

# System Software for Energy-efficient Computing

*Hands-On: Energy-efficient Sorting with QuickSort*

Timo Hönig

Operating Systems and System Software

Ruhr-Universität Bochum (RUB)

2. October 2025

# Agenda

---

- 1 Motivation
- 2 Funktionsprinzip und Implementierung
- 3 Nicht-funktionale Eigenschaften
- 4 Vergleich, Bewertung und praktische Anwendung

# Motivation

## Warum ist Sortierung wichtig?

- Beschleunigung von Datenzugriffen  
↪ z.B. Latenzreduktion
- Verwaltung großer Datenmengen  
↪ z.B. Datenspeicherpartitionierung



## Welche Art von Sortierung?



# Motivation

## Warum ist Sortierung wichtig?

- Beschleunigung von Datenzugriffen  
↪ z.B. Latenzreduktion
- Verwaltung großer Datenmengen  
↪ z.B. Datenspeicherpartitionierung



## Welche Art von Sortierung?

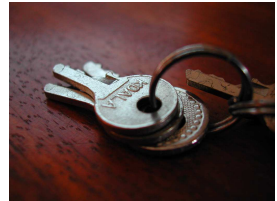
- Sortierung *nach* Typ  
↪ z.B. heterogene Daten
- Sortierung *innerhalb eines* Typs  
↪ z.B. Rangordnung und Hierarchie



# Motivation

## Relevanz in der Praxis

- Sortierung von Schlüsselwertspeicher (engl. key-value store) → DynamoDB
- Teile-und-Herrsche-Algorithmen (eng. divide and conquer) → Hadoop



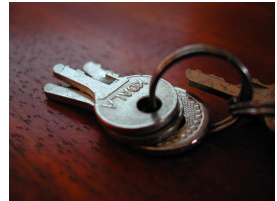
## Sortieren mit Quicksort



# Motivation

## Relevanz in der Praxis

- Sortierung von Schlüsselwertspeicher (engl. key-value store) → DynamoDB
- Teile-und-Herrsche-Algorithmen (eng. divide and conquer) → Hadoop



## Sortieren mit Quicksort

- Sortieralgorithmus, dessen Funktionsprinzip auf Teile und Herrsche beruht
- Entwurf: Charles Antony Richard Hoare



CAR Hoare: Quicksort.

The Computer Journal, 5(1), 1962, pp. 10-16.



# Agenda

---

- 1 Motivation ✓
- 2 Funktionsprinzip und Implementierung
- 3 Nicht-funktionale Eigenschaften
- 4 Vergleich, Bewertung und praktische Anwendung

# Quicksort: Funktionsprinzip und Implementierung

---

```
1 def function quicksort(array a):
2     if (length(a)) <= 1
3         return a
4
5     int bound = a[length(a)-1]
6     array a_less, a_greater = []
7
8     for each x in a:
9         if x <= bound then
10             append x to a_less
11         else
12             append x to a_greater
13
14     return concatenate (quicksort(a_less), array(bound), quicksort(a_greater))
```

- Funktionsprinzip und Pseudocode-Implementierung
- rekursive ex-situ Variante



# Quicksort: Funktionsprinzip und Implementierung

```
1 def function quicksort(array a):  
2     if (length(a)) <= 1  
3         return a  
4  
5     int bound = a[length(a)-1]  
6     array a_less, a_greater = []  
7  
8     for each x in a:  
9         if x <= bound then  
10             append x to a_less  
11         else  
12             append x to a_greater  
13  
14     return concatenate (quicksort(a_less), array(bound), quicksort(a_greater))
```

- Abbruchbedingung der Rekursion
- Arrays der Länge  $\leq 1$  gelten als sortiert

# Quicksort: Funktionsprinzip und Implementierung

```
1 def function quicksort(array a):
2     if (length(a)) <= 1
3         return a
4
5     int bound = a[length(a)-1]
6     array a_less, a_greater = []
7
8     for each x in a:
9         if x <= bound then
10             append x to a_less
11         else
12             append x to a_greater
13
14     return concatenate (quicksort(a_less), array(bound), quicksort(a_greater))
```

- Bestimme Pivotelement für Arrays der Länge  $> 1$ : bound
- Neue Listen für kleinere und größere Elemente:  $a_{\{less, greater\}}$

# Quicksort: Funktionsprinzip und Implementierung

```
1 def function quicksort(array a):
2     if (length(a)) <= 1
3         return a
4
5     int bound = a[length(a)-1]
6     array a_less, a_greater = []
7
8     for each x in a:
9         if x <= bound then
10             append x to a_less
11         else
12             append x to a_greater
13
14     return concatenate (quicksort(a_less), array(bound), quicksort(a_greater))
```

- Iteriere: Speichere Elemente mit Wert  $\leq$  bound in a\_less
- Speichere Elemente mit Wert  $>$  bound in a\_greater

# Quicksort: Funktionsprinzip und Implementierung

```
1 def function quicksort(array a):
2     if (length(a)) <= 1
3         return a
4
5     int bound = a[length(a)-1]
6     array a_less, a_greater = []
7
8     for each x in a:
9         if x <= bound then
10             append x to a_less
11         else
12             append x to a_greater
13
14     return concatenate (quicksort(a_less), array(bound), quicksort(a_greater))
```

- Rekursiv: Sortiere analog die Listen a\_less und a\_greater
- Abbau der Rekursion liefert gesamtsortiertes Array

# Quicksort: Funktionsprinzip und Implementierung

```
1 def function quicksort(array a):  
2     if (length(a)) <= 1  
3         return a  
4  
5     int bound = a[length(a)-1]  
6     array a_less, a_greater = []  
7  
8     for each x in a:  
9         if x <= bound then  
10             append x to a_less  
11         else  
12             append x to a_greater  
13  
14     return concatenate (quicksort(a_less), array(bound), quicksort(a_greater))
```

## Probleme und Verbesserungsmöglichkeit

- 1 Pivotisierung  
→ Dreh- und Angelpunkt
- 2 dynamische  
Speicherooperationen
- 3 entbehrliche Operationen

# Quicksort: Funktionsprinzip und Implementierung

```
1 def function quicksort(array a):
2   if (length(a)) <= 1
3     return a
4
5   int bound = a[length(a)-1]
6   array a_less, a_greater = []
7
8   for each x in a:
9     if x <= bound then
10      append x to a_less
11    else
12      append x to a_greater
13
14   return concatenate (quicksort(a_less), array(bound), quicksort(a_greater))
```



