break** und **continue** definiert (gleiche Funktionsweise wie in C++)!

- **for** - Anweisung:
for Variable **in** Sequenz
Anweisung(en)

Für Zählschleifen gibt es die **range()**-Funktion, welche einen Iterator, der Zahlen in einem bestimmten Bereich (range) liefert.

- **range(begin, end)** liefert alle ganzen Zahlen von begin (einschließlich) bis end (ausschließlich).
- **range(end)** ist identisch zu **range(0, end)**

ODER (falls Index und Variable benötigt wird):

- for** index, Variable **in enumerate**(Sequenz):
Anweisung(en)

Kontrollstrukturen (Ausnahmen)

- **try** – Anweisungen ermöglichen das Abfangen eines Fehlers (Fehlertyp, z.B. ValueError, AttributeError,...) im **except**-Block:

try:

Anweisung(en)

except Fehlertyp:

Anweisung(en)

- *Mehrer Fehlertypen abfangen:* **except (Fehlertyp1, Fehlertyp2):**
- *Alle Fehlertypen abfangen (nicht zu empfehlen!):* **except:**

Build-in Funktionen

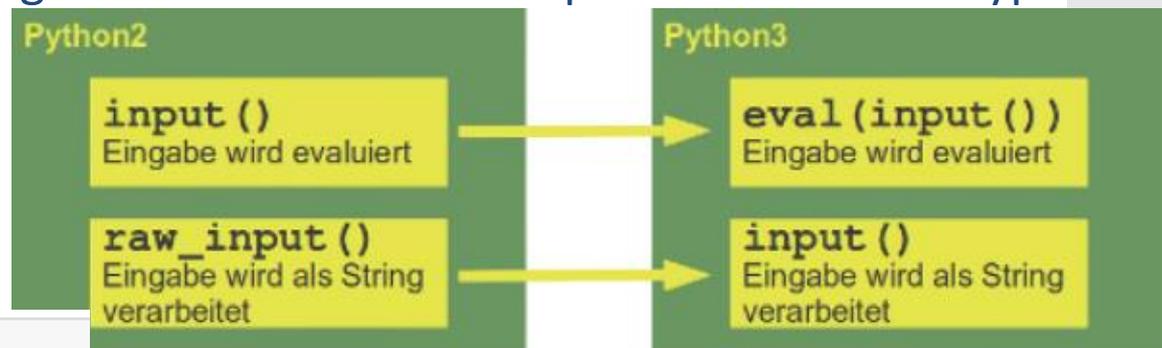
Folgende Funktionen sind dem Python Interpreter stets bekannt:

Built-in Functions				
<code>abs()</code>	<code>delattr()</code>	<code>hash()</code>	<code>memoryview()</code>	<code>set()</code>
<code>all()</code>	<code>dict()</code>	<code>help()</code>	<code>min()</code>	<code>setattr()</code>
<code>any()</code>	<code>dir()</code>	<code>hex()</code>	<code>next()</code>	<code>slice()</code>
<code>ascii()</code>	<code>divmod()</code>	<code>id()</code>	<code>object()</code>	<code>sorted()</code>
<code>bin()</code>	<code>enumerate()</code>	<code>input()</code>	<code>oct()</code>	<code>staticmethod()</code>
<code>bool()</code>	<code>eval()</code>	<code>int()</code>	<code>open()</code>	<code>str()</code>
<code>breakpoint()</code>	<code>exec()</code>	<code>isinstance()</code>	<code>ord()</code>	<code>sum()</code>
<code>bytearray()</code>	<code>filter()</code>	<code>issubclass()</code>	<code>pow()</code>	<code>super()</code>
<code>bytes()</code>	<code>float()</code>	<code>iter()</code>	<code>print()</code>	<code>tuple()</code>
<code>callable()</code>	<code>format()</code>	<code>len()</code>	<code>property()</code>	<code>type()</code>
<code>chr()</code>	<code>frozenset()</code>	<code>list()</code>	<code>range()</code>	<code>vars()</code>
<code>classmethod()</code>	<code>getattr()</code>	<code>locals()</code>	<code>repr()</code>	<code>zip()</code>
<code>compile()</code>	<code>globals()</code>	<code>map()</code>	<code>reversed()</code>	<code>__import__()</code>
<code>complex()</code>	<code>hasattr()</code>	<code>max()</code>	<code>round()</code>	

Für weitere Details: <https://docs.python.org/3/library/functions.html>

input()

- Die Funktion **input(eingabeprompt)** ermöglicht die Eingabe von Werten über die Tastatur
 - Damit der User auch weiß, was er einzugeben hat, wird der String des Parameters "eingabeprompt" ausgegeben, sofern er existiert
 - input()** liefert immer einen string zurück (Python 3)
 - eval()** interpretiert die Eingabe und liefert den entsprechenden Datentyp zurück (Python 3)
- Unterschied
Python 2 – Python 3:
- Ein Beispiel:



```
eingabe1 = input('Ihre 1. Eingabe ?')
print('1. Eingabe:', eingabe1, type(eingabe1))
eingabe2 = eval(input('Ihre 2. Eingabe ?'))
print('2. Eingabe:', eingabe2, type(eingabe2))
```

```
Ihre 1. Eingabe ?12.3
1. Eingabe: 12.3 <class 'str'>
Ihre 2. Eingabe ?12.3
2. Eingabe: 12.3 <class 'float'>
```

Funktionen

- Funktionen sind eines der nützlichsten Handwerkszeuge um Python Code les- und wiederverwendbar zu gestalten.
- Im Grunde funktionieren sie (analog zu C++) wie eine einfache Zuordnungsvorschrift $x \rightarrow f(x)$.
- Funktionen werden mit einem **def** eingeleitet und ein **return** bestimmt den Rückgabewert:

def Funktionsname (Parameter):

 Anweisung(en)

return Rückgabewert

Wie bereits bei den Kontrollstrukturen ist der Anweisungsblock durch die **Tab-Einrückungen** festgelegt!

Funktionen (Parameterübergabe)

- Die Parameterübergabe wird bei Python durch den „*Call-by-Object*“ Mechanismus beschrieben. Grundsätzlich wird die Referenz an den formalen Parameter der Funktion übertragen, wobei:
 - **Bei unveränderlichen Objekten** kann der Inhalt des Objekts innerhalb der Funktion **nicht verändert** werden, weil es schließlich unveränderlich ist, daher wirkt es nach außen eher wie eine Wertübergabe („**call by value**“)
 - **Bei veränderlichen Objekten** kann der Inhalt des Objekts innerhalb der Funktion **verändert** werden, weil es schließlich veränderlich ist, daher wirkt es auch nach außen wie eine Referenzübergabe („**call by referenz**“)

Funktionen (Parameterübergabe)

- Die Parameterübergabe wird bei Python durch den „**Call-by-Object**“ Mechanismus beschrieben. Grundsätzlich wird die Referenz an den formalen Parameter der Funktion übertragen, wobei:
 - **Bei unveränderlichen Objekten** kann der Inhalt des Objekts innerhalb der Funktion **nicht verändert** werden, weil es schließlich unveränderlich ist, daher wirkt es nach außen eher wie eine Wertübergabe („**call by value**“)
 - **Bei veränderlichen Objekten** kann der Inhalt des Objekts innerhalb der Funktion **verändert** werden, weil es schließlich veränderlich ist, daher wirkt es auch nach außen wie eine Referenzübergabe („**call by referenz**“)
- Eine Funktion f lässt sich auch definieren mit
 - einer **variablen Anzahl an Parametern** args: `def f (*args)`
 - einer **variablen Anzahl an Schlüsselwortparametern** kwargs: `def f (**kwargs)`
 - einem **beliebigen Parameter-Mix** (von allem): `def f (x, y, *args, **kwargs)`
- In Funktionsaufrufen wird durch ***** das Argument entpackt, z.B.:
Sei `def f (x, y, z)`, so ist für $p=(1,2,3)$ der Aufruf `f(p[0], p[1], p[2])` identisch zu `f(*p)`

(Flaches) Kopieren

- Kopieren von *einfachen, unveränderlichen (immutable) Objekten* entspricht der naiven Erwartung ($\rightarrow \leftarrow$ C++ Zeiger), z.B.:

```
x = 3
y = x
y = 4
print("x:",x)
print("y:",y)
```

```
x: 3
y: 4
```

- **Flache, veränderliche Objekte** (Listen, Dictionaries die nicht verschachtelt sind) werden nicht komplett kopiert, es sei denn man verwendet den *Teilbereichsoperator* `[:]`. z.B.:

```
a = [1,2,3]
b = a
b[0] = 10
print("a:",a)
print("b:",b)
```

```
a: [10, 2, 3]
b: [10, 2, 3]
```

Komplett kopieren

```
a = [1,2,3]
b = a[:]
b[0] = 10
print("a:",a)
print("b:",b)
```

```
a: [1, 2, 3]
b: [10, 2, 3]
```

Tiefes Kopieren

- **Nicht flache (tiefe), veränderliche Objekte** (Listen, Dictionaries die verschachtelt sind) werden auch mit dem Teilbereichsoperator [:] nicht komplett kopiert, zu diesem Zweck stellt das Modul copy die Methode `deepcopy` zur Verfügung z.B.:

```
A = [1,2,[10,20]]
B = A[:]
B[0] = 100
print("A:",A)
print("B:",B)
B[2][0] = 100
print("A:",A)
print("B:",B)
```

```
A: [1, 2, [10, 20]]
B: [100, 2, [10, 20]]
A: [1, 2, [100, 20]]
B: [100, 2, [100, 20]]
```

Komplett kopieren

```
from copy import deepcopy
A = [1,2,[10,20]]
B = deepcopy(A)
B[0] = 100
print("A:",A)
print("B:",B)
B[2][0] = 100
print("A:",A)
print("B:",B)
```

```
A: [1, 2, [10, 20]]
B: [100, 2, [10, 20]]
A: [1, 2, [10, 20]]
B: [100, 2, [100, 20]]
```

- Manche Python Klassen besitzt eine **eingebaute Kopierfunktion**, z.B. `numpy.array.copy()`, die eine komplette Kopie des Objektes anlegt.

Klassen

- Eine *Klasse* besitzt folgende Syntax:
class Klassenname[(Oberklasse(n))]:
Anweisung(en)
- *Eine Instanz der Klassen* erhält man durch die Zuweisung:
Instanzname = Klassenname()
- *Klassen besitzen Attribute* (Eigenschaften) und *Methoden*:
 - Einer *Instanz* (oder auch dem Klassenobjekt selbst) kann man mit dem `.`-Operator beliebige *Attributnamen* zuordnen.
 - *Methoden* sind Funktionen innerhalb einer Klasse, wobei der erste Parameter (genannt: `self`) einer Methode immer eine Referenz auf die Instanz selbst ist.

Klassen

- Eine *Klasse* besitzt folgende Syntax:

```
class Klassenname[(Oberklasse(n))]:  
    Anweisung(en)
```

optional: falls von
Oberklasse(n) geerbt wird

- *Eine Instanz der Klassen* erhält man durch die Zuweisung:
Instanzname = Klassenname()
- *Klassen besitzen Attribute (Eigenschaften) und Methoden:*
 - Einer *Instanz* (oder auch dem Klassenobjekt selbst) kann man mit dem `.`-Operator beliebige *Attributnamen* zuordnen.
 - *Methoden* sind Funktionen innerhalb einer Klasse, wobei der erste Parameter (genannt: **self**) einer Methode immer eine Referenz auf die Instanz selbst ist.

Klassen

Die `__init__` - Methode:

- um *Attribute* direkt nach der Erzeugung einer Instanz zu definieren (**Initialisierung der Instanz**)
- Vergleichbar mit einem *Konstruktor* (wobei Python keine expliziten Konstruktoren bzw. Destruktoren kennt)
- Üblicherweise direkt unter dem Klassenheader
- Allgemeine Syntax:

```
class Klassenname:
```

```
    def __init__(self [, Parameter]):
```

```
        Anweisung(en)
```

Klassen

Public-, Protected- und Private-Attribute:

- **Public** (Attribute ohne führende Unterstriche sind sowohl innerhalb einer Klasse als auch von außen les- und schreibbar): `name`
- **Protected** (auf Attribute kann von von außen lesend und schreibend zugegriffen werden, aber nicht mehr nach Vererbung): `_name`
- **Private** (Attribute sind von außen nicht sichtbar und nicht benutzbar): `__name`

Durch *Vererbung* lässt sich eine Beziehung zwischen einer allgemeinen Klasse (*Basisklasse* oder *Oberklasse*) und einer spezialisierten Klasse (*Unterklasse*) definieren

- Zugriff von außen auf Attribute der Basisklasse ist nur möglich falls diese *public* sind.

Klassen (Beispiel)

In [1]:

```
class Roboter:  
    pass
```

Null Operator (nix passiert;
reiner Platzhalter)

In [2]:

```
Robo1 = Roboter()  
Robo1.name = "R2-D2"  
print(Robo1.name)  
Roboter.baujahr = 1977  
Robo2 = Roboter()  
print(Robo2.baujahr)  
print(Robo2.name)
```

Zuordnung des Attributs `name`
an die *Instanz* `Robo1`

Die *Instanz* `Robo2` kennt zwar
`baujahr` (weil der Klasse
zugewiesen), aber nicht `name`

```
R2-D2  
1977
```

```
AttributeError                                Traceback (most recent call last)  
<ipython-input-2-cd487358cc4c> in <module>()  
      5 Robo2 = Roboter()  
      6 print(Robo2.baujahr)  
----> 7 print(Robo2.name)
```

```
AttributeError: 'Roboter' object has no attribute 'name'
```

Klassen (Beispiel)

```
In [5]: class Roboter():
        def __init__(self, name, baujahr):
            self.name = name
            self.baujahr = baujahr
        def float2int(self, x):
            return int(x)
```

int() - Funktion liefert den Integer-Wert des Parameters

```
In [6]: Robo3 = Roboter('R2-D2', 1977)
        print(Robo3.baujahr)
        print(Robo3.name)
        print(Robo3.float2int(1.56))
```

Initialisierung der Instanz Robo3

```
1977
R2-D2
1
```

Zugriff auf die Attribute und Methoden der Klasse Roboter.

Klassen (Beispiel)

```
In [15]: class Person:

    def __init__(self, vorname, nachname, geburtsdatum):
        self._vorname = vorname
        self._nachname = nachname
        self.geburtsdatum = geburtsdatum

    def __str__(self):
        ret = self._vorname + " " + self._nachname
        ret += ", " + self.geburtsdatum
        return ret

class Angestellter(Person):

    def __init__(self, vorname, nachname, geburtsdatum, personalnummer):
        Person.__init__(self, vorname, nachname, geburtsdatum)
        # alternativ:
        #super().__init__(vorname, nachname, geburtsdatum)
        self.__personalnummer = personalnummer

    def __str__(self):
        #return super().__str__() + " " + self.__personalnummer
        return Person.__str__(self) + ", Pers.Nr.: " + str(self.__personalnummer)
```

Klasse Angestellter erbt die Attribute und Methoden von Person.

Klassen (Beispiel)

```
In [15]: class Person:

    def __init__(self, vorname, nachname, geburtsdatum):
        self._vorname = vorname
        self._nachname = nachname
        self.geburtsdatum = geburtsdatum

    def __str__(self):
        ret = self._vorname + " " + self._nachname
        ret += ", " + self.geburtsdatum
        return ret

class Angestellter(Person):

    def __init__(self, vorname, nachname, geburtsdatum, personalnummer):
        Person.__init__(self, vorname, nachname, geburtsdatum)
        # alternativ:
        #super().__init__(vorname, nachname, geburtsdatum)
        self._personalnummer = personalnummer

    def __str__(self):
        #return super().__str__() + " " + self._personalnummer
        return Person.__str__(self) + ", Pers.Nr.: " + str(self._personalnummer)
```

protected Attribut

public Attribut

Methode zur Umwandlung
in einen String

Methode `__str__()` wird überschrieben

Klasse Angestellter erbt die Attribute
und Methoden von Person.