## Probleme und Verbesserungsmöglichkeit

- 1 Pivotisierung  
→ Dreh- und Angelpunkt
- 2 dynamische  
Speicherooperationen
- 3 entbehrliche Operationen

- Wahl des Pivotelements (Pivotisierung)
- Verbesserung: Verwenden des arithmetischen Mittels...
  - ... aller Arraywerte
  - ... der Arraywerte an der ersten, mittleren und letzten Position

# Quicksort: Funktionsprinzip und Implementierung

```
1 def function quicksort(array a):
2   if (length(a)) <= 1
3     return a
4
5   int bound = a[length(a)-1]
6   array a_less, a_greater = []
7
8   for each x in a:
9     if x <= bound then
10      append x to a_less
11    else
12      append x to a_greater
13
14   return concatenate (quicksort(a_less), array(bound), quicksort(a_greater))
```

Probleme und Verbesserungsmöglichkeit

- 1 Pivotisierung  
→ Dreh- und Angelpunkt
- 2 dynamische  
Speicherooperationen
- 3 entbehrliche Operationen

- nicht-deterministisches Zeitverhalten
- Verbesserung:
  - Analyse der Eingabedaten → statische Speicherallokation
  - Operationen auf Datenstrukturen der Eingabedaten

# Quicksort: Funktionsprinzip und Implementierung

```
1 def function quicksort(array a):
2   if (length(a)) <= 1
3     return a
4
5   int bound = a[length(a)-1]
6   array a_less, a_greater = []
7
8   for each x in a:
9     if x <= bound then
10      append x to a_less
11    else
12      append x to a_greater
13
14  return concatenate (quicksort(a_less), array(bound), quicksort(a_greater))
```



## Probleme und Verbesserungsmöglichkeit

- 1 Pivotisierung  
→ Dreh- und Angelpunkt
- 2 dynamische  
Speicherooperationen
- 3 entbehrliche Operationen

- Speicherdruck wegen vieler Funktionsaufrufe der Rekursion
- Verbesserung:
  - alternative Algorithmen (z.B. Insertionsort) für kleine Arrays
  - iterative Implementierung → Vermeidung von Stapelüberläufen



# Quicksort: Programmcode, verbesserte Variante

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4
5     bound = arr[high] # Pivotisierung
6     idx_l = low, idx_r = high - 1
7
8     while idx_l <= idx_r
9         # Überspringe Elemente im Array < Pivotelement
10        while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
11            idx_l += 1
12        # Überspringe Elemente im Array >= Pivotelement
13        while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
14            idx_r -= 1
15        # Tausche Elemente im Array
16        if idx_l < idx_r
17            swap(a, idx_l, idx_r)
18
19    # Platziere Pivotelement
20    swap(a, idx_l, high)
21
22    quicksort(a, low, idx_l - 1) # Rekursion: linker Teilbereich
23    quicksort(a, idx_l + 1, high) # Rekursion: rechter Teilbereich
```

## Funktionsweise und Verbesserungen

- Laufindex  $idx_l$ :  $\rightarrow$
- Laufindex  $idx_r$ :  $\leftarrow$
- Tausche falls Element  $a[idx_l] \geq \text{Pivot}$  und  $a[idx_r] < \text{Pivot}$

# Quicksort: Programmcode, verbesserte Variante

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4
5     bound = arr[high] # Pivotisierung
6     idx_l = low, idx_r = high - 1
7
8     while idx_l <= idx_r
9         # Überspringe Elemente im Array < Pivotelement
10        while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
11            idx_l += 1
12        # Überspringe Elemente im Array >= Pivotelement
13        while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
14            idx_r -= 1
15        # Tausche Elemente im Array
16        if idx_l < idx_r
17            swap(a, idx_l, idx_r)
18
19        # Platziere Pivotelement
20        swap(a, idx_l, high)
21
22        quicksort(a, low, idx_l - 1) # Rekursion: linker Teilbereich
23        quicksort(a, idx_l + 1, high) # Rekursion: rechter Teilbereich
```

## Funktionsweise und Verbesserungen

- Speicheroperationen auf Eingabedaten
- Vermeidung dynamischer Speicherallokation