Klassen (Beispiel)

```
In [15]: class Person:
def __init__(self, vorname, nachname, geburtsdatum):
    self.vorname = vorname
    self.nachname = nachname
    self.geburtsdatum = geburtsdatum

def __str__(self):
    ret = self.vorname + " " + self.nachname
    ret += ", " + self.geburtsdatum
    return ret

class Angestellter(Person):
def __init__(self, vorname, nachname, geburtsdatum, personalnummer):
    Person.__init__(self, vorname, nachname, geburtsdatum)
    # alternativ:
    #super().__init__(vorname, nachname, geburtsdatum)
    self.__personalnummer = personalnummer

def __str__(self):
    #return super().__str__() + " " + self.__personalnummer
    return Person.__str__(self) + ", Pers.Nr.: " + str(self.__personalnummer)
```

Möglich, weil *public*
Attribut in der Basisklasse

```
In [21]: A1 = Angestellter("Homer", "Simpson", "09.08.1969", 10800324567)
print(A1.__str__())
# A1.__personalnummer liefert Fehlermeldung, weil das Attribut private ist
print(A1.geburtsdatum)
print(A1.nachname)
```

```
Homer Simpson, 09.08.1969, Pers.Nr.: 10800324567
09.08.1969
```

Nicht möglich, weil *protected*
Attribut in der Basisklasse

```
-----
AttributeError                                Traceback (most recent call last)
<ipython-input-21-2a31a7fb5540> in <module>()
      3 # A1.__personalnummer liefert Fehlermeldung, weil das Attribut private ist
      4 print(A1.geburtsdatum)
----> 5 print(A1.nachname)

AttributeError: 'Angestellter' object has no attribute 'nachname'
```

Einbinden von Bibliotheken

Eine *Bibliothek*, egal ob aus der Standardbibliothek oder eine eigene, wird mit der **import**-Anweisung eingebunden, z.B.: **import** numpy

- Der Interpreter sucht beim importieren in folgender Reihenfolge:
 1. Im aktuellen Verzeichnis
 2. PYTHONPATH
 3. Falls letzteres nicht gesetzt ist, wird im Default-Pfad gesucht

Verschiedene Importmöglichkeiten eines Pakets (modul):

- **import** modul (Verwendung des gesamten Moduls mit modul)
- **import** modul **as** name (Verwendung des gesamten Moduls mit name)
- **from** modul **import** name (Aus modul name importieren, und unter name verwenden)
- **from** modul **import** * (importiert alles aus modul und kann *ohne* modul-Namen verwendet werden – nicht zu empfehlen, wegen Überschreibungsgefahr!)

Einbinden von Bibliotheken

Eigene Module einbinden:

- Sei die **Funktion** $f(x)$ in der Datei `eigeneFunktion.py` definiert, so **importiert/verwendet** man sie von einem anderen Programm aus:

```
import eigeneFunktion  
eigeneFunktion.f(Parameterwert)
```

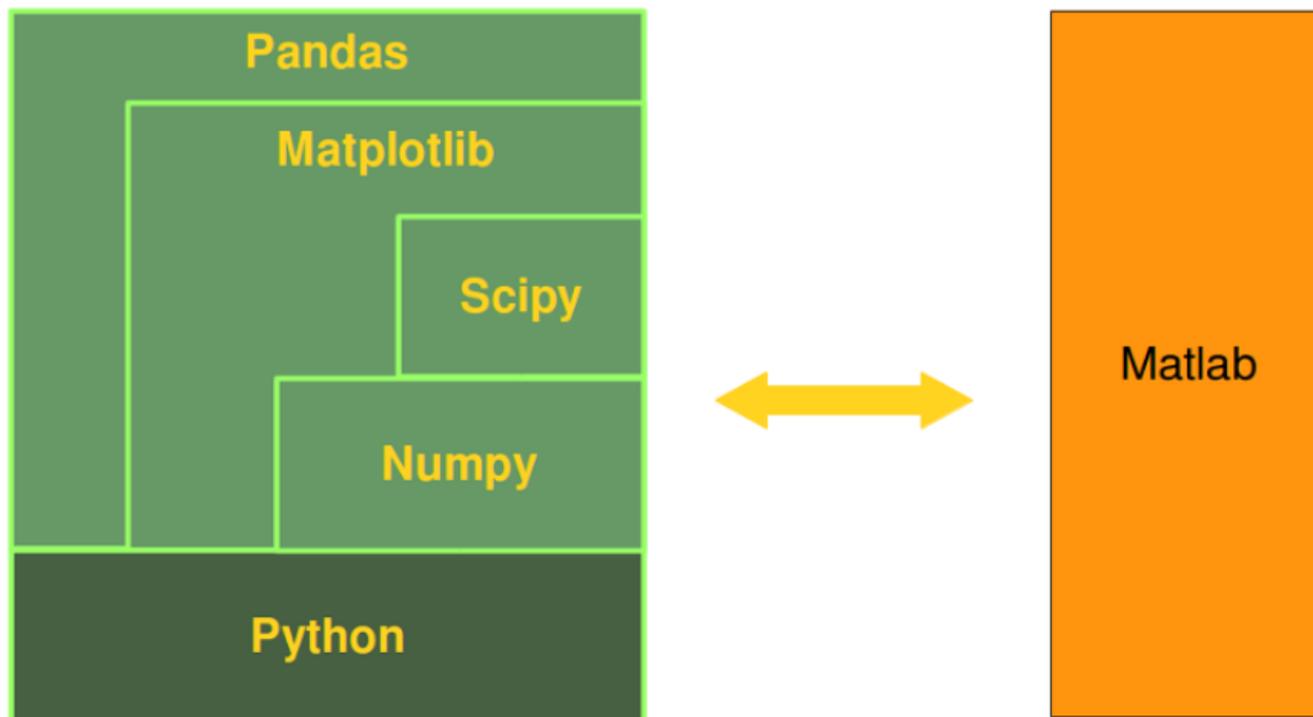
- Ebenso lässt sich auch die **Klasse** `K` aus der Datei `eigeneKlasse.py` **importieren** durch:

```
from eigeneKlasse.py import K
```

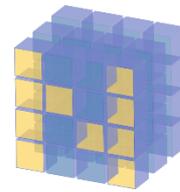
Module neu laden mit `reload()` – nützlich in der interaktiven Shell, falls Module zwischendurch geändert wurden.

Die Python-Alternative zu MATLAB

Python in Kombination mit *NumPy*, *SciPy*, *Matplotlib* und *Pandas* kann prinzipiell als vollwertiger Ersatz für MATLAB genutzt werden und ist zudem „open-source“!



Numerisches Rechnen



NumPy

<http://www.numpy.org/>

- NumPy ist eine Programmbibliothek, die eine einfache Handhabung von Vektoren, Matrizen oder generell großen mehrdimensionalen *Arrays* ermöglicht.
- Bessere Performance (als der standardmäßig installierte Interpreter CPython) bei mathematischen Algorithmen
- Kernfunktionalität basiert auf der Datenstruktur *ndarray* (*n-dimensionalen Array*)
 - unveränderlich (**immutable**)
 - homogen typisiert (alle Elemente müssen **vom selben Datentyp** sein)
 - stellt selbst schon **viele Funktionen** (`sum()`, `mean()`, `std()`,...), die mit dem Punkt-Operator `ndarray.function()` ausgeführt werden, zur Verfügung.
- ...und vieles mehr, siehe:

<https://docs.scipy.org/doc/numpy-1.13.0/reference/index.html>

Numerisches Rechnen (NumPy-Beispiele)

```
In [1]: import numpy as np
```

üblicher *Alias* für numpy

```
In [2]: # 1-dim Array von 1...27:
Arr_1dim = np.linspace(1,27, 27)
print("Arr_1dim:", Arr_1dim, "\n")
# Wir bilden nun ein 3x9 array:
Arr_2dim = Arr_1dim.copy().reshape(3, 9)
print("Arr_2dim:", Arr_2dim, "\n")
# Bilden wir nun ein 3x3x3 Array:
Arr_3dim = Arr_1dim.copy().reshape(3, 3, 3)
print("Arr_3dim:", Arr_3dim)
```

ndarrays definieren, z.B mit
linspace(begin, end, total_N) in
einer Dimension, danach reshapen
in mehrere Dimensionen

```
Arr_1dim: [ 1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9. 10. 11. 12. 13. 14. 15.
 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27.]
```

```
Arr_2dim: [[ 1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9.]
 [10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18.]
 [19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27.]]
```

```
Arr_3dim: [[[ 1.  2.  3.]
 [ 4.  5.  6.]
 [ 7.  8.  9.]
```

```
[[ 10. 11. 12.]
 [ 13. 14. 15.]
 [ 16. 17. 18.]]
```

```
[[ 19. 20. 21.]
 [ 22. 23. 24.]
 [ 25. 26. 27.]]]
```

Numerisches Rechnen (NumPy-Beispiele)

```
In [3]: print("Form des Arrays Arr_1dim:", Arr_1dim.shape)
print("Letzten drei Einträge des Arrays Arr_1dim:", Arr_1dim[-3:])
print("Jeder dritte Eintrag des Arrays Arr_1dim:", Arr_1dim[::3], "\n")

print("Form des Arrays Arr_2dim:", Arr_2dim.shape)
print("1. Spaltenvektor des Arrays Arr_2dim", Arr_2dim[:,0])
print("1. Zeilenvektor des Arrays Arr_2dim", Arr_2dim[0,:], "\n")

print("Form des Arrays Arr_3dim:", Arr_3dim.shape)
# Der Eintrag mit Index (0,0,0)
print("Eintrag (0,0,0) des Arrays Arr_3dim:", Arr_3dim[0,0,0])
```

ndarrays auslesen
(Form/ Einträge)

```
Form des Arrays Arr_1dim: (27,)
Letzten drei Einträge des Arrays Arr_1dim: [ 25.  26.  27.]
Jeder dritte Eintrag des Arrays Arr_1dim: [  1.  4.  7. 10. 13. 16. 19. 22. 25.]

Form des Arrays Arr_2dim: (3, 9)
1. Spaltenvektor des Arrays Arr_2dim [  1. 10. 19.]
1. Zeilenvektor des Arrays Arr_2dim [ 1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9.]

Form des Arrays Arr_3dim: (3, 3, 3)
Eintrag (0,0,0) des Arrays Arr_3dim: 1.0
```

Numerisches Rechnen (NumPy-Beispiele)

```
In [4]: print("Summe über alle Elemente von Arr_2dim: ", Arr_2dim.sum())
print("Mittelwert der Elemente von Arr_2dim: ", Arr_2dim.mean())
print("Summe über alle Elemente von Arr_2dim: ", Arr_2dim.sum(axis=0))
print("Summe über alle Elemente von Arr_2dim: ", Arr_2dim.sum(axis=1))
```

Mit ndarrays
rechnen

```
Summe über alle Elemente von Arr_2dim: 378.0
Mittelwert der Elemente von Arr_2dim: 14.0
Summe über alle Elemente von Arr_2dim: [ 30.  33.  36.  39.  42.  45.  48.  51.  54.]
Summe über alle Elemente von Arr_2dim: [ 45. 126. 207.]
```

```
In [5]: print("Kosinus(Arr_2dim*pi): ", np.cos(Arr_2dim*np.pi))
vec1 = np.array([1.,0.,0.])
vec2 = np.array([0.,1.,0.])
print("vec1:", vec1, "und vec2:", vec2)
print("Skalarprodukt von vec1 mit vec2: ", np.dot(vec1,vec2))
print("Kreuzprodukt von vec1 mit vec2: ", np.cross(vec1,vec2))
print("Natürliche Logarithmus der Elemente von vec1+10: ", np.log(vec1+10))
print("Zehner-Logarithmus der Elemente von vec1+10: ", np.log10(vec1+10))
```

```
Kosinus(Arr_2dim*pi): [[-1.  1. -1.  1. -1.  1. -1.  1. -1.]
 [ 1. -1.  1. -1.  1. -1.  1. -1.  1.]
 [-1.  1. -1.  1. -1.  1. -1.  1. -1.]]
vec1: [ 1.  0.  0.] und vec2: [ 0.  1.  0.]
Skalarprodukt von vec1 mit vec2: 0.0
Kreuzprodukt von vec1 mit vec2: [ 0.  0.  1.]
Natürliche Logarithmus der Elemente von vec1+10: [ 2.39789527  2.30258509  2.30258509]
Zehner-Logarithmus der Elemente von vec1+10: [ 1.04139269  1.          1.          ]
```

Numerisches Rechnen (Input & Output)

NumPy stellt auch diverse Routinen zum Einladen und Rausschreiben von Daten zur Verfügung:

NumPy binary files (NPY, NPZ)

<code>load(file[, mmap_mode, allow_pickle, ...])</code>	Load arrays or pickled objects from <code>.npy</code> , <code>.npz</code> or pickled files.
<code>save(file, arr[, allow_pickle, fix_imports])</code>	Save an array to a binary file in NumPy <code>.npy</code> format.
<code>savez(file, *args, **kwds)</code>	Save several arrays into a single file in uncompressed <code>.npz</code> format.
<code>savez_compressed(file, *args, **kwds)</code>	Save several arrays into a single file in compressed <code>.npz</code> format.

The format of these binary file types is documented in [numpy.lib.format](#)

Text files

<code>loadtxt(fname[, dtype, comments, delimiter, ...])</code>	Load data from a text file.
<code>savetxt(fname, X[, fmt, delimiter, newline, ...])</code>	Save an array to a text file.
<code>genfromtxt(fname[, dtype, comments, ...])</code>	Load data from a text file, with missing values handled as specified.
<code>fromregex(file, regexp, dtype[, encoding])</code>	Construct an array from a text file, using regular expression parsing.
<code>fromstring(string[, dtype, count, sep])</code>	A new 1-D array initialized from text data in a string.
<code>ndarray.tofile(fid[, sep, format])</code>	Write array to a file as text or binary (default).
<code>ndarray.tolist()</code>	Return the array as a (possibly nested) list.

für mehr Details: <https://docs.scipy.org/doc/numpy-1.15.1/reference/routines.io.html#text-files>

Numerisches Rechnen (Input & Output)

Hier noch ein einfaches Beispiel dazu:

```
import numpy as np
```

```
data = np.genfromtxt('testInput.txt', comments='#',  
                    delimiter=',', skip_header=2, names=['A', 'B', 'C'])
```

```
# ODER:
```

```
#data = np.genfromtxt('testInput.txt', comments='#', delimiter=',', skip_header=1, names=True)
```

```
data['A']
```

```
array([ 1.,  2.,  3.,  4.])
```

```
A, B, C = data['A']**2., data['B']**2., data['C']**2.
```

```
out = np.array([A,B,C]).transpose()
```

```
np.savetxt('testOutput.txt', out, delimiter=',', fmt='%i',  
          header='This is the modified test file\n newA, newB, newC')
```

testInput.txt ✕

```
1 # This is a test input  
2 A, B, C  
3 1, 10, 100  
4 2, 20, 200  
5 3, 30, 300  
6 4, 40, 400  
7
```

testOutput.txt ✕

```
1 # This is the modified test file  
2 # newA, newB, newC  
3 1, 100, 10000  
4 4, 400, 40000  
5 9, 900, 90000  
6 16, 1600, 160000  
7
```

Mehr Details zu `genfromtxt()`:

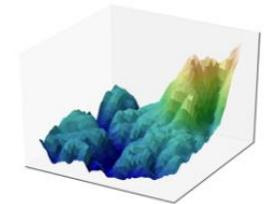
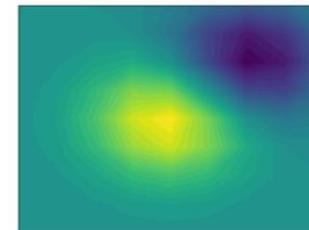
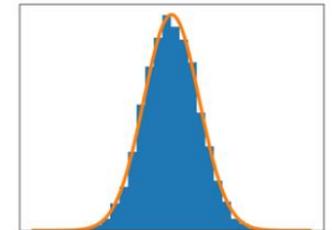
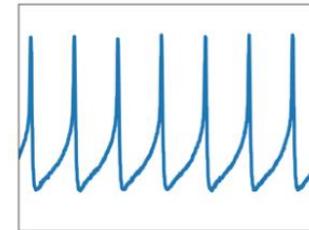
<https://docs.scipy.org/doc/numpy/user/basics.io.genfromtxt.html>