# Quicksort: Programmcode, verbesserte Variante

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4
5     bound = arr[high] # Pivotisierung
6     idx_l = low, idx_r = high - 1
7
8     while idx_l <= idx_r
9         # Überspringe Elemente im Array < Pivotelement
10        while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
11            idx_l += 1
12        # Überspringe Elemente im Array >= Pivotelement
13        while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
14            idx_r -= 1
15        # Tausche Elemente im Array
16        if idx_l < idx_r
17            swap(a, idx_l, idx_r)
18
19    # Platziere Pivotelement
20    swap(a, idx_l, high)
21
22    quicksort(a, low, idx_l - 1) # Rekursion: linker Teilbereich
23    quicksort(a, idx_l + 1, high) # Rekursion: rechter Teilbereich
```

## Funktionsweise und Verbesserungen

- Speicheroperationen auf Eingabedaten
- Rekursion arbeitet ebenfalls auf Array der Eingabedaten

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

| Index   | 0   | 1  | 2   | 3  | 4  | 5    |
|---------|-----|----|-----|----|----|------|
| Array a | 3   | 15 | 512 | 47 | 11 | 42   |
|         | ↑   |    |     |    |    | ↑    |
|         | low |    |     |    |    | high |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11        if idx_l < idx_r
12            swap(a, idx_l, idx_r)
13    swap(a, idx_l, high)
14    quicksort(a, low, idx_l - 1)
15    quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

| Index   | 0       | 1  | 2   | 3  | 4       | 5         |
|---------|---------|----|-----|----|---------|-----------|
| Array a | 3       | 15 | 512 | 47 | 11      | 42        |
|         | ↑       |    |     |    | ↑       | ↔         |
|         | idx_l=0 |    |     |    | idx_r=4 | Pivot: 42 |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11        if idx_l < idx_r
12            swap(a, idx_l, idx_r)
13    swap(a, idx_l, high)
14    quicksort(a, low, idx_l - 1)
15    quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

1. Abbruchbedingung

2. Intialisierung

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

| Index   | 0            | 1  | 2            | 3  | 4            | 5           |
|---------|--------------|----|--------------|----|--------------|-------------|
| Array a | 3            | 15 | 512          | 47 | 11           | 42          |
|         | ↑<br>idx_l=0 |    | ↑<br>idx_l=2 |    | ↑<br>idx_r=4 | ↔ Pivot: 42 |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11         if idx_l < idx_r
12             swap(a, idx_l, idx_r)
13     swap(a, idx_l, high)
14     quicksort(a, low, idx_l - 1)
15     quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

1. Abbruchbedingung

2. Intialisierung

3a. Durchlaufe Array  
3b. Vergleiche Elemente  
mit Pivot  
3c. Tausche Elemente

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

| Index   | 0            | 1  | 2            | 3  | 4            | 5           |
|---------|--------------|----|--------------|----|--------------|-------------|
| Array a | 3            | 15 | 512          | 47 | 11           | 42          |
|         | ↑<br>idx_l=0 |    | ↑<br>idx_l=2 |    | ↑<br>idx_r=4 | ↔ Pivot: 42 |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11         if idx_l < idx_r
12             swap(a, idx_l, idx_r)
13     swap(a, idx_l, high)
14     quicksort(a, low, idx_l - 1)
15     quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

1. Abbruchbedingung

2. Intialisierung

3a. Durchlaufe Array  
3b. Vergleiche Elemente  
mit Pivot  
3c. Tausche Elemente

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

| Index   | 0            | 1  | 2            | 3  | 4            | 5           |
|---------|--------------|----|--------------|----|--------------|-------------|
| Array a | 3            | 15 | 512          | 47 | 11           | 42          |
|         | ↑<br>idx_l=0 |    | ↑<br>idx_l=2 |    | ↑<br>idx_r=4 | ↔ Pivot: 42 |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11         if idx_l < idx_r
12             swap(a, idx_l, idx_r)
13     swap(a, idx_l, high)
14     quicksort(a, low, idx_l - 1)
15     quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

1. Abbruchbedingung

2. Intialisierung

3a. Durchlaufe Array  
3b. Vergleiche Elemente  
mit Pivot  
3c. Tausche Elemente



# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

| Index   | 0            | 1  | 2            | 3  | 4            | 5           |
|---------|--------------|----|--------------|----|--------------|-------------|
| Array a | 3            | 15 | 11           | 47 | 512          | 42          |
|         | ↑<br>idx_l=0 |    | ↑<br>idx_l=2 |    | ↑<br>idx_r=4 | ↔ Pivot: 42 |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11         if idx_l < idx_r
12             swap(a, idx_l, idx_r)
13     swap(a, idx_l, high)
14     quicksort(a, low, idx_l - 1)
15     quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

1. Abbruchbedingung

2. Intialisierung

3a. Durchlaufe Array  
3b. Vergleiche Elemente  
mit Pivot  
3c. Tausche Elemente

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

|         |   |    |    |         |         |             |
|---------|---|----|----|---------|---------|-------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3       | 4       | 5           |
| Array a | 3 | 15 | 11 | 47      | 512     | 42          |
|         |   |    |    | ↑       | ↑       | ↔ Pivot: 42 |
|         |   |    |    | idx_l=3 | idx_r=4 |             |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11         if idx_l < idx_r
12             swap(a, idx_l, idx_r)
13     swap(a, idx_l, high)
14     quicksort(a, low, idx_l - 1)
15     quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

1. Abbruchbedingung

2. Intialisierung

3a. Durchlaufe Array  
3b. Vergleiche Elemente  
mit Pivot  
3c. Tausche Elemente

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

| Index   | 0 | 1  | 2       | 3       | 4   | 5           |
|---------|---|----|---------|---------|-----|-------------|
| Array a | 3 | 15 | 11      | 47      | 512 | 42          |
|         |   |    | ↑       | ↑       |     | ↔ Pivot: 42 |
|         |   |    | idx_r=2 | idx_l=3 |     |             |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11         if idx_l < idx_r
12             swap(a, idx_l, idx_r)
13     swap(a, idx_l, high)
14     quicksort(a, low, idx_l - 1)
15     quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

1. Abbruchbedingung

2. Intialisierung

3a. Durchlaufe Array  
3b. Vergleiche Elemente  
mit Pivot  
3c. Tausche Elemente

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

|         |   |    |         |         |     |             |
|---------|---|----|---------|---------|-----|-------------|
| Index   | 0 | 1  | 2       | 3       | 4   | 5           |
| Array a | 3 | 15 | 11      | 47      | 512 | 42          |
|         |   |    | ↑       | ↑       |     | ↔ Pivot: 42 |
|         |   |    | idx_r=2 | idx_l=3 |     |             |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11        if idx_l < idx_r
12            swap(a, idx_l, idx_r)
13    swap(a, idx_l, high)
14    quicksort(a, low, idx_l - 1)
15    quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

1. Abbruchbedingung

2. Intialisierung

3a. Durchlaufe Array  
3b. Vergleiche Elemente  
mit Pivot  
3c. Tausche Elemente

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

| Index   | 0   | 1  | 2  | 3     | 4   | 5    |
|---------|-----|----|----|-------|-----|------|
| Array a | 3   | 15 | 11 | 47    | 512 | 42   |
|         | ↑   |    |    | ↑     |     | ↑    |
|         | low |    |    | idx_l |     | high |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11        if idx_l < idx_r
12            swap(a, idx_l, idx_r)
13    swap(a, idx_l, high)
14    quicksort(a, low, idx_l - 1)
15    quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

1. Abbruchbedingung

2. Intialisierung

3a. Durchlaufe Array  
3b. Vergleiche Elemente  
mit Pivot  
3c. Tausche Elemente

4. Positioniere Pivot

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

| Index   | 0   | 1  | 2  | 3     | 4   | 5    |
|---------|-----|----|----|-------|-----|------|
| Array a | 3   | 15 | 11 | 42    | 512 | 47   |
|         | ↑   |    |    | ↑     |     | ↑    |
|         | low |    |    | idx_l |     | high |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11         if idx_l < idx_r
12             swap(a, idx_l, idx_r)
13     swap(a, idx_l, high)
14     quicksort(a, low, idx_l - 1)
15     quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

1. Abbruchbedingung

2. Intialisierung

3a. Durchlaufe Array  
3b. Vergleiche Elemente  
mit Pivot  
3c. Tausche Elemente

4. Positioniere Pivot

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel

| Index   | 0   | 1  | 2         | 3     | 4         | 5    |
|---------|-----|----|-----------|-------|-----------|------|
| Array a | 3   | 15 | 11        | 42    | 512       | 47   |
|         | ↑   |    | ↑         | ↑     | ↑         | ↑    |
|         | low |    | idx_l - 1 | idx_l | idx_l + 1 | high |

```
1 def function quicksort(array a, int low, int high):
2     if low >= high
3         return
4     bound = arr[high]
5     idx_l = low, idx_r = high - 1
6     while idx_l <= idx_r
7         while idx_l <= idx_r and a[idx_l] < bound
8             idx_l += 1
9         while idx_l <= idx_r and a[idx_r] >= bound
10            idx_r -= 1
11         if idx_l < idx_r
12             swap(a, idx_l, idx_r)
13     swap(a, idx_l, high)
14     quicksort(a, low, idx_l - 1)
15     quicksort(a, idx_l + 1, high)
```

1. Abbruchbedingung

2. Intialisierung

3a. Durchlaufe Array  
3b. Vergleiche Elemente  
mit Pivot

3c. Tausche Elemente

4. Positioniere Pivot

5. Rekursion

## Quicksort: Exemplarisches Beispiel, Rekursion

|         |   |    |    |    |     |    |                 |
|---------|---|----|----|----|-----|----|-----------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |                 |
| Array a | 3 | 15 | 11 | 42 | 512 | 47 | ✓ <sub>42</sub> |

|         |   |    |    |    |     |    |  |
|---------|---|----|----|----|-----|----|--|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |  |
| Array a | 3 | 15 | 11 | 42 | 512 | 47 |  |

Index  
Array a

Index  
Array a

Index  
Array a

Index  
Array a



## Quicksort: Exemplarisches Beispiel, Rekursion

|         |   |    |    |    |     |    |                 |
|---------|---|----|----|----|-----|----|-----------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |                 |
| Array a | 3 | 15 | 11 | 42 | 512 | 47 | ✓ <sub>42</sub> |

|         |   |    |    |    |     |    |  |
|---------|---|----|----|----|-----|----|--|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |  |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47 |  |

Index  
Array a

Index  
Array a

Index  
Array a

Index  
Array a

## Quicksort: Exemplarisches Beispiel, Rekursion

|         |   |    |    |    |     |    |                 |
|---------|---|----|----|----|-----|----|-----------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |                 |
| Array a | 3 | 15 | 11 | 42 | 512 | 47 | ✓ <sub>42</sub> |

|         |   |    |    |    |     |    |  |
|---------|---|----|----|----|-----|----|--|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |  |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47 |  |

|         |   |    |    |    |     |    |                 |
|---------|---|----|----|----|-----|----|-----------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |                 |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47 | ✓ <sub>11</sub> |

Index  
Array a

Index  
Array a

Index  
Array a

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel, Rekursion

|         |   |    |    |    |     |    |                 |
|---------|---|----|----|----|-----|----|-----------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |                 |
| Array a | 3 | 15 | 11 | 42 | 512 | 47 | ✓ <sub>42</sub> |

|         |   |    |    |    |     |    |  |
|---------|---|----|----|----|-----|----|--|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |  |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47 |  |

|         |   |    |    |    |     |    |                 |
|---------|---|----|----|----|-----|----|-----------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |                 |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47 | ✓ <sub>11</sub> |

|         |   |    |    |    |     |    |                    |
|---------|---|----|----|----|-----|----|--------------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |                    |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47 | ✓ <sub>3, 15</sub> |

Index  
Array a

Index  
Array a

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel, Rekursion

|         |   |    |    |    |     |    |                 |
|---------|---|----|----|----|-----|----|-----------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |                 |
| Array a | 3 | 15 | 11 | 42 | 512 | 47 | ✓ <sub>42</sub> |

|         |   |    |    |    |     |    |  |
|---------|---|----|----|----|-----|----|--|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |  |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47 |  |

|         |   |    |    |    |     |    |                 |
|---------|---|----|----|----|-----|----|-----------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  |                 |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47 | ✓ <sub>11</sub> |

|         |   |    |    |    |    |     |                    |
|---------|---|----|----|----|----|-----|--------------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5   |                    |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 47 | 512 | ✓ <sub>3, 15</sub> |

Index  
Array a

Index  
Array a

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel, Rekursion

|         |   |    |    |    |     |     |                    |
|---------|---|----|----|----|-----|-----|--------------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   |                    |
| Array a | 3 | 15 | 11 | 42 | 512 | 47  | ✓ <sub>42</sub>    |
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   |                    |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47  |                    |
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   |                    |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47  | ✓ <sub>11</sub>    |
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   |                    |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 47  | 512 | ✓ <sub>3, 15</sub> |
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   |                    |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 47  | 512 | ✓ <sub>47</sub>    |
| Index   |   |    |    |    |     |     |                    |
| Array a |   |    |    |    |     |     |                    |

# Quicksort: Exemplarisches Beispiel, Rekursion

|         |   |    |    |    |     |     |                    |