Plotten

matplotlib

<http://www.matplotlib.org/>

- *Matplotlib* ist eine Programmbibliothek zur Darstellung von zwei- oder dreidimensionale Zeichnungen die mit Hilfe von Punkten, Kurven, Balken oder anderem einen Zusammenhang herstellen.
- Das **Unterm modul pyplot** stellt eine prozedurale Schnittstelle zur objektorientierten Plot-Bibliothek von Matplotlib zur Verfügung, welche eine hohe Ähnlichkeit zu MATLAB aufweist
 - Vielzahl an Funktionen, z.B. `scatter()`, `plot()`, `errorbar()`, `hist()`, `hist2d()`, `contour()`, u.v.m. (https://matplotlib.org/api/pyplot_summary.html)

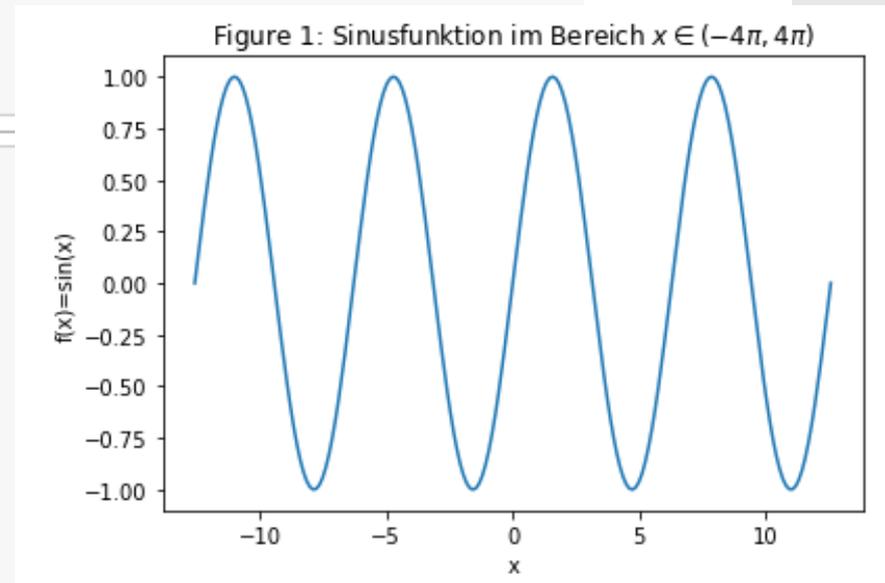


Plotten (Beispiel)

- „einfacher Plot“:

```
#jupyter line magic: sorgt dafür, dass die Plots in die Seite eingebunden werden.  
%matplotlib inline  
# importiert die Graphik-Bibliothek  
import matplotlib.pyplot as plt  
import numpy as np
```

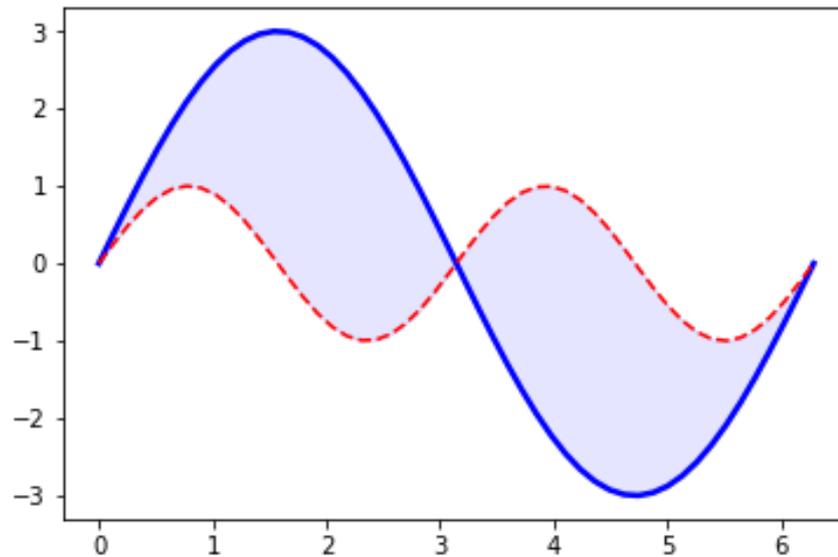
```
# 200 x-Werte zwischen -4 Pi und 4 Pi erstellen  
x = np.linspace(-4*np.pi, 4*np.pi, 200)  
# y-Werte berechnen  
y = np.sin(x)  
  
# Den grundsätzlichen Plot erstellen  
plt.plot(x, y)  
# x-Achsen-Beschriftung  
plt.xlabel("x")  
# y-Achsen-Beschriftung  
plt.ylabel("f(x)=sin(x)")  
# Titel  
plt.title(r"Figure 1: Sinusfunktion im Bereich  $x \in (-4\pi, 4\pi)$ ")  
# Plot ausgeben  
plt.show()
```



Plotten (Beispiel)

- mehrere Plots und die Fläche dazwischen:

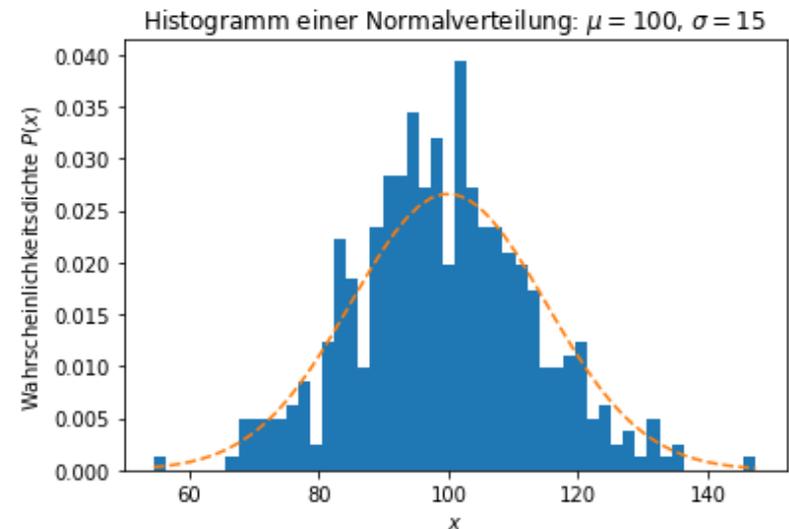
```
In [3]: X = np.linspace(0, 2 * np.pi, 50)
F1 = 3 * np.sin(X)
F2 = np.sin(2*X)
plt.plot(X, F1, color="blue", linewidth=2.5, linestyle="-")
plt.plot(X, F2, color="red", linewidth=1.5, linestyle="--")
plt.fill_between(X, F1, F2, color='blue', alpha=.1)
plt.show()
```



Plotten (Beispiel)

- Histogramm:

```
# 437 normalverteilte Werte generieren:  
mu = 100 # Mittelwert der Verteilung  
sigma = 15 # Standardabweichung der Verteilung  
x = mu + sigma * np.random.randn(437)  
  
num_bins = 50  
# Histogramm der Daten:  
n, bins, patches = plt.hist(x, num_bins, normed=True)  
  
# Normalverteilung mit Mittelwert mu und Standardabweichung sigma:  
y = ((1 / (np.sqrt(2 * np.pi) * sigma)) *  
      np.exp(-0.5 * (1 / sigma * (bins - mu)**2))  
      )  
plt.plot(bins, y, '--')  
plt.xlabel(r'$x$')  
plt.ylabel('Wahrscheinlichkeitsdichte $P(x)$')  
plt.title(r'Histogramm einer Normalverteilung: $\mu=100$, $\sigma=15$')  
  
plt.show()
```





- *SciPy* ist eine Programmbibliothek für verschiedene Problemstellungen im Bereich des computerunterstützten numerischen Rechnens.
 - Numerische Optimierung
 - Lineare Algebra
 - Numerische Integration
 - Interpolation
 - FFT (schnelle Fourier-Transformation)
 - Signalverarbeitung
 - Bildverarbeitung
 - Numerische Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen
 - Symbolische Mathematik („Rechnen mit Buchstaben“)
- enthält als Numerik-Basisbibliothek das Paket NumPy

SciPy: Special Functions

- SciPy bietet eine Vielzahl an gebräuchlichen aber auch weniger üblichen Funktionen in einem auf Performance optimierten Paket an:

scipy.special

Vollständige Liste unter:

<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/special.html>

Available functions¶

Airy functions

<code>airy(z)</code>	Airy functions and their derivatives.
<code>airye(z)</code>	Exponentially scaled Airy functions and their derivatives.
<code>ai_zeros(nt)</code>	Compute nt zeros and values of the Airy function A_i and its derivative.
<code>bi_zeros(nt)</code>	Compute nt zeros and values of the Airy function B_i and its derivative.
<code>itairy(x)</code>	Integrals of Airy functions