|---------|---|----|----|----|-----|-----|--------------------|
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   |                    |
| Array a | 3 | 15 | 11 | 42 | 512 | 47  | ✓ <sub>42</sub>    |
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   |                    |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47  |                    |
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   |                    |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 512 | 47  | ✓ <sub>11</sub>    |
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   |                    |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 47  | 512 | ✓ <sub>3, 15</sub> |
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   |                    |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 47  | 512 | ✓ <sub>47</sub>    |
| Index   | 0 | 1  | 2  | 3  | 4   | 5   |                    |
| Array a | 3 | 11 | 15 | 42 | 47  | 512 | ✓ <sub>512</sub>   |

# Agenda

---

- 1 Motivation ✓
- 2 Funktionsprinzip und Implementierung ✓
- 3 Nicht-funktionale Eigenschaften
- 4 Vergleich, Bewertung und praktische Anwendung

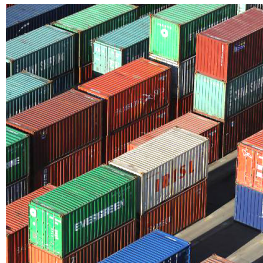
# Nicht-funktionale Eigenschaften von Quicksort

## Laufzeit

- durchschnittlich  $\mathcal{O}(n \log(n))$  Vergleiche  
↪ Rekursionstiefe:  $\log(n)$ , je  $n$  Elemente
- im schlechtesten Fall  $\mathcal{O}(n^2)$   
↪ Laufzeit steigt quadratisch zur Eingabe



## Speicherplatz





# Nicht-funktionale Eigenschaften von Quicksort

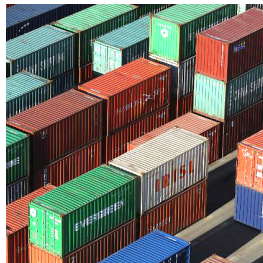
## Laufzeit

- durchschnittlich  $\mathcal{O}(n \log(n))$  Vergleiche  
↪ Rekursionstiefe:  $\log(n)$ , je  $n$  Elemente
- im schlechtesten Fall  $\mathcal{O}(n^2)$   
↪ Laufzeit steigt quadratisch zur Eingabe



## Speicherplatz

- Speicherbedarf (Stapelspeicher) hängt von der jeweiligen Implementierung ab  
↪ rekursiv: hoch  
↪ iterativ: niedrig



# Nicht-funktionale Eigenschaften von Quicksort

## Energiebedarf

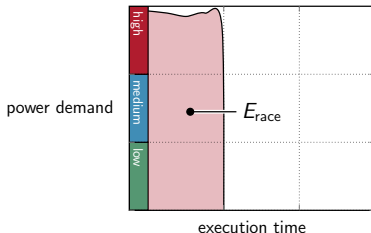
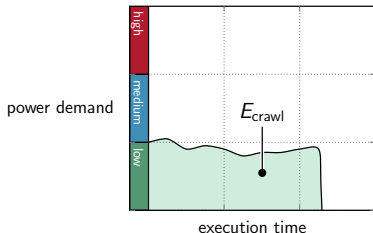
- externe Einflussfaktoren
  - Eingabegröße → Laufzeit
  - System → Speicher- vs. CPU-Zeit
- implementierungsspezifische Faktoren
  - hardwareabhängige Spezialbefehle
  - systemspezifische Energiesparmethoden



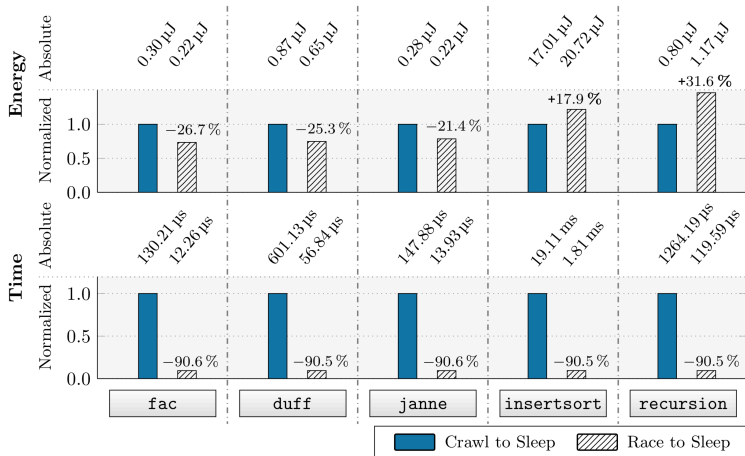
# Nicht-funktionale Eigenschaften von Quicksort

## Energiebedarf

- externe Einflussfaktoren
  - Eingabegröße → Laufzeit
  - System → Speicher- vs. CPU-Zeit
- implementierungsspezifische Faktoren
  - hardwareabhängige Spezialbefehle
  - systemspezifische Energiesparmethoden

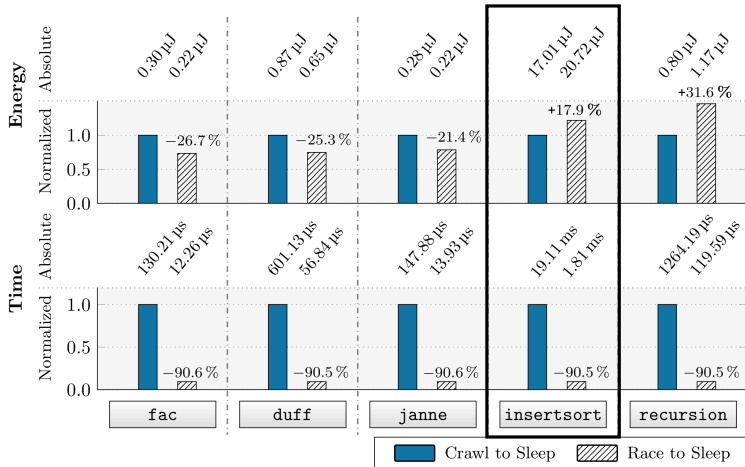


# Nicht-funktionale Eigenschaften von Quicksort



System: ARM Cortex-M0+, Speicher: 4 KB RAM, CPU: max. 48 MHz

# Nicht-funktionale Eigenschaften von Quicksort



System: ARM Cortex-M0+, Speicher: 4 KB RAM, CPU: max. 48 MHz

# Agenda

---

- 1 Motivation ✓
- 2 Funktionsprinzip und Implementierung ✓
- 3 Nicht-funktionale Eigenschaften ✓
- 4 Vergleich, Bewertung und praktische Anwendung

# Vergleich, Bewertung und praktische Anwendung

## Quicksort: Vergleich mit anderen Sortieralgorithmen

| Algorithmus   | Best-Case                | Average-Case             | Worst-Case               | Speicherbedarf                       |
|---------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| Bubblesort    | $\mathcal{O}(n^2)$       | $\mathcal{O}(n^2)$       | $\mathcal{O}(n^2)$       | $\mathcal{O}(1)$                     |
| Heapsort      | $\mathcal{O}(n \log(n))$ | $\mathcal{O}(n \log(n))$ | $\mathcal{O}(n \log(n))$ | $\mathcal{O}(1)$                     |
| Insertionsort | $\mathcal{O}(n)$         | $\mathcal{O}(n^2)$       | $\mathcal{O}(n^2)$       | $\mathcal{O}(1)$                     |
| Mergesort     | $\mathcal{O}(n \log(n))$ | $\mathcal{O}(n \log(n))$ | $\mathcal{O}(n \log(n))$ | $\mathcal{O}(n)$                     |
| Quicksort     | $\mathcal{O}(n \log(n))$ | $\mathcal{O}(n \log(n))$ | $\mathcal{O}(n^2)$       | $\mathcal{O}(1)/\mathcal{O}(\log n)$ |
| Selectionsort | $\mathcal{O}(n^2)$       | $\mathcal{O}(n^2)$       | $\mathcal{O}(n^2)$       | $\mathcal{O}(1)$                     |

**Tabelle:** Vergleich unterschiedlicher Sortieralgorithmen

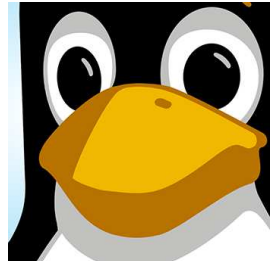
# Vergleich, Bewertung und praktische Anwendung

## Vergleich und Bewertung

- Quicksort: Average-Case vs. Worst-Case  
↪ auf effiziente Implementierung achten
- Erweiterungen, spezialisierte Algorithmen  
↪ Parallelisierung, Spezialbefehle



## Praktische Anwendung





# Vergleich, Bewertung und praktische Anwendung

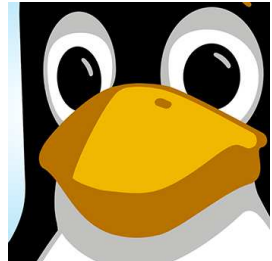
## Vergleich und Bewertung

- Quicksort: Average-Case vs. Worst-Case  
↪ auf effiziente Implementierung achten
- Erweiterungen, spezialisierte Algorithmen  
↪ Parallelisierung, Spezialbefehle



## Praktische Anwendung

- Bibliotheken und Laufzeitsysteme bieten Referenzimplementierungen  
↪ Maßschneiderung, Anwendungsfall  
↪ Linux: Heapsort, Worst-Case-Verhalten



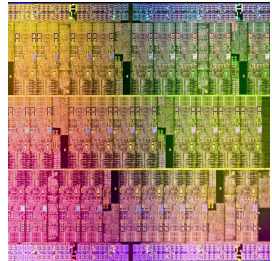
# Zusammenfassung und Ausblick

## Zusammenfassung

- Quicksort Sortieralgorithmus
- effizienter Algorithmus bei...
  - ↪ unsortierten Daten
  - ↪ guter Pivotisierung



## Ausblick



# Zusammenfassung und Ausblick

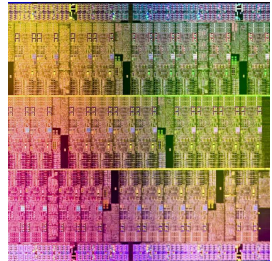
## Zusammenfassung

- Quicksort Sortieralgorithmus
- effizienter Algorithmus bei...
  - ↪ unsortierten Daten
  - ↪ guter Pivotisierung



## Ausblick

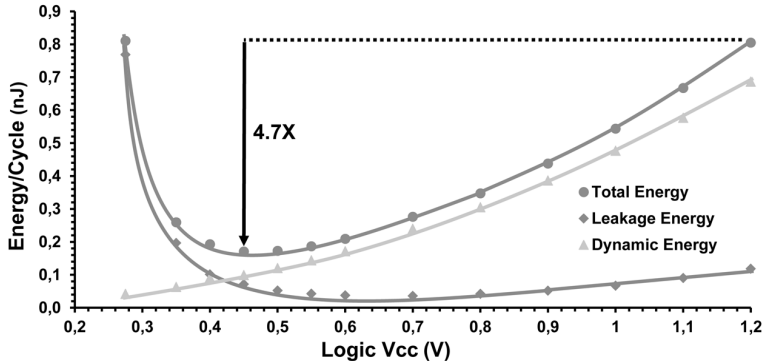
- Parallelisieren
  - ↪ mit mehreren Prozessoren sortieren
- alternative Verarbeitungseinheiten
  - ↪ GPU, FPGA



# Diskussion

# Vertiefungsfolien

# Leckstrom in MOS-Schaltungen



- Shailendra Jain, Surhud Khare, Satish Yada et al.  
**A 280mV-to-1.2V Wide-Operating-Range IA-32 Processor in 32 nm CMOS**  
*IEEE International Solid-State Circuits Conference (ISSCC), 2012.*

# Symbolische Ausführung mit Annotationen

```
1 #include <fibonacci.h>
2
3 /* @mera: #mode=strict
4  *      #func=foo
5  *      #para=i
6  */
7
8 uint32 bar (uint32 i)
9 {
10     if (i > 0)
11         return fibonacci(i);
12     return -1;
13 }
14
15 uint32 foo (uint32 i)
16 {
17     uint32 res;
18     /* @mera: #i=42 */
19     res = bar(i);
20     /* @arem */
21     return res;
22 }
23 /* @arem */
```

(a) Strict Mode

```
1 #include <fibonacci.h>
2
3 /* @mera: #mode=immersive
4  *      #func=*
5  *      #para=*
6  */
7
8 uint32 bar (uint32 i)
9 {
10     if (i > 0)
11         return fibonacci(i);
12     return -1;
13 }
14
15 uint32 foo (uint32 i)
16 {
17     uint32 res;
18
19     res = bar(i);
20
21     return res;
22 }
23 /* @arem */
```

(b) Immersive Mode

```
1 #include <fibonacci.h>
2
3 /* @mera: #mode=managed
4  *      #func=foo
5  *      #para=i
6  */
7
8 uint32 bar (uint32 i)
9 {
10     if (i > 0)
11         return fibonacci(i);
12     return -1;
13 }
14
15 uint32 foo (uint32 i)
16 {
17     uint32 res;
18     /* @mera: #i=[1,42] */
19     res = bar(i);
20     /* @arem */
21     return res;
22 }
23 /* @arem */
```

(c) Managed Mode

- Koushik Sen, Haruto Tanno et al.  
**GuideSE: Annotations for Guiding Concolic Testing**  
*AST'15 / 37th International Conference on Software Engineering (ICSE 2015)*, 2012.

# Basisblock, Übersetzeroptimierungen

```
1 main.entry:  
2   push r7, lr  
3   mov r7, sp  
4   sub sp, #16  
5   movs r0, #0  
6   str r0, [sp, #12]  
7   str r0, [sp, #4]  
8   movs r1, #5  
9   str r1, [sp, #0]  
10  str r0, [sp, #8]  
11  b.n label
```

(a) Level 00