Elliptic Functions and Integrals

<code>ellipj(u, m)</code>	Jacobian elliptic functions
<code>ellipk(m)</code>	Complete elliptic integral of the first kind.
<code>ellipkm1(p)</code>	Complete elliptic integral of the first kind around $m = 1$
<code>ellipkind(phi, m)</code>	Incomplete elliptic integral of the first kind
<code>ellipe(m)</code>	Complete elliptic integral of the second kind
<code>ellipeinc(phi, m)</code>	Incomplete elliptic integral of the second kind

Bessel Functions

<code>jv(v, z)</code>	Bessel function of the first kind of real order and complex argument.
<code>jve(v, z)</code>	Exponentially scaled Bessel function of order v .
<code>yn(n, x)</code>	Bessel function of the second kind of integer order and real argument.
<code>yv(v, z)</code>	Bessel function of the second kind of real order and complex argument.
<code>yve(v, z)</code>	Exponentially scaled Bessel function of the second kind of real order.
<code>kn(n, x)</code>	Modified Bessel function of the second kind of integer order n
<code>kv(v, z)</code>	Modified Bessel function of the second kind of real order v
<code>kve(v, z)</code>	Exponentially scaled modified Bessel function of the second kind.

SciPy: Special Functions (Beispiel)

Eventuell ist die Bessel'sche Differentialgleichung noch aus der Mechanik oder Quantenmechanik bekannt:

$$\text{Bessel'sche Differentialgleichung: } x^2 \frac{d^2 f}{dx^2} + x \frac{df}{dx} + (x^2 - \nu^2) f = 0.$$

Die Lösungen dieser Differentialgleichung sind die Besselfunktionen.

$$\text{Es gibt Besselfunktion 1. Art: } J_\nu(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r \left(\frac{x}{2}\right)^{2r+\nu}}{\Gamma(\nu+r+1)r!}$$

$$\text{und Besselfunktion 2. Art: } Y_\nu(x) = \frac{J_\nu(x) \cos(\nu\pi) - J_{-\nu}(x)}{\sin(\nu\pi)},$$

welche noch den Parameter ν , welcher die Ordnung des Lösung angibt modifiziert wird.

Diese Funktion is in scipy hinterlegt:

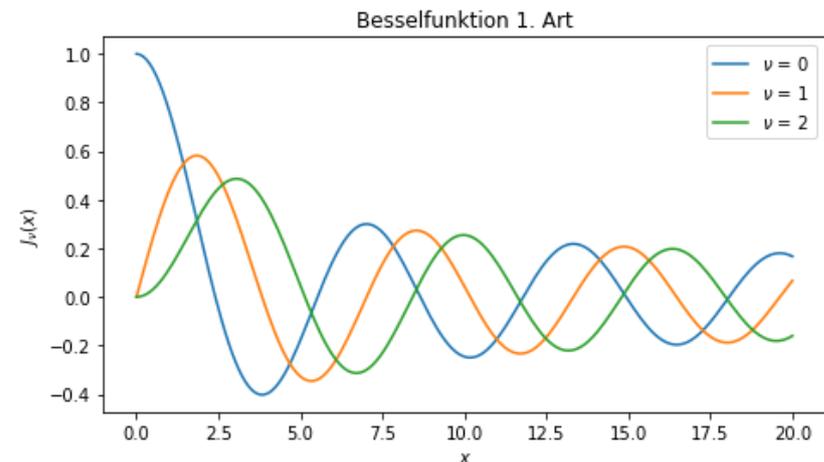
Bessel Functions

<code>jv(v, z)</code>	Bessel function of the first kind of real order and complex argument.
<code>jve(v, z)</code>	Exponentially scaled Bessel function of order ν .
<code>yn(n, x)</code>	Bessel function of the second kind of integer order and real argument.
<code>yv(v, z)</code>	Bessel function of the second kind of real order and complex argument.

SciPy: Special Functions (Beispiel)

```
# Importieren der Besselfunktionen
from scipy.special import jv, yv
# Definitionsbereich für den Plot festlegen
z = np.linspace(0, 20, 200)
# Es sollen die ersten drei Ordnungen geplottet werden
order = [0,1,2]
# Legt die Größe (in inch) der Abbildung fest.
plt.figure(figsize=(7.5, 4))
for o in order:
    # Berechnen der Besselfunktion
    B = jv(o, z)
    # Plotten und Erstellen eines Labels.
    plt.plot(z, B, label=r'$\nu$ = '+str(o))
    plt.xlabel(r'$x$')
    plt.ylabel(r'$J_{\nu}(x)$')

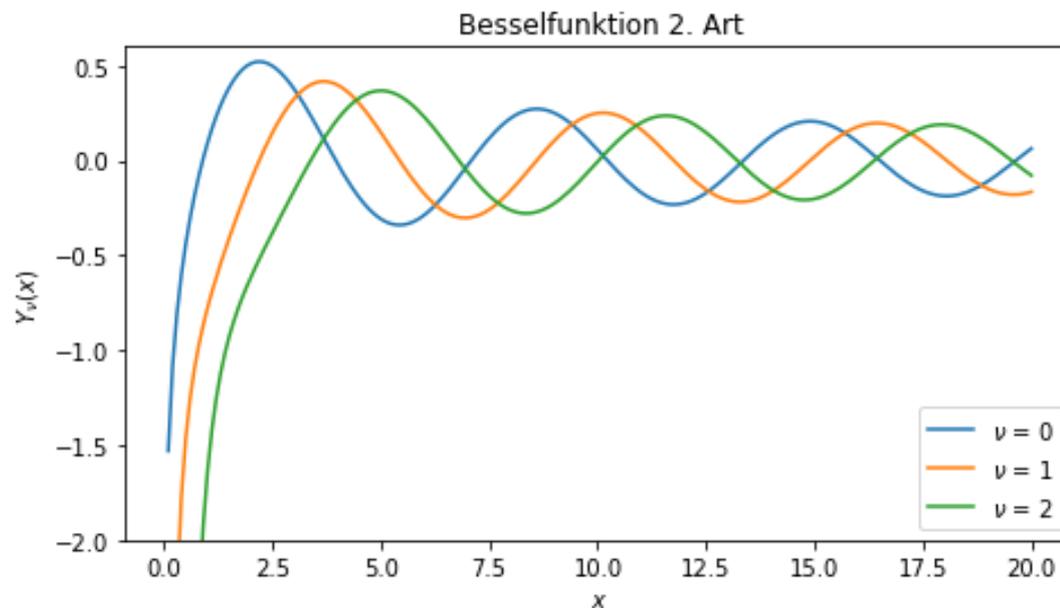
plt.title('Besselfunktion 1. Art')
# Die Label können dann in der Legende verarbeitet werden.
plt.legend(loc='best')
plt.show()
```



SciPy: Special Functions (Beispiel)

```
In [6]: plt.figure(figsize=(7.5, 4))
for o in order:
    D = yv(o, z)
    plt.plot(z, D, label=r'\nu$ = '+str(o))
    plt.xlabel(r'$x$')
    plt.ylabel(r'$Y_{\nu}(x)$')

plt.title('Besselfunktion 2. Art')
plt.ylim(-2, .6)
plt.legend(loc='best')
plt.show()
```



SciPy: Numerische Integration

- `scipy.integrate` stellt in diversen **Unterpaketen** verschiedene (numerische) Integrationsmethoden, sowie Integratoren von gewöhnlichen DGLs bereit:

```

>>> help(integrate)
Methods for Integrating Functions given function object.

quad          -- General purpose integration.
dblquad       -- General purpose double integration.
tplquad       -- General purpose triple integration.
fixed_quad    -- Integrate func(x) using Gaussian quadrature of order n.
quadrature    -- Integrate with given tolerance using Gaussian quadrature.
romberg       -- Integrate func using Romberg integration.

Methods for Integrating Functions given fixed samples.

trapez        -- Use trapezoidal rule to compute integral from samples.
cumtrapz      -- Use trapezoidal rule to cumulatively compute integral.
simps         -- Use Simpson's rule to compute integral from samples.
romb          -- Use Romberg Integration to compute integral from
              (2**k + 1) evenly-spaced samples.

See the special module's orthogonal polynomials (special) for Gaussian
quadrature roots and weights for other weighting factors and regions.

Interface to numerical integrators of ODE systems.

odeint        -- General integration of ordinary differential equations.
ode           -- Integrate ODE using VODE and ZVODE routines.
  