```
1 main.entry:  
2   sub sp, #4  
3   movs r0, #5  
4   str r0, [sp, #0]  
5   ldr r0, [sp, #0]  
6   cmp r0, #0  
7   ittt lt  
8   movlt r0, #0  
9   addlt sp, #4  
10  bxlt lr  
11
```

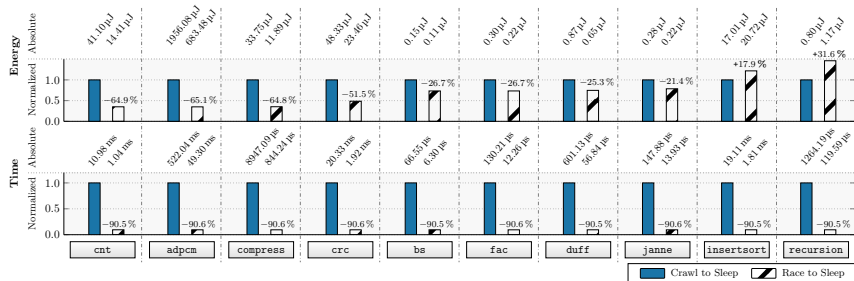
(b) Level 03

```
1 main.entry:  
2   sub sp, #4  
3   movs r0, #5  
4   str r0, [sp, #0]  
5   ldr r0, [sp, #0]  
6   blt.n label  
7  
8  
9  
10  
11
```

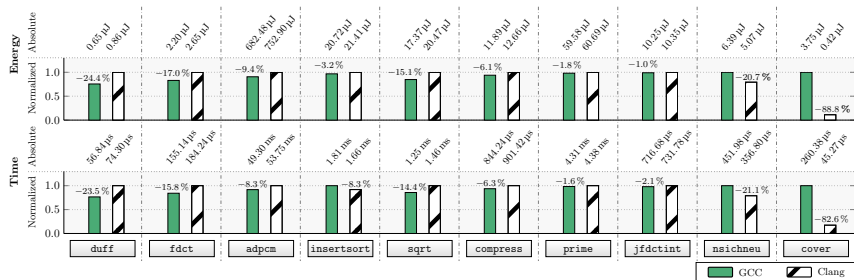
(c) Level 0s



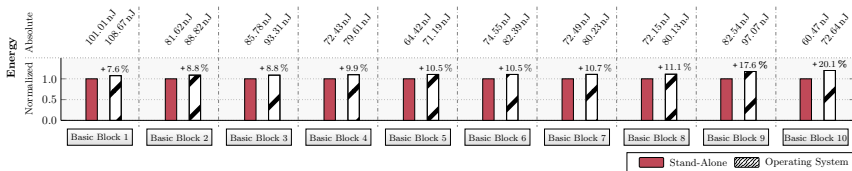
# Laufzeit vs. Energiebedarf (DVFS)



# Laufzeit vs. Energiebedarf (Übersetzer)

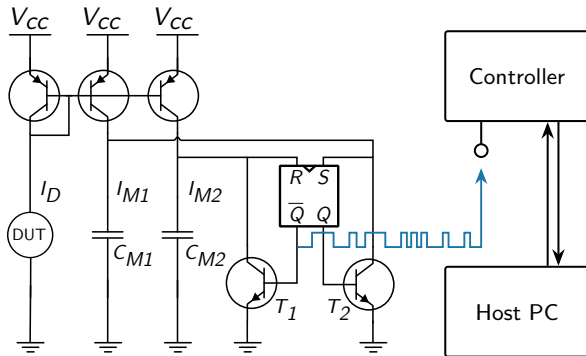


# Betriebssystem: Hintergrundrauschen

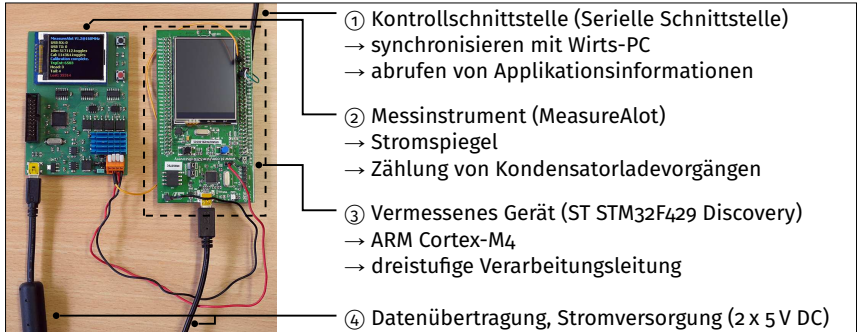


## Stromspiegel-Messschaltung

# Messschaltung: Funktionsschaltbild

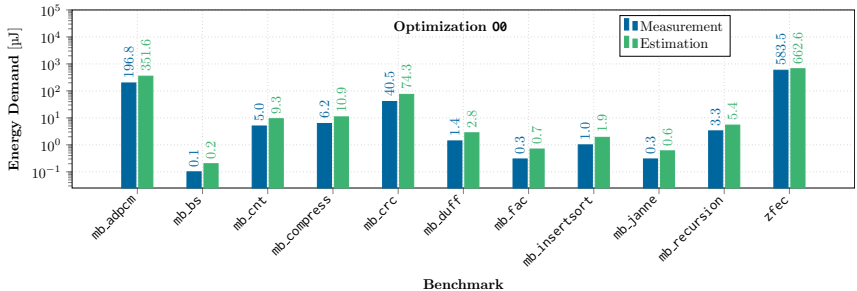


# Messschaltung: MCU-Platine



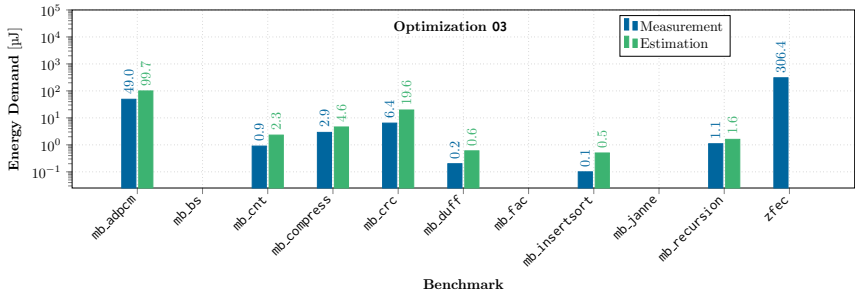
# Artificial Neural Network

# Energiebedarfsvorhersagen mit neuronalem Netzwerk (-00)

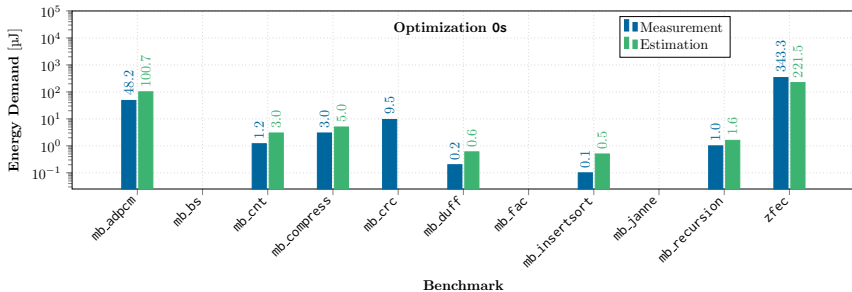




# Energiebedarfsvorhersagen mit neuronalem Netzwerk (-03)



# Energiebedarfsvorhersagen mit neuronalem Netzwerk (-0s)



# Energy-Aware Systems: Low-Energy Optimisation

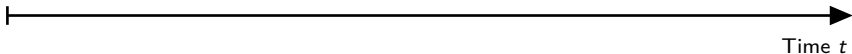
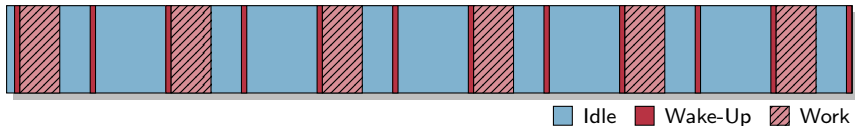
---

- Statistics at process level (e.g., PowerTOP), unit of measurement is *wake-ups per second*
- Wake-ups cause the CPU to return from C-state, subsequent activities (e.g., I/O) are likely to follow
- Less wake-ups → lower energy consumption

# Energy-Aware Systems: Low-Energy Optimisation

- Statistics at process level (e.g., PowerTOP), unit of measurement is *wake-ups per second*
- Wake-ups cause the CPU to return from C-state, subsequent activities (e.g., I/O) are likely to follow
- Less wake-ups → lower energy consumption

Process Activity

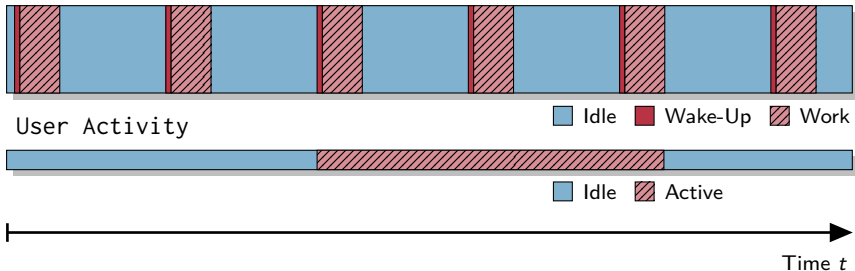




# Energy-Aware Systems: Low-Energy Optimisation

- Statistics at process level (e.g., PowerTOP), unit of measurement is *wake-ups per second*
- Wake-ups cause the CPU to return from C-state, subsequent activities (e.g., I/O) are likely to follow
- Less wake-ups → lower energy consumption

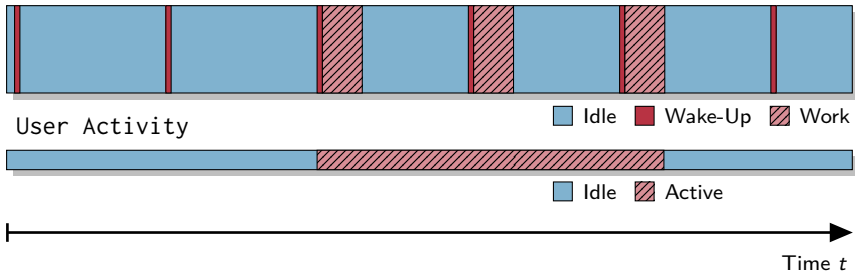
## Process Activity



## Energy-Aware Systems: Low-Energy Optimisation

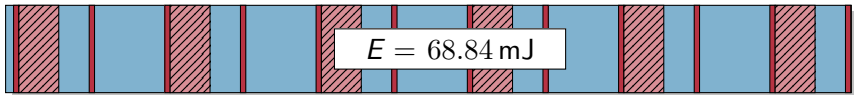
- Statistics at process level (e.g., PowerTOP), unit of measurement is *wake-ups per second*
- Wake-ups cause the CPU to return from C-state, subsequent activities (e.g., I/O) are likely to follow
- Less wake-ups → lower energy consumption

## Process Activity

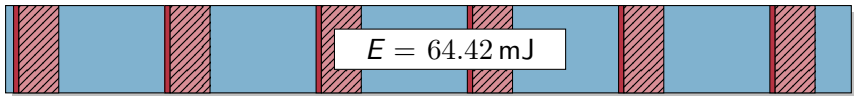


---

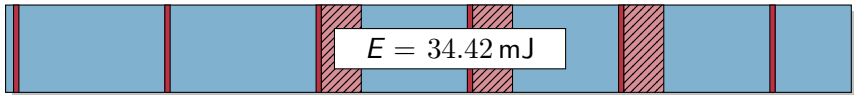
## Process Activity 1



## Process Activity 2



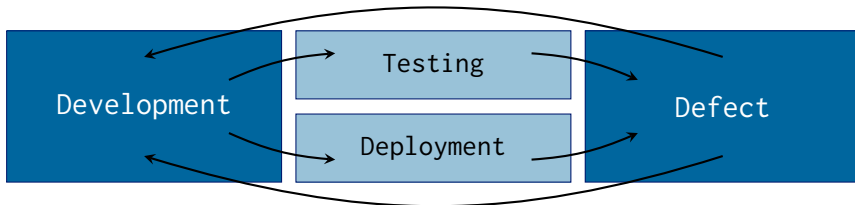
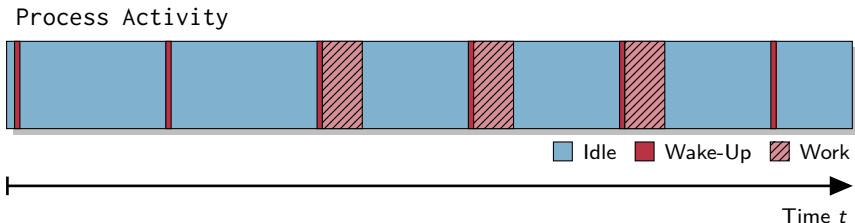
### Process Activity 3



 Idle
  Wake-Up
  Work



# Low-Energy Optimisation: Backward-Looking Approach



# Low-Energy Optimisation: Forward-Looking Approach