```

SciPy: Numerische Integration (Beispiel)

```
# quad ist eine einfache, aber oft ausreichende, Integrationsroutine
from scipy.integrate import quad

def g(x):
    """Funktion, die integriert werden soll"""
    return x

def f(x):
    """Stammfunktion für den Fall, dass x_0=0 ist"""
    return 0.5*x*x

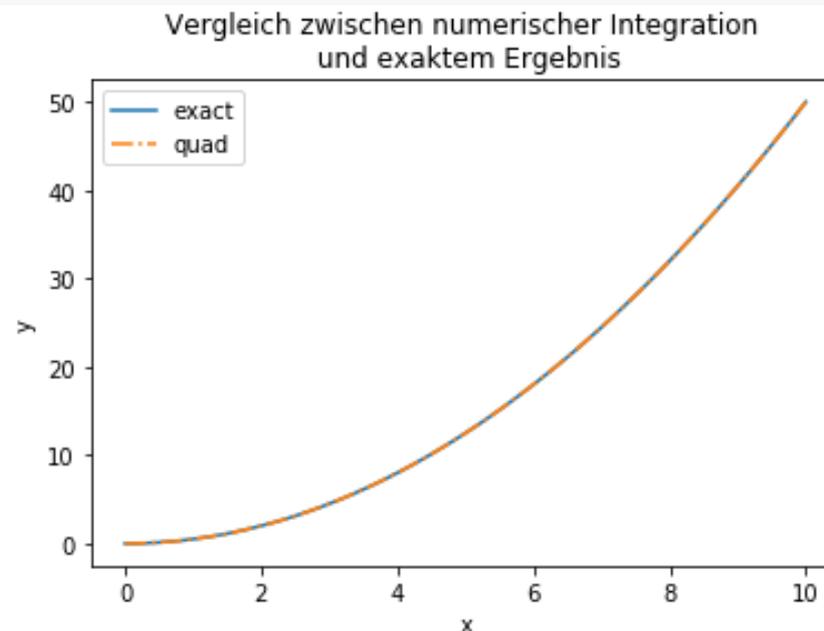
# Berechnung des Integrals
print(r'F(0;5) = {}'.format(quad(g, 0, 5)[0])) → F(0;5) = 12.5

def F(x0, x1, func=f):
    """Eine Funktion, die sich wie die Stammfunktion verhält
    Sie funktioniert sohl für einzelne Werte als auch für Arrays."""
    try:
        F=np.array([quad(func, x0, x1) for x0, x1 in zip(x0, x1)])
        return F[:,0]
    except TypeError:
        F = quad(func, x0, x1)
        return F[0]
```

SciPy: Numerische Integration (Beispiel)

```
# Untere Grenze
x0 = np.zeros(100)
# Obere Grenze
x1 = np.linspace(0,10,100)

plt.plot(x1, f(x1), label='exact')
plt.plot(x1, F(x0, x1, g), linestyle='-.', label='quad')
plt.legend(loc='best')
plt.title('Vergleich zwischen numerischer Integration \n und exaktem Ergebnis')
plt.xlabel(r'x')
plt.ylabel(r'y')
plt.show()
```



SciPy: optimize

- `scipy.optimize` hält verschiedene Methoden zur Funktions-Optimierung und -Analyse bereit:
 - Minimierung (oder Maximierung) von Funktionen
 - Lösen von nicht-linearen Problemen
 - Nullstellenbestimmung
 - Regressionsmethoden (non-linear least squares)
 - Kurvenanpassung

SciPy: optimize (Beispiel)

Nullstellensuche:

- Finden von mehreren Nullstellen (oder gar allen) ist sehr aufwendig.
- Ob eine Nullstelle gefunden werden kann und wenn ja welche, hängt auf jeden Fall von der Wahl des Startwertes ab.

```
In [17]: # Import der passenden Funktion
         from scipy.optimize import root

         def f(x):
             """Nach unten verschobene Parabel
             Nullstellen sind x_1=-2**0.5 und x_2=2**0.5"""
             return x*x-2

         def jac(x):
             """Jacobi-Matrix der zu untersuchenden Funktion
             Nicht nötig, aber hilfreich. Erhöht die Konvergenzwahrscheinlichkeit."""
             return 2*x

         # Ausgabe der Nullstelle (inklusive vieler weiterer Infos, wenn gewünscht)
         print("x_1={}".format(root(f, x0=-0.1, jac=jac).x[0]))
         # Die gefundene Nullstelle hängt vom Startwert ab
         print("x_2={}".format(root(f, x0=0.1, jac=jac).x[0]))

x_1=-1.4142135623730872
x_2=+1.4142135623730872
```

SciPy: optimize (Beispiel)

Kurvenanpassung:

- Anpassung einer (bekannten) Funktion an Messdaten (Vorsicht bei der Parameterauswahl).

SciPy: optimize (Beispiel)

Kurvenanpassung:

- Anpassung einer (bekannten) Funktion an Messdaten (Vorsicht bei der Parameterauswahl).
- Im Beispiel:

- Exponentiell abklingende Sinus-Funktion, bei der wir die Zerfallszeit τ und die Amplitude A bestimmen wollen.

- Die Messungenauigkeit wird durch sog. Weißes Rauschen simuliert, welches einer Normalverteilung folgt (Idealisierung des Messprozesses).

```
# Import von curve_fit
from scipy.optimize import curve_fit
```

```
def Expectation(x, A, tau):
    """Funktion, die unseren Prozess beschreibt.
    """
    E = A*np.sin(x)*np.exp(-x/tau)
    return E
```

```
def Expectation2(x, A, tau, phi_0):
    """Alternative Funktion, um einen misslungenen Fit zu zeigen"""
    E = A*np.cos(x)*np.exp(-x/tau)
    return E
```

```
# Messpunkte
x = np.linspace(0, 20, 50)
# Weißes Rauschen, mit Mittelwert E=0 und Varianz Var=0.8
white_noise = np.random.normal(0.,0.8, 50)
# Messdaten, erzeugt aus dem echten Wert verschmiert mit dem Rauschen.
Data = Expectation(x, 10., 4.)+white_noise
```

SciPy: optimize (Beispiel)

Kurvenanpassung:

- Anpassung einer (bekannten) Funktion an Messdaten (Vorsicht bei der Parameterauswahl).
- Im Beispiel:

- Exponentiell abklingende Sinus-Funktion, bei der wir die Zerfallszeit τ und die Amplitude A bestimmen wollen.
- Die Messungenauigkeit wird durch sog. Weißes Rauschen simuliert, welches einer Normalverteilung folgt (Idealisierung des Messprozesses).

```
# Import von curve_fit
from scipy.optimize import curve_fit

def Expectation(x, A, tau):
    """Funktion, die unseren Prozess beschreibt.
    """
    E = A*np.sin(x)*np.exp(-x/tau)
    return E

def Expectation2(x, A, tau, phi_0):
    """Alternative Funktion, um einen misslungenen Fit zu zeigen"""
    E = A*np.cos(x)*np.exp(-x/tau)
    return E

# Messpunkte
x = np.linspace(0, 20, 50)

# Weißes Rauschen, mit Mittelwert E=0 und Varianz Var=0.8
white_noise = np.random.normal(0.,0.8, 50)
# Messdaten, erzeugt aus dem echten Wert verschmiert mit dem Rauschen.
Data = Expectation(x, 10., 4.)+white_noise
```

SciPy: optimize (Beispiel)

Kurvenanpassung:

```
# Plotten der Messwerte.
plt.plot(x, Data, linewidth=0., marker='o', label='Data')

# Plotten der echten Lösung
plt.plot(x, Expectation(x, 10., 4.), label="True solution")

# Curve Fit, die zu fittenden Parameter werden automatisch ermittelt.
# popt enthält die best-fit Parameter.
# pcov enthält die Kovarianzmatrix, aus der sich der Fehler berechnen lässt.
popt, pcov = curve_fit(Expectation, x, Data)

# Plot der best-fit Funktion
plt.plot(x, Expectation(x, *popt), linestyle='-.', label='Fit')
print("Fit1: A={}{}, tau={}{}".format(np.round(popt[0], 1), np.round(np.sqrt(np.diag(pcov)))[0], 1),
      np.round(popt[1], 1), np.round(np.sqrt(np.diag(pcov))[1], 1)))

# Das gleiche nochmal für dem anderen Fit.
popt, pcov = curve_fit(Expectation2, x, Data)
plt.plot(x, Expectation2(x, *popt), linestyle='--', label='Fit2')
print("Fit2: A={}{}, tau={}{}".format(np.round(popt[0], 1), np.round(np.sqrt(np.diag(pcov)))[0], 1),
      np.round(popt[1], 1), np.round(np.sqrt(np.diag(pcov))[1], 1)))

plt.legend(loc='best')
plt.xlabel(r'$x$')
plt.ylabel(r'$f(x)$')
plt.show()
```

SciPy: optimize (Beispiel)

Kurvenanpassung:

```
# Plotten der Messwerte.
plt.plot(x, Data, linewidth=0., marker='o', label='Data')

# Plotten der echten Lösung
plt.plot(x, Expectation(x, 10., 4.), label="True solution")

# Curve Fit, die zu fittenden Parameter werden automatisch ermittelt.
# popt enthält die best-fit Parameter.
# pcov enthält die Kovarianzmatrix, aus der sich der Fehler berechnen lässt.
popt, pcov = curve_fit(Expectation, x, Data)

# Plot der best-fit Funktion
plt.plot(x, Expectation(x, *popt), linestyle='-.', label='Fit')
print("Fit1: A={}({}), tau={}({})".format(np.round(popt[0], 1), np.round(np.sqrt(np.diag(pcov))[0],1),
                                         np.round(popt[1], 1), np.round(np.sqrt(np.diag(pcov))[1], 1)))

# Das gleiche nochmal für dem anderen Fit.
popt, pcov = curve_fit(Expectation2, x, Data)
plt.plot(x, Expectation2(x, *popt), linestyle='--', label='Fit2')
print("Fit2: A={}({}), tau={}({})".format(np.round(popt[0], 1), np.round(np.sqrt(np.diag(pcov))[0],1),
                                         np.round(popt[1], 1), np.round(np.sqrt(np.diag(pcov))[1], 1)))

plt.legend(loc='best')
plt.xlabel(r'$x$')
plt.ylabel(r'$f(x)$')
plt.show()
```

```
Fit1: A=10.7(0.9), tau=3.7(0.4)
Fit2: A=3.0(inf), tau=1.6(inf)
```

SciPy: optimize (Beispiel)

Kurvenanpassung:

```
# Plotten der Messwerte.
plt.plot(x, Data, linewidth=1)

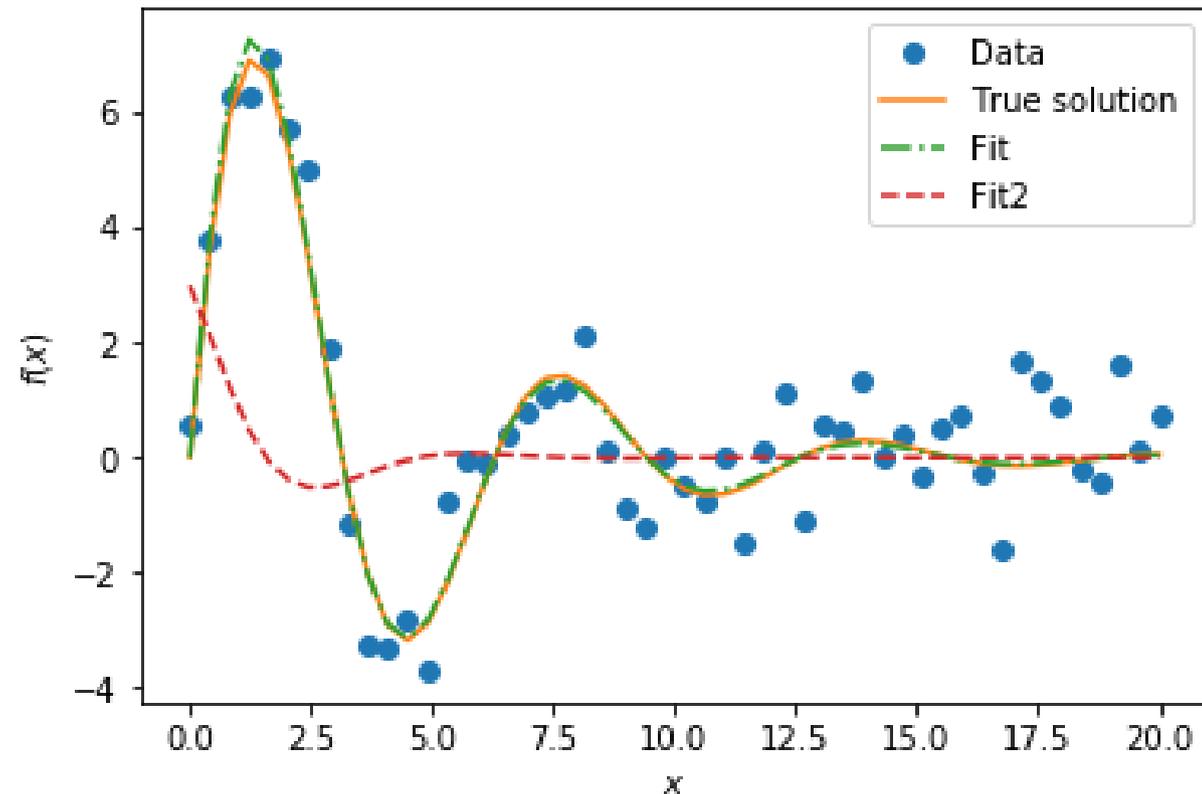
# Plotten der echten Lösung
plt.plot(x, Expectation(x),

# Curve Fit, die zu fittenden
# popt enthält die best-fit
# pcov enthält die Kovarianz
popt, pcov = curve_fit(Expectation,

# Plot der best-fit Funktion
plt.plot(x, Expectation(x,
print("Fit1: A={}{(}), tau=

# Das gleiche nochmal für
popt, pcov = curve_fit(Expectation2(x,
print("Fit2: A={}{(}), tau=

plt.legend(loc='best')
plt.xlabel(r'$x$')
plt.ylabel(r'$f(x)$')
plt.show()
```



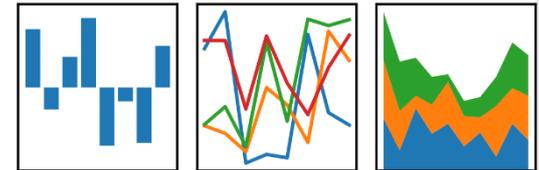
```
Fit1: A=10.7(0.9), tau=3.7(0.4)
Fit2: A=3.0(inf), tau=1.6(inf)
```

Python *fits your needs*

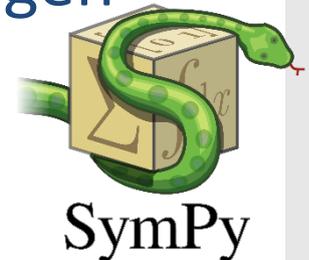
- **Pandas:** Zur Datenverarbeitung und Analyse, insbesondere bei großen Datenmengen

pandas

$$y_{it} = \beta' x_{it} + \mu_i + \epsilon_{it}$$



- **SymPy:** Für symbolisch-mathematische Berechnungen (einfache symbolische Arithmetik bis hin zu Differential- und Integralrechnung sowie Algebra)



- **Healpy:** Zur Erzeugung und Bearbeitung von HEALPix (Hierarchical Equal Area isoLatitude Pixelation) Karten
- **Seaborn:** Zur „high-level“ Visualisierung von statistischen Daten (basierend auf matplotlib)
- ... und vieles mehr – was ist das Problem?

Ausblick

Anwesenheitsübung

(Donnerstag, 04.04.19, 14:15-15:45 Uhr, **NB 6/99**):

Besprechung der Blätter 4-6

Moodle-Abschlusstest:

Freitag zwischen 9:15-10:15 Uhr (Gruppe 1)

und 10:30-11:30 Uhr (Gruppe 2)

im SÜDPOL